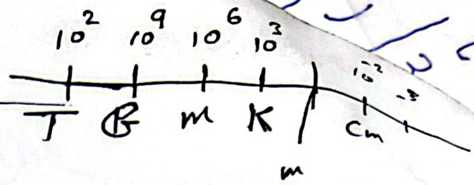


الابعاد الكبيرة للمسافات بين المدن والجرات يصبح المتر صغيرا جدا والحل مثل هذه المشكلة نستخدم مضاعفات للوحدة على النحو الموضوع في الجدول التالي:

قيمتها	رمز الوحدة	مضاعفات الأجزاء
$10^{3}m$	Km	Kilometer
$10^{-1}m$	dm	Decimeter
$10^{-2}m$	cm	Centimeter
$10^{-3}m$	mm	Millimeter
$10^{-6}m$	μm	Micrometer
$10^{-9}m$	nm	Nanometer
$10^{-10}m$	A°	Angstrom
$10m^{-12}$	Pm	Prcometer
$10^{-15}m$	fm	Femtometer

جدول يبين تسميات لمضاعفات والاجزاء الوحدات والتي تستخدم بكثرة:

الاختصار	المصطلح	القيمة
E	Exa-	10^{18}
P	Peta-	10^{15}
T	Tera-	10^{12}
G	Giga-	10^{9}
M	Mega-	10^{6}
K	Kilo-	10^{3}
C	Centi-	10^{-2}
Mi	Milli-	10^{-3}
M	Micro-	10^{-6}
N	Nano-	10^{-9}
Pi	Pico-	10^{-12}
F	Femto-	10^{-15}
A	Atto-	10^{-18}

امثلة:

(1) ______ هي كمية فيزيائية اساسية وحدتها m ______

وتعتبر من الكميات الفيزيائية ______

2- ______ هي كمية فيزيائية وحدتها Kg ______

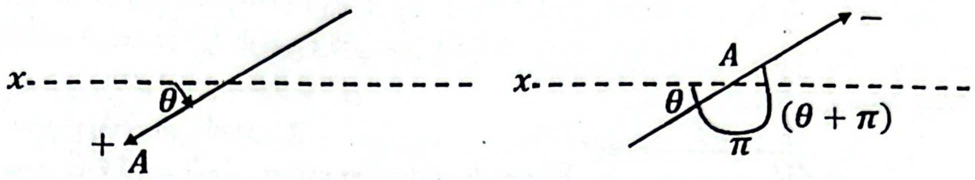
(3) (200 mm) تساوي (20cm , 0.2m , 2×10^{5} Mm , جميع ما ذكر)

(4) الزمن هي وحدة كمية فيزيائية (اساسية , مشتقة , اسمية , كل ما ذكر , مشتقة للدرجة ...)

الكميات الاتجاهية والعددية Scalars and Vectors

مفهوم الاتجاه concept of direction:

أي مستقيم في المستوى او الفراغ يكون له اتجاهين متعاكسين فإذا اعتبرنا المستقيم (A) موجبا كالذي يعمل زاوية (θ) مع محور x مثلا فأنه يعتبر سالبا عندما يعمل زاوية مقدارها ($\theta + \pi$) مع محور x ذاته كما في الشكل.



الكمية العددية Scalar Quantity

تحدد كثير من المقادير الفيزيائية بمقدارها العددي فقط دون الحاجة الى ذكر اتجاهها وتدعى هذه الكميات بالعددية كالحجم ودرجة الحرارة والشحنة الكهربائية والتردد.... الخ ولا يمكن تحليلها الى مركبات.

الكمية الاتجاهية Vector Quantity

هي المقدار الفيزياوي الذي لا يحدد تماما بذكر قيمته العددية فقط بل يجب ذكر اتجاهه أيضا كالإزاحة والسرعة والقوة والعزم والتعجيل يمكن تحليلها الى مركبات باتجاهات معينة ويمثل المتجه بسهم بحيث أن:

1- طول السهم لمقياس معين يمثل القيمة العددية للمتجه.
2- اتجاه السهم يمثل اتجاه المتجه.
3- نقطة تأثير السهم تمثل نقطة تأثير المتجه.

وحدة المتجه unit Vector ($\hat{\mu}$)

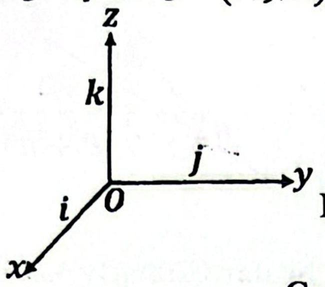
تعرف وحدة المتجه ($\hat{\mu}$) بأنه المتجه الذي قيمته العددية هي الوحدة. فإذا كان A يمثل متجها ما بحيث قيمته العددية لا تساوي صفر ($A \neq 0$) فأن:

$$\vec{A} = \hat{\mu}|\vec{A}|$$

حيث ($\hat{\mu}$) هي وحدة المتجه وباتجاه المتجه ($\vec{A}$)

وحدات المتجهات المتعامدة $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$

تمثل وحدات المتجهات المتعامدة بالاتجاهات (x, y, z) بالرموز $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ على التوالي على ان تكون تلك الاتجاهات موجبة بالاتجاهات $(+x, +y, +z)$



نستعمل الاحداثيات المتعامدة لليد اليمنى والتي تبين إذا لفت الأصابع لليد اليمنى بالاتجاه من محور x الى محور y فأن الابهام يشير الى المحور z
فهذا النظام يسمى قاعدة اليد اليمنى Right handed system

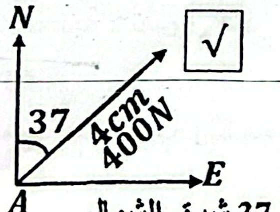
الجمع والطرح والضرب للمتجهات Cross or vector product

$$A \times B = -B \times A$$
$$A \times (B + C) = A \times B + A \times C$$
$$m(A \times B) = (mA) \times B = A \times (mB) = (A \times B)m$$ حيث m كمية عددية

ضرب متجهي:
$$i \times i = j \times j = k \times k = 0$$
$$i \times j = k,\quad j \times k = i,\quad k \times i = j$$

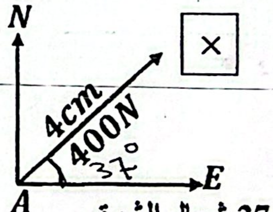
تمثيل المتجه بيانيا:

يرمز للمتجه برمز فوقه سهم صغير فيرمز لمتجه السرعة مثلا بالرمز $(\vec{v})$ ويرمز للقيمة العددية لذلك بالرمز (v) فقط دون السهم الص ويمثل المتجه بسهم ليكون طول السهم لمقياس معين يمثل القيمة العددية للمتجه واتجاه السهم يمثل اتجاه المتجه ونقطة بداية السهم تمثل نقطة تأثير المتجه فإذا أردنا تمثيل قوة مقدارها $(400N)$ بالاتجاه 37 شرق الشمال تؤثر بالنقطة A وكان مقياس الرسم هو (1) لكل $(100N)$ فيكون السهم الذي طوله $(4cm)$ وبالاتجاه 37 شرق الشمال كما في الشكل (1) وليس (2)



37 شرق الشمال

شكل (1)

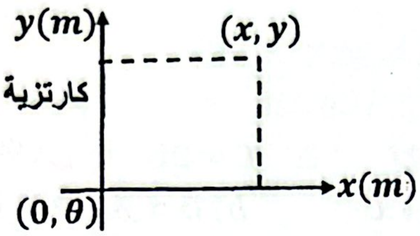


37 شمال الشرق

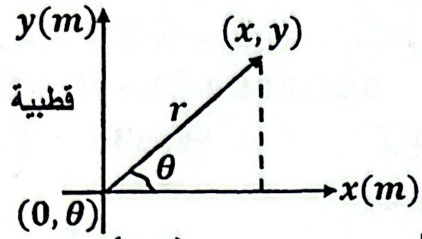
شكل (2)

الاحداثيات الكارتزية: The rectangular coordinates

الاحداثيات الكارتزية في بعدين موضحة بالشكل أدناه وتتكون هذه من محورين (y, x) متعامدين ومتقاطعين عند النقطة $(0, 0)$ والتي تسمى نقطة الأصل Origin point.



الاحداثيات القطبية (Polar coordinates):
نظام المحاور القطبية والذي يحدد بالمسافة r والزاوية θ كما في الشكل التالي حيث نحدد



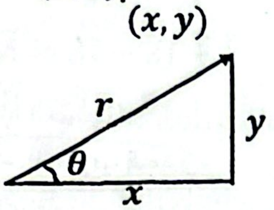
أي نقطة عليه في (r,θ) العلاقة بين الاحداثيات الكارتزية والقطبية أي من (x,y) و (r,θ) موضحة بالشكل أدناه ومن الشكل يبين أن

$$x = r\cos\theta$$
$$y = r\sin\theta$$

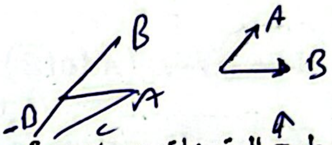
بتربيع المعادلتين وجمعهما نحصل $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

والمعادلات أعلاه تعطي قيمة المحصلة وكذلك $\tan\theta = \frac{y}{x}$

والمعادلة أعلاه تعطي اتجاه المحصلة



العلاقة بين الاحداثيات الكارتزية والقطبية

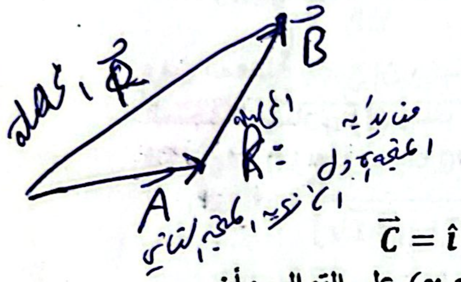


جمع وطرح المتجهات Addition and subtraction of vectors

إذا كان المتجه $\vec{A}$ يمثل بالعلاقة $\vec{A} = \hat{i}A_x + \hat{j}A_y + \hat{k}A_z$

وكان المتجه $\vec{B}$ يمثل بالعلاقة $\vec{B} = \hat{i}B_x + \hat{j}B_y + \hat{k}B_z$

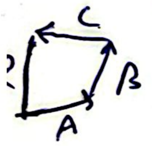
وكان المتجه $\vec{C}$ هو مجموع المتجهين $\hat{A}$ و $\hat{B}$



أي أن:

$$\vec{C} = \hat{i}\sum x + \hat{i}\sum y + \hat{k}\sum z$$

حيث $\sum x, \sum y, \sum z$ هي المجاميع الجبرية للمركبات بالاتجاهات (x,y,z) على التوالي وأن



$$C^2 = \left(\sum x\right)^2 + \left(\sum y\right)^2 + \left(\sum z\right)^2$$

أي ان

$$C = \sqrt{(\sum x)^2 + (\sum y)^2 + (\sum z)^2}$$

س/ جد الاحداثيات الكارتيزية x و y لنقطة تبعد عن محور (0,0) r=5cm
هذا البعد يصنع زاوية (θ=37°) مع محور x الموجب علماً ان cos37=0.8
sin 37=0.6

س/ جد الاحداثيات القطبية للنقطة في المستوي (4,-3)

tan θ = 1.33

(127°,5) = (θ,r)

مثال: إذا كان $C = 2\hat{\imath} - 6\hat{\jmath}$ & $\vec{B} = -3\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}$ & $\vec{A} = 4\hat{\imath} - 3\hat{\jmath}$

جد: $b)\ \vec{D} = \vec{A} + \vec{B} - \vec{C}$ $a)\ \vec{V} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$

$$\hat{V} = (4\hat{\imath} - 3\hat{\jmath}) + (-3\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}) + (2\hat{\imath} - 6\hat{\jmath})$$
$$\vec{V} = (4\hat{\imath} - 3\hat{\jmath}) + (-3\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}) + (2\hat{\imath} - 6\hat{\jmath})$$
$$\hat{V} = 3\hat{\imath} - 7\hat{\jmath}$$
$$\therefore V = \sqrt{(3)^2 + (-7)^2} = \sqrt{9 + 49} = \sqrt{58}$$
$$b)\ \vec{D} = (4\hat{\imath} - 3\hat{\jmath}) + (-3\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}) - (2\hat{\imath} - 6\hat{\jmath})$$
$$\vec{D} = -1\hat{\imath} + 5\hat{\jmath}$$
$$D = \sqrt{(-1)^2 + (5)^2} = \sqrt{1 + 25} = \sqrt{26}$$

ضرب المتجهات: Vector multiplication

أ- الضرب العددي

يرمز للمضروب العددي لمتجهين مثل $\vec{B}, \vec{A}$ بالرمز $\vec{A}, \vec{B}$ ويقرأ $(\vec{A} dot \vec{B})$ ويساوي حاصل ضرب مقداري المتجهين في جيب تمام الزاوية المحصورة بينهما.

$$\vec{A}.\vec{B} = AB\cos\theta$$

ومن المعادلة يتضح ان حاصل الضرب العددي للوحدات المتوازية (الزاوية بينهما صفر) للمتجهات يساوي (1) وذلك لأن $(\cos 0 = 1)$ وحاصل الضرب العددي للوحدات المتعامدة للمتجهات (الزاوية بينهما 90) يساوي صفر لأن $(\cos 90 = 0)$ أي ان:

$$\hat{\imath}.\hat{\imath} = \hat{\jmath}.\hat{\jmath} = \hat{k}.\hat{k} = 1$$
$$\hat{\imath}.\hat{\jmath} = \hat{\jmath}.\hat{k} = \hat{k}.\hat{\imath} = 0$$

فإذا كان المتجه $\vec{A}$ يمثل بالعلاقة التالية:

$$\vec{A} = \hat{\imath}Ax + \hat{\jmath}Ay + \hat{k}Az$$

والمتجه $\vec{B}$ يمثل بالعلاقة التالية:

$$\vec{B} = \hat{\imath}Bx + \hat{\jmath}By + \hat{k}Bz$$

فان

$$\vec{A}.\vec{B} = (\hat{\imath}Ax + \hat{\jmath}Ay + \hat{k}Az).(\hat{\imath}Bx + \hat{\jmath}By + \hat{k}Bz)$$
$$= \hat{\imath}Ax.\hat{\imath}Bx + \cancel{\hat{\imath}Ax.\hat{\jmath}By} + \cancel{\hat{\imath}Ax.\hat{k}Bz}$$
$$+\cancel{\hat{\jmath}Ay.\hat{\imath}Bx} + \hat{\jmath}Ay.\hat{\jmath}By + \cancel{\hat{\jmath}Ay.\hat{k}Bz}$$
$$+\cancel{\hat{k}Az.\hat{\imath}Bx} + \cancel{\hat{k}Az.\hat{\jmath}By} + \hat{k}Az.\hat{k}Bz$$
$$\therefore \vec{A}.\vec{B} = AxBx + AyBy + AzBz$$

إذا كان $A = B$ فان:
$$A^2 = (Ax)^2 + (Ay)^2 + (Az)^2$$

مثال:

إذا كانت R محصلة المتجهين $\overrightarrow{B},\overrightarrow{A}$ المتلاقيان بزاوية θ فبرهن ان

$$R^2 = A^2 + B^2 + 2ABcos\theta$$

الحل:

مكتبة مريم
فوق النادي الطلابي

$$\overrightarrow{R} = \overrightarrow{A} + \overrightarrow{B}$$
$$\overrightarrow{R^2} = \overrightarrow{R}.\overrightarrow{R} = (\overrightarrow{A}+\overrightarrow{B})\cdot(\overrightarrow{A}+\overrightarrow{B})$$
$$= \overrightarrow{A}.\overrightarrow{A} + \overrightarrow{B}.\overrightarrow{B} + 2\overrightarrow{A}.\overrightarrow{B}$$
$$R^2 = A^2 + B^2 + 2ABCos\theta$$

حيث $\overrightarrow{A}.\overrightarrow{B} = ABcos\theta$

مثال:

جد الزاوية بين المتجهين

$$\overrightarrow{A} = 3\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + \hat{k}$$
$$\overrightarrow{B} = \hat{\imath} - 5\hat{\jmath} + 3\hat{k}$$

الحل:

لدينا $\overrightarrow{A}.\overrightarrow{B} = ABcos\theta$

$$\therefore cos\theta = \frac{\overrightarrow{A}.\overrightarrow{B}}{AB} = \frac{(3\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + \hat{k})(\hat{\imath} - 5\hat{\jmath} + 3\hat{k})}{\left(\sqrt{3^2 + (-2)^2 + (1)^2}\right)\left(\sqrt{(1)^2 + (-5)^2 + (3)^2}\right)}$$

$$cos\theta = \frac{3\hat{\imath}.\hat{\imath} + 3\hat{\imath}.(-5\hat{\imath}) + 3\hat{\imath}.3\hat{k} + (-2\hat{\jmath})\hat{\imath} + (-2\hat{\jmath}).(-5\hat{\jmath}) + (-2\hat{\imath}).3k + \hat{k}.\hat{\imath} + \hat{k}.(-5\hat{\jmath}) + \hat{k}.3\hat{k}}{(\sqrt{9+4+1})(\sqrt{1+25+9})}$$

$$cos\theta = \frac{3+10+3}{(\sqrt{14})(35)} = \frac{16}{\sqrt{14\times 35}} = \frac{16}{22.1} = 0.723$$

$$\therefore \theta = 43°$$

ب **الضرب المتجهي للمتجهات:**

يرمز للضرب المتجهي مثل $\overrightarrow{B},\overrightarrow{A}$ بالرمز $(\overrightarrow{A},\overrightarrow{B})$ ويقرأ $(\overrightarrow{AcrossB})$ فإذا كانت المتجه $\overrightarrow{C}$ المحصلة فانه يكون عموديا على المستوى المحدد بالمتجهين $\overrightarrow{B},\overrightarrow{A}$ واتجاهه كما في الشكل:

ان حاصل الضرب الاتجاهي هو كمية متجهة قيمتها
= العددية تساوي حاصل ضرب القيمتين
العددين للمتجهين وجيب الزاوية θ المرصودة
بينهما كما في العلاقة التالية: