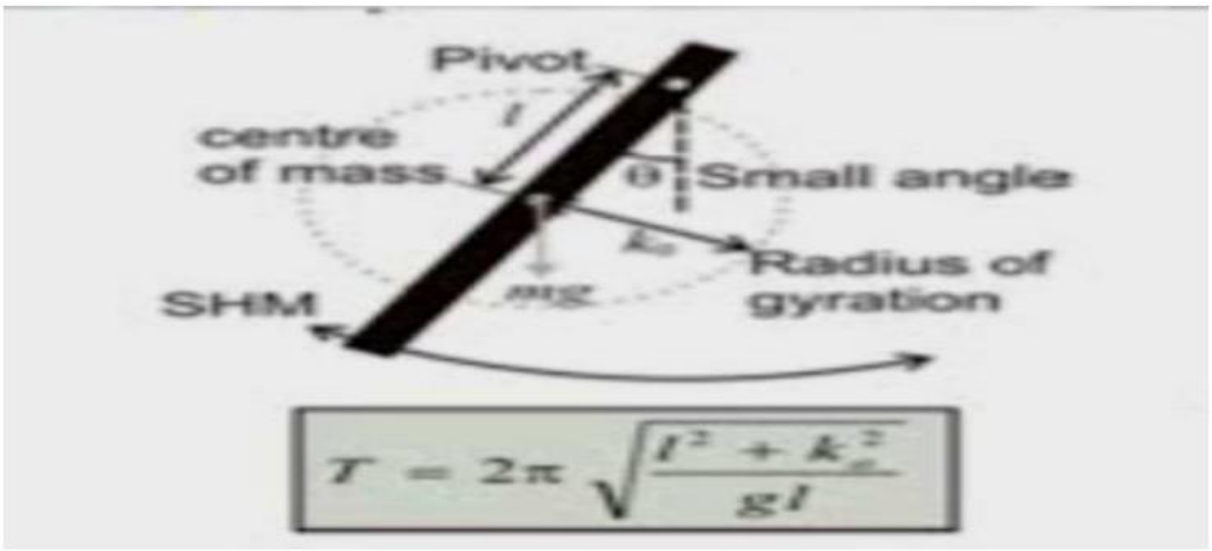
تجربة (4)
حساب التعجيل الأرضي باستخدام البندول المركب

الهدف من التجربة
تعيين التعجيل الأرضي باستخدام البندول المركب.

الأجهزة المستخدمة
1. مسطرة معدنية مثقبة بثقوب على ابعاد متساوية وتعلق بأمرار حافة مادة في احد الثقوب بحيث تكون حركتها حرة. 2. مسطرة مترية. 3. ساعة توقيت.

نظرية التجربة

البندول المركب (البندول الفيزيائي) هو اي جسم يثبت بمحور افقي ويهتز بتأثير قوة الجاذبية.
يمثل الشكل 1 جسماً صلدا كتلته m معلقاً بمحور افقي يمر بالنقطة 0 التي تبعد عن مركز ثقله G مسافة h. عند ازاحة الجسم عن موضع استقراره بزاوية صغيرة مقدارها θ ، يتولد عزم مرجع يحاول ارجاع الجسم الى موضع استقراره مقداره:



شكل (1)

التعبير عن زمن دورة البندول الفيزيائي يمكن ان يستنتج من معادلة الحركة التوافقية البسيطة:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgh}} \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots 1$$

حيث I هو عزم القصور الذاتي للبندول الفيزيائي حول نقطة التعليق ،لكن يكون من الافضل التعبير عن هذا العزم بدلالة عزم القصور الذاتي I_0 حول مركز تقل البندول .اذا كانت كتلة البندول المركب m أن:

$$I_0 = m\, k_0^2 \dots\dots\dots\dots\dots 2$$

حيث k_0 نصف قطر التدويم radius of gyration حول مركز ثقل البندول والذي يمكن حسابه عمليا لأي جسم غير منتظم. عزم القصور الذاتي حول اي محور موازي لذلك المار بمركز الثقل يساوي:

$$I = I_0 + m\, h^2 \quad \dots\dots\dots\dots 3$$

حيث h هي المسافة بين المحورين. بتعويض المعادلتين 2 و3 في 1 تصبح:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{k_0^2 + h^2}{gh}} \dots\dots\dots\dots\dots\dots 4$$

الزمن يعتمد على الشكل الهندسي ولا يعتمد على كتلة الجسم حيث يعتمد على توزيع الكتلة على الجسم من خلال الثابت k_0 وعلى موضع التعليق من خلال h ولان نصف قطر التدويم كمية ثابتة لأي جسم فان T لأي بندول هو دالة لـــ h فقط.

من المقارنة بين المعادلة 4 و معادلة 5 زمن دورة البندول البسيط الموضحة ادناه:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad \dots\dots\dots\dots 5$$

تبين ان زمن دورة البندول المركب المعلق على محور يبعد مسافة h من مركز تقله مساوي الى زمن دورة البندول البسيط الذي طوله مساوي الى:

$$L = \frac{k_0^2 + h^2}{h} = \frac{k_0^2}{h} + h \dots\dots\dots\dots\dots\dots 6$$

البندول البسيط الذي له نفس زمن دورة البندول الفيزيائي يسمى البندول البسيط المكا ئ .من المناسب تحديد موضع تعليق البندول بقياس المسافة S من نهاية احدى نهايتيه بدلا من المسافة h التي تمثل البعد عن مركز الثقل ; اذا كانت D هي المسافة من النقطةA التي تمثل بداية البندول(الى النقطةh) التي تمثل مركز الثقل ان $h_1 = S_1 - D$ وبتعويض هذه القيمة في المعادلة 4 نحصل على :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{k_0^2 + (S-D)^2}{g(S-D)}} \dots\dots\dots\dots\dots\dots 7$$

نلاحظ ان رسم زمن الذبذبة مع المسافة يكون منحنيين متناظرين حول الخط الوهمي المرسوم عند مركز الثقل للبندول .عند تحريك محور الدوران من النقطة A باتجاه B كما ي شكل رقم 2 يقل زمن الدوران تم يبدأ بالزيادة حتى الوصول الى مركز الثقل. تم يكرر الشكل نفسه بصورة متناظرة بعد مركز الثقل. ان الخط الافقي AE في الشكل2 يقطع المنحنيين بأربع نقاط، نقطتان بكل جانب عندها تكون الازمان متساوية. لذا توجد قيمتان لـ h يكون عندهما زمن الدورة متساوي بما h1, h2 لذا عند اختيار اي محور تعليقA توجد نقطة مرافقة D على الجانب الاخر لمركز الثقل تكون عندها ازمان الدوران حول المحاور المارة خلال A وD متساوية. تسمى النقطةD مركز الاهتزاز نسبة الى محور التعليق A لذا إذا تم تحديد مركز الدوران الى بندول فيزيائي ان بالإمكان عكسه وتعليقه عند النقطة D دون تغيير زمن الدوران، وهذه ميزة خاصة بالبندول المركب.

بالإمكان اتبات ان المسافة بينA و D مساوية الىL طول البندول البسيط المكافئ بمساواة مربعات الأزمان حول النقطتينA و D نحصل على المعادلتين الآتيتين:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g}\left(\frac{k_0^2 + h1^2}{h1}\right), T^2 = \frac{4\pi^2}{g}\left(\frac{k_0^2 + h2^2}{h2}\right) \dots\dots\dots\dots 8$$

$$\left(\frac{k_0^2 + h1^2}{h1}\right) = \left(\frac{k_0^2 + h2^2}{h2}\right) \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots 9$$

بعد تبسيط المعادلة 9 تصبح لدينا:

$$k_0^2 = h1h2 \dots\dots\dots\dots 10$$

بتعويض قيمة k_0^2 في المعادلة 8 يصبح لدينا:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g}(h1+h2) \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{h1+h2}{g}} \quad \dots\dots\dots\dots 11$$

وبالمقارنة مع المعادلة5 فأن $h1 + h2 = L$ أي ان المسا ة بين SوO مساوية الى L .في الشكل اعلاه نلاحظ أن

$$\boldsymbol{h1 + h2 = I1 = I2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \mathbf{12}$$

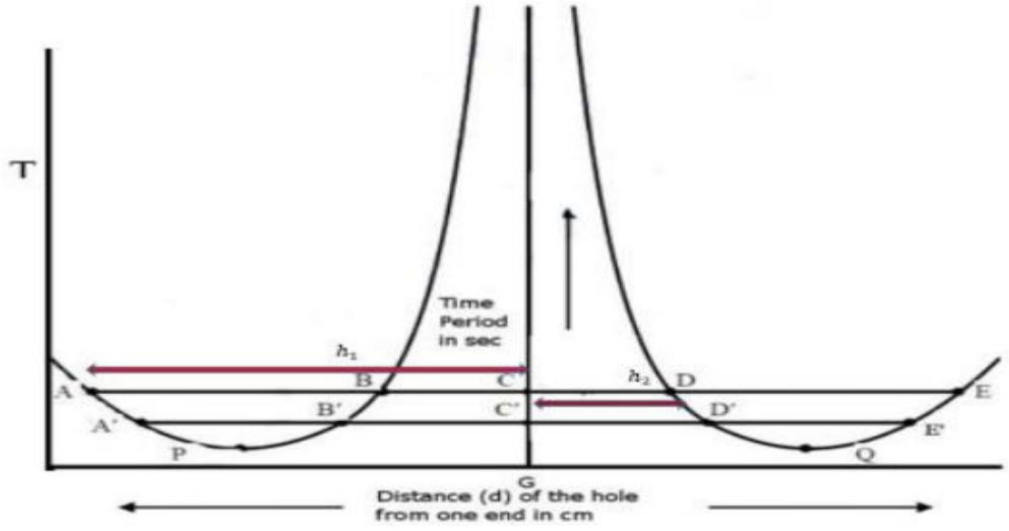
حيث I2, I1 هو عزم القصور الذاتي.

طريقة العمل و القياسات والحسابات

1. يعلق البندول من الثقب الاول القريب من احد طرفيه تم يزاح بزاوية صغيرة $\theta \geq 5$ عن موضع استقراره ويترك ليتذبذب تم يحسب زمن 5 ذبذبة t_5 sec ومنه يحسب زمن الذبذبة الوحدة sec .T= $t_5/5$
2. نكرر الخطوة 1 لجميع تقوب البندول ابتداءً من الطرف A وانتهاءاً بآخر ثقب وهو القريب من الطرف B .
3. نقيس المسا ة d بين كل تقب والطرف A .
4. رتب النتائج كما في الجدول التالي

$d *10^{-2}$ m	t_5 sec	$T = t_5/5$	$1/T^2$

5. ارسم العلاقة البيانية بين Tعلى محور الصادات و d على محور السينات كما في الشكل 2 .



الشكل (2)

6. ارسم مستقيم افقي يقطع المنحني بأربع نقاط لنفس الزمن استخرج قيم ADو BEو PQو
7. D C وAC.
8. احسب طول البندول البسيط المكافئ **L=1/2(AD+BE)**
9. قس **l1=AD** و **l2=BD** واوجد المعدل **L=(l1+l2)/2** عند الزمن الذي حددته عوض في المعادلة الاتية لتجد قيمة التعجيل الأرضي.

$$g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$$

الأسئلة

1. على ماذا يعتمد البندول المركب؟
2. ما هي تطبيقات البندول المركب؟.
3. متى يسمى البندول البسي بالبندول البسيط المكافئ؟.