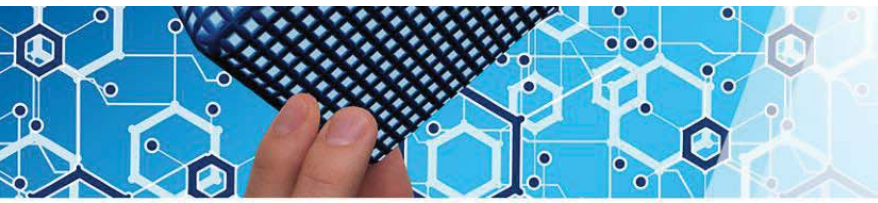
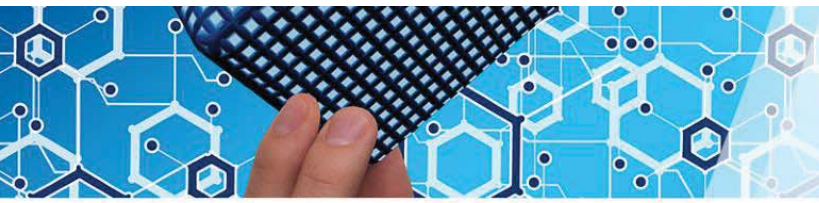


التوزيع الطبيعي Normal Distribution

هو أهم التوزيعات الاحتمالية (المتصلة) على الاطلاق ومعظم المتغيرات العشوائية المتصلة تتبع بشكل أو بآخر هذا التوزيع خاصة عند وجود عدد مفردات كبير (اكبر من 30 مفردة) حتى ان بعض توزيعات المتغيرات العشوائية المتقطعة يمكن ان نستخدم التوزيع الطبيعى بدلا منها بشروط معينة لكل توزيع.
وهو منحنى يشبه الجرس، وهو من المنحنيات المتصلة التي تعتبر من أهم المنحنيات المستخدمة في البحوث النفسية والتربوي وغيرها.



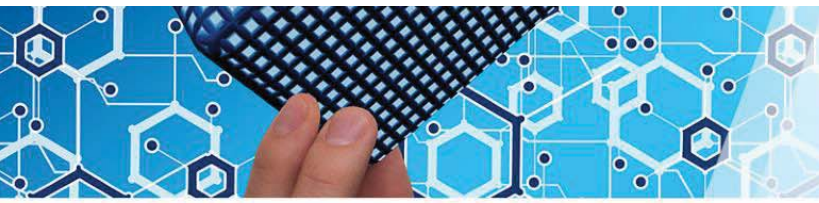
دالة الكثافة الاحتمالية (pdf) للتوزيع الطبيعي :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2} \quad , \quad -\infty < x < \infty$$

وعادة يكتب التوزيع الطبيعي بالشكل :

$$x \sim N(\mu, \sigma^2)$$

أ.م.د. عمار الزيدي



خصائص التوزيع الطبيعي:

1- المنحنى يأخذ شكل الجرس bell-shaped curve

2-متماثل حول الوسط الحسابي(μ) عند $x = \mu$

3-في المنحنى الطبيعي توجد قمة واحدة حيث تتساوى قيمة كل من الوسط الحسابي مع الوسيط مع المنوال

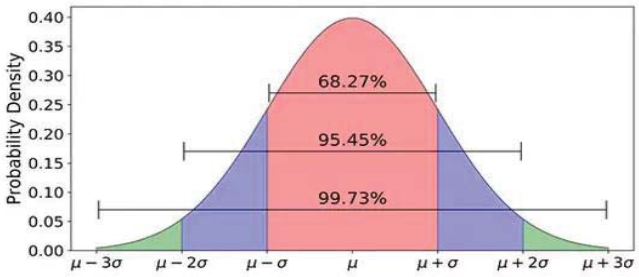
4-يتقارب طرفا منحنى الطبيعي من الصفر عندما X تؤول الى ما لا نهاية ∞ في الاتجاه الموجب أو السالب.

5-المساحة تحت المنحنى الطبيعي تساوي 1 ، ونظرًا للتماثل حول الوسط فإن المساحة على يمين الوسط تساوي المساحة على يسار الوسط.

أ.د. عمار الزيدي

خصائص التوزيع الطبيعي:

6- نقطة انقلاب المنحنى هي : $x=\mu+\sigma$ و $x=\mu-\sigma$



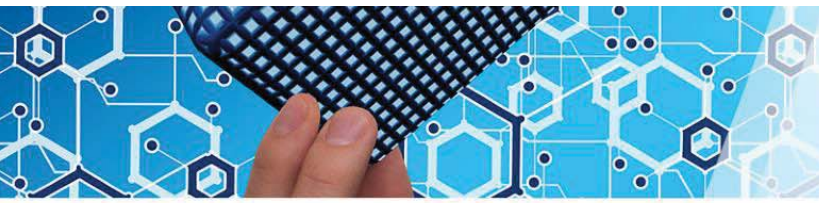
7- حوالي 68% من قيم x تقع بين $\mu+\sigma$ و $\mu-\sigma$

و 95%من قيم x تقع بين $\mu+2\sigma$ و$\mu-2\sigma$

و99%من قيم x تقع بين $\mu+3\sigma$ و$\mu-3\sigma$

8- يتم حساب قيمة Z وفقا ل $Z=\frac{X-\mu}{\sigma}$ حيث ان Z تمثل الدرجة المعيارية .

9- حالة خاصة من التوزيع الطبيعي عندما يكون الوسط الحسابي $\mu=0$ والتباين $\sigma^2=1$ فان التوزيع الطبيعي يسمى التوزيع الطبيعي القياسي (standard normal distribution) .



خصائص التوزيع الطبيعي:

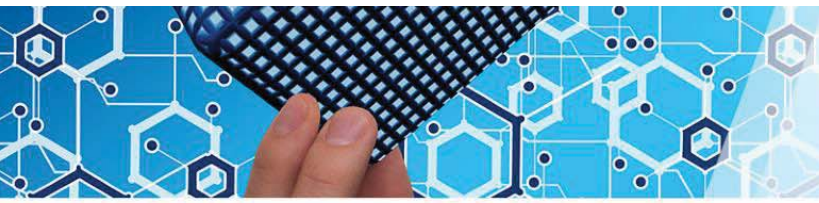
10- دالة الكثافة الاحتمالية (pdf) للتوزيع الطبيعي القياسي تاخذ الشكل :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, \quad -\infty < x < \infty$$

وتكتب : $x \sim N(0, 1)$

11- الدرجة المعيارية تتوزع توزيعا طبيعيا قياسيا $Z \sim N(0, 1)$

أ.م.د. عمار الزيدي

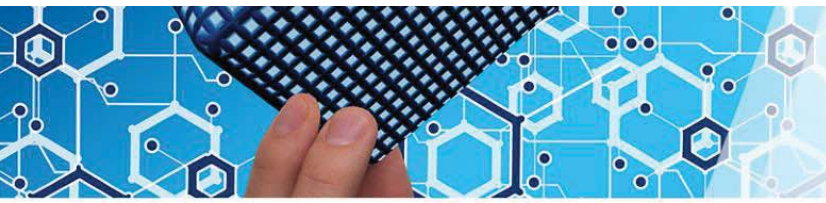


خصائص التوزيع الطبيعي:

12- لحساب احتمال أن يقع المتغير X بين القيمتين X_1 و X_2 فاننا نحسب القيم المعيارية لكل من هاتين القيمتين ثم يتم استخدام جدول التوزيع الطبيعي للحصول على الاحتمال المطلوب ، بعبارة اخرى يتم حساب :

$Z_1=\frac{X_1-\mu}{\sigma}$ و $Z_2=\frac{X_2-\mu}{\sigma}$ ويتم التعبير عن الاحتمال بالشكل :

$$P(X_1 \leq X \leq X_2)=P(Z_1 \leq Z \leq Z_2)$$



خصائص التوزيع الطبيعي:

-13 $N(-K) = 1-N(K)$ حيث ان K : ثابت

N(K): قيمة جدولية

-15 $P(X \geq K) = 1- P(X< K)$

-14 الدالة المولدة للعزوم للتوزيع الطبيعي تأخذ الشكل :

$$M(t) = e^{(\mu t+ \frac{\sigma^2 t^2}{2})}$$

أ.م.د. عمار الزيدي