المبرهنات: هي جملة مفتوحة مكتوبة على شكل عبارة قابلة للصدق أو الكذب.

الجملة المفتوحة: هي جملة لا يمكن معرفة الصدق او الخطأ $P(x)$ الا من خلال تعويض المتغيرات في محيرة الحل

محيرة الحل: هي تعويض المتغير من خلال محيرة التعويض (TP)

محيرة التعويض: هي حرف او رموز لتوضيح المتغير (A) لتحصل على محيرة الحل.

مثال/ اذا كانت $P(x): x-3=0$ ومحيرة التعويض $A=[2,3,4,5]$ عين قيم الصدق والكذب التي تحقق العلاقة.

$P(x)=x-3=0$, $A=[2,3,4,5]$

$P(2)=2-3=-1\neq 0$	F
$P(3)=3-3=0$	T
$P(4)=4-3=1\neq 0$	F
$P(5)=5-3=2\neq 0$	F

مجموعة الاعداد المشهورة

N	الاعداد الصحيحة الطبيعية $\{0,1,2,3,4\}$
R	الاعداد الحقيقية
Q	الاعداد النسبية (الكسور)
Z	الاعداد الصحيحة الطبيعية والسالبة $\{-1,-2,\ldots\}$

تقسم السورات إلى قسمين ← سور جزئي ∃ "يوجد"
← سور كلي ∀ "لكل"

① السور الجزئي "∃" يوجد

"يوجد طالب في الغابة يرتدي لون أخضر"

التعريف:- لتكن $P(x)$ جملة في x كل الجوزة A في العبارة

[يوجد $x \in A$ بحيث $P(x)$ صادقة]

$$[\exists_{x \in A}, P(x)]$$

سؤال: بين صدق وكذب العبارات الآتية:

أمثلة ① العبارة $[\exists_{x \in N}, 3n+1<2]$

عبارة صادقة سورة جزئياً $n=0$ يحقق هذه العبارة

② العبارة $[\exists x$ عدد صحيح $x^2=4]$

عبارة صادقة لأن $x=2$ يحقق هذه العبارة

③ العبارة $[\exists x, x>5, x^2=4]$

عبارة كاذبة لأنه لا يوجد عدد >5 يحقق العبارة

---

② السور الكلي:- "∀" كل

"كل طالب في الغابة يرتدي لوناً أخضر"

التعريف:- $[\forall x \in A, P(x)]$

أمثلة ① العبارة:- $[\forall x \in N, x>-2]$

هي عبارة صادقة سورة كلياً حيث كل رقم ينتمي لمجموعة الأعداد الطبيعية يكون أكبر من -2.

② العبارة $[\forall x,\ x$ عدد صحيح موجب $\longrightarrow x^3 > 27]$

هي صورة كلية كاذبة لأن العددين 1 و 2 و 3 في نطاق الصورة 2

ولكن لا تنفي العبارة.

نفي العبارة الصورة

مثال: كل طالب في الصف يقابة معدلة ثمانون»

$(\forall x \in M,\ x$ معدلة ثمانون$)$ تكتب بالرموز

حيث M عدد الطلاب.

- لنفي القضية ليس صحيحاً أن كل طالب في الصف يقابة معدلة ثمانون

بالرموز

$\sim(\forall x \in M,\ x$ معدلة ثمانون$)$

∴ الحل الصحيح هو يوجد في القابة على الأقل طالب في الصف يقابة

$[\exists x \in M,\ x$ معدلة لا يبلغ ثمانون$]$

يوجد على الأقل طالب في الصف يقابة معدلة أقل من ثمانون

$[\sim(\forall x \in M,\ P(x)) \equiv \exists x \in M,\ \sim P(x)]$

$P(x)$ هي محمولة الجملة تعني (x معدلة ثمانون)

امثلة على اذا كانت العبارة $(\exists x \in A,\ p(x))$ صائبة او كاذبة

① $\exists x \in R : x^2 - 9 = 0$

$Tp = \{3, -3\} \neq \emptyset$ العبارة صائبة

② $\exists x \in N : 3x + 1 > 2$ العبارة صائبة

$Tp = \{1, 2, 3, \dots\}$

③ $\exists x \in R \quad x^2 + 2 = 0$ عبارة كاذبة

$Tp = \{\emptyset\}$ فارغة

④ $\exists x \in N : [x > 0 \wedge x^2 = 2]$

$T \wedge F = F$ عبارة كاذبة

---

⑤ $\forall x \in Z : x > 2$ F

⑥ $\forall x \in N : 3x + 1 > 2$ F

$\{0\} \neq$

⑦ $\forall x \in R : x^2 - 9 = 0$ F

⑧ $\exists x \in R \quad x^2 - 9 = 0$ T

⑨ $\forall x \in Z : [x < 0 \vee -6 < 0]$

$F \vee T$ T