

التوزيعات الاحتمالية

Probability Distributions

• تعاريف :

• التجربة الاحصائية : عملية يتم تطبيقها لأخذ قياسات معينة .

أمثلة على التجارب الإحصائية

• عد الأشجار في حقل ما .

• عد الأخطاء في صفحة ما .

• قياس معدل هطول الأمطار في شهر معين .

• المتغير العشوائي Random Variable : متغير ذو قيمة متغيرة طبقاً للصدفة (أي أنه يحقق مفهوم العشوائية) فلا يكون ثابتاً على قيمة معينة محددة.

عند القاء قطعة نقدية فمن المحتمل ظهور صورة ($H=$ Head) أو كتابة ($T=$ Tail)، فعند اجراء تجربة عشوائية وإلقاء قطعة نقدية ثلاثة مرات، فإن نتائج التجربة تكون:

$$S = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\} \quad N(S) = 8$$

بفرض أن X هو عدد ظهور H فإن قيم X تأخذ:

$$X: S \rightarrow \{0, 1, 2, 3\}$$

$P(X=0) = P(\{TTT\}) = 1/8$ احتمال عدم ظهور صورة

$P(X=1) = P(\{HTT, THT, TTH\}) = 3/8$ احتمال ظهور صورة واحدة

$P(X=2) = P(\{HHT, HTH, THH\}) = 3/8$ احتمال ظهور صورتان

$P(X=3) = P(\{HHH\}) = 1/8$ احتمال ظهور ثلاث صور

أنواع المتغيرات العشوائية:

متغيرات عشوائية منفصلة أو متقطعة : Discrete Random Variables

وهو متغير عشوائي كمي محدود ويأخذ قيم احتمالية محددة صحيحة منتهية بعبارة أخرى هو متغير قابلاً للعد ويمكن تمثيله بنقاط منفصلة على خط الأعداد .

أمثلة على المتغيرات العشوائية المنفصلة:

- عدد الأطفال في الأسرة (1, 2, 3, 4, 5)
- عدد خلايا البكتيريا الحية بعد العلاج بمضاد حيوي محدد.
- عدد المرات التي تعرض لها شخص للأنفونزا في منطقة معينة .

متغيرات عشوائية متصلة أو مستمرة Continuous Random Variables:
وهو متغير عشوائي كمي يأخذ قيم احتمالية غير منتهية (infinite number of values)
أمثلة على المتغيرات العشوائية المتصلة :

- كمية الأمطار الساقطة في المدينة خلال شهر
- كمية السكر في ثمرة البرتقال
- طول فترة النوم
- المسافة من المنزل الى المدرسة

- **Probability Mass Function (p.m.f.)**
- Let \mathbf{X} be a discrete **r.v.**, then a (non-negative) real valued function defined on \mathbf{R} by:

$$P(x) = \Pr(X = x) \quad , \forall \quad x \in R$$

is called the probability mass function of \mathbf{x} .

$$P(x) \geq 0 \quad \forall \quad x \in R$$

$$\sum_{i=1}^n P(x_i) = 1$$

- **Probability Density Function (p.d.f.)**
- Let \mathbf{X} be a continuous r.v., then (non-negative) real valued function defined on \mathbf{R} by:

$$f(x) = \Pr(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx \quad \forall x \in \mathbf{R}$$

is called probability density function (p.d.f.), if:

$$f(x) \geq 0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$