

يعد اختبار مربع كاي (χ^2) من الاختبارات اللامعلمية المهمة جدا، حيث يقوم الباحث في هذا الاختبار بمقارنة مدى توافق النتائج التي حصل عليها من التجربة أو البحث (القيم المشاهدة Observed values) بالنتائج المتوقعة الحصول عليها نظريا طبقا لفرضية محددة بدرجة احتمال معينة (القيم المتوقعة Expected values).

حالات استخدام مربع كاي (χ^2): يستخدم في حالات عديدة منها

١. اختبار مربع كاي لحسن المطابقة (جودة التوفيق). (Goodness of fit test).
٢. اختبار مربع كاي لاستقلال العوامل (χ^2 Test of independence).
٣. اختبار مربع كاي لتجانس العينات (χ^2 Test of homogeneity).

شروط تطبيق مربع كاي (χ^2):

- ❖ العشوائية: تأخذ العينة بطريقة عشوائية وبدون تحيز.
- ❖ استقلال المشاهدات: لكل مشاهدة مأخوذة من مصدر مستقلة عن المشاهدات الأخرى.
- ❖ حجم العينة: يكون حجم العينة المسحوبة أكبر أو يساوي 30 .

أختبار مربع كاي لحسن المطابقة (جودة التوفيق) (Goodness of fit test)

ويهتم هذا النوع من الاختبارات الإحصائية باختبار ما إذا كانت مشاهدات عينة تم اختيارها من مجتمع له توزيع احتمالي معين أو نظرية معينة.

صياغة الفرضية:

H_0 : مجموعة المشاهدات التي تم اختيارها متطابقة

H_1 : مجموعة المشاهدات التي تم اختيارها غير متطابقة

أحصاءة الاختبار:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

حيث ان : k يمثل عدد الفئات أو المجموعات أو المظاهر.

O_i تمثل التكرار المشاهد للنتيجة رقم (i)

E_i تمثل التكرار المتوقع المناظر للنتيجة رقم (i)

$$E_i = n p_i$$

يحدد توزيع كاي بعد معرفة درجة الحرية (df) والتي تحسب وفق العلاقة الآتية:

$$df = k - 1$$

ولتحديد مناطق القبول والرفض نقارن قيمة مربع كاي الجدولية مع أحصاءة الاختبار واتخاذ القرار بقبول أو رفض الفرضية الصفرية.

مثال 1/ تم الادعاء أن النسبة الحقيقية للاصابة بمرض السل الرئوي بين الاشخاص في قرية معينة هي (10%)، اخذت عينة عشوائية مكونة من (100) شخص فوجد بينهم (32) مصاب. فهل يقبل هذا الادعاء بمستوى معنوية 5% علما أن $\chi^2_{(0.05, 1)} = 3.84$.

(الحل / ١)

$$H_0 : P = 0.1$$

$$H_1 : P \neq 0.1$$

$$E_1 = (100) * (0.1) = 10$$

$$E_2 = (100) * (0.9) = 90$$

(٢)

المجموع	سليم	مصاب	الاعداد
100	68	32	O_i المشاهدة
100	90	10	E_i المتوقعة

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^2 \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} = \frac{(32 - 10)^2}{10} + \frac{(68 - 90)^2}{90} = 48.4 + 5.38 = 53.78$$

$$\chi_{(\alpha, k-1)}^2 = \chi_{(0.05, 2-1)}^2 = \chi_{(0.05, 1)}^2 = 3.84$$

(٣)

(٤) بما أن قيمة مربع كاي المحسوبة وهي (53.78) أكبر من القيمة الجدولية لمربع كاي

وهي (3.84)

نرفض الفرضية الصفرية ونقبل الفرضية البديلة

وبالتالي فإن نسبة المصابين بمرض السل الرئوي لاتساوي 10%

مثال 2/ البيانات التالية تمثل أصناف احد النباتات في عملية التهجين الوراثي:

الأصناف	A	B	C	D	المجموع
الاعداد	439	168	133	60	800

علما أن النسب الخاصة بالأصناف كانت $1/16$ ، $3/16$ ، $3/16$ ، $9/16$ على التوالي.
هل يمكن الاستنتاج أن الاصناف مطابقة مع القانون الوراثي بمستوى معنوية 5% .
علما أن $\chi^2_{(0.05, 3)} = 7.815$.

الحل / (١) H_0 : الاصناف مطابقة مع القانون الوراثي

H_1 : الاصناف غير مطابقة مع القانون الوراثي

$$E_i = n p_i$$

$$E_1 = (800) * \left(\frac{9}{16}\right) = 450$$

$$E_2 = (800) * \left(\frac{3}{16}\right) = 150$$

$$E_3 = (800) * \left(\frac{3}{16}\right) = 150$$

$$E_4 = (800) * \left(\frac{1}{16}\right) = 50$$

(٢)

المجموع	D	C	B	A	O_i الأصنف
800	60	133	168	439	E_i المشاهدة
800	50	150	150	450	المتوقعة

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^4 \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

$$= \frac{(439 - 450)^2}{450} + \frac{(168 - 150)^2}{150} + \frac{(133 - 150)^2}{150} + \frac{(60 - 50)^2}{50}$$

$$= 0.27 + 2.16 + 1.93 + 2$$

$$= 6.36$$

$$\chi^2_{(\alpha, k-1)} = \chi^2_{(0.05, 4-1)} = \chi^2_{(0.05, 3)} = 7.815$$

(٣)

(٤) بما أن قيمة مربع كاي المحسوبة أقل من قيمة مربع كاي الجدولية
نقبل الفرضية الصفرية
بمعنى ان الاصناف مطابقة مع القانون الوراثةي.