توزيع المعاينة للنسبة : The sampling distribution of a sample proportion $\hat{p}$

إن مفهو توزيع المعاينة للنسبة هو نفس ذلك التوزيع المتعلق بمعدلات العينات المدروسة فهو توزيع افتراضي لخصائص مشاهدات تكون فيها الفوائد مقدرة عندما نريد ان نحصل على استنتاج احصائي للنسب المئوية لمجتمع من المجتمعات او منطقة او مجموعة وتظهر أهمية هذا التوزيع عندما يكون المجتمع الاحصائي ذا صفتين أو خاصيتين فقط مثال ذلك عند دراسة إنتاج احد المصانع فان الوحدات المنتجة قد تكون سليمة أو معيبة. فيذا كان عدد الذين لديهم الصفة أو الخاصية محل الدراسة x في عينة حجمها كبير بدرجة كافية nفان نسبة الذين يتمتعون بهذه الصفة ^ p.

خصائص توزيع المعاينة للنسبة :

1- يعتبر هذا التوزيع قريب من التوزيع الطبيعي اذا كان حجم العينة كبير .

2- ان معدل قيم توزيع المعاينة للنسبة هو معدل النسبة لجميع الافراد المدروسة .

3- يرمز لنسبة المجتمع (P) ونسبة العينة ($P^\wedge$)

4- الخطأ المعياري للنسبة يكون : $\sigma_{P^\wedge} = \sqrt{\frac{Pq}{n}}$ ، حيث ان : p=1-q

5- يتم ايجاد (p) من خلال : $p = \frac{x}{n}$ ، حيث ان x عدد المشاهدات في العينة ، n حجم العينة .

أحمد عمار الزيدي

اذا سحبنا كل العينات الممكنة ذات الحجم المتساوي n و من ثم حسبنا لكل عينة ^ p النسبة فان توزيع المعاينة للنسبة يقترب من التوزيع الطبيعي وكما يلي :

$$P^{\wedge} \sim N\left(P, \frac{Pq}{n}\right)$$

وبذلك فان :

$$Z = \frac{P^{\wedge} - P}{\sqrt{\frac{Pq}{n}}}$$

أ.م.د. عمار الزيدي

مثال :إذا كانت نسبة المعيب في إنتاج إحدى الماكينات هو 10% سحبت عينة عشوائية مكونة من 50 وحدة. أحسب احتمال أن يكون بها نسبة معيب على الاكثر 5% **علما ان** N(1.19)=0.883 .

$$\mu_{\hat{P}} = p = 0.10$$

$$\sigma_{\hat{P}} = \sqrt{\frac{Pq}{n}} = \sqrt{\frac{(0.10)(0.9)}{50}} = 0.042$$

$$P(\hat{P} \le 0.05) = P\left(Z \le \frac{\hat{P} - P}{\sqrt{\frac{Pq}{n}}}\right) = P\left(Z \le \frac{0.05 - 0.10}{\sqrt{\frac{(0.10)(0.9)}{50}}}\right) = P(Z \le -1.19) = N(-1.19) = 0.117$$

أ.م.د. عمار الزيدي

توزيع المعاينة للفرق بين نسبتي عينتين :

Sampling distribution of the difference between two sample proportions

أفترض أن لدينا عينتين مستقلتين حجمها n_1 و n_2 مسحوبتين من مجتمعين حجمهما N_1, N_2 عدد العناصر التي تتميز بخاصية معينة X_1 وعدد العناصر التي تتميز بنفس الخاصية في المجتمع الثاني X_2 فان نسبة الخاصية في المجتمع الاول تساوي $P_1 = \frac{X_1}{N_1}$ وكذلك نسبة الخاصية في المجتمع الثاني تساوي $P_2 = \frac{X_2}{N_2}$ عندما يكون حجم العينتين n_1 و n_2 كبيرين فان توزيع المعاينة للفرق بين نسبتي العينتين $(\hat{P}_1 - \hat{P}_2)$ يقترب من التوزيع الطبيعي وكما يلي :

أ.م.د. عمار الزيدي

$$(\hat{P}_1 - \hat{P}_2) \sim N\left[(P_1 - P_2) \ ,\left(\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}\right) \right]$$

حيث ان :

$$p_1 = 1 - q_1 \quad ؛ \quad p_2 = 1 - q_2$$

وبذلك فان :

$$Z = \frac{(\hat{P}_1 - \hat{P}_2) - (P_1 - P_2)}{\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}}$$

أ.م.د. عمار الزيدي

مثال : اذا كان لدينا ماكنتين وكانت نسبة الانتاج التالف للماكنة Aهي 18% وكانت نسبة الانتاج التالف للماكنة B هي % 14 تم سحب عينتان من انتاج الماكنتين بحجم 40 و 60 وحدة انتاجية على التوالي، ماهو احتمال ان يكون فرق النسبة على الاقل 10% **علما ان** 0.788 **=** N(0.8)

أ.م.د. عمار الزيدي

$$\mu_{(\hat{P}_1 - \hat{P}_2)} = p_1 - p_2 = 0.18 - 0.14 = 0.04$$

$$\sigma_{(\hat{P}_1 - \hat{P}_2)} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{p_1 q_1}}{n_1} + \frac{\boldsymbol{p_2 q_2}}{n_2}} = \sqrt{\frac{(0.18)(0.82)}{40} + \frac{(0.14)(0.86)}{60}} = 0.077$$

$$P((\hat{P}_1 - \hat{P}_2) \geq 0.1) = P\left(\frac{(\hat{P}_1 - \hat{P}_2) - (P_1 - P_2)}{\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}} \geq \frac{(0.1) - (0.04)}{0.077}\right) = P(Z \geq 0.8)$$

$= 1 - P(Z \leq 0.8)$

$= 1 - N(0.8)$

$= 1 - 0.788 = 0.212$

أ.م.د. عمار الزيدي