



الجامعة المستنصرية

كلية التربية الأساسية

الاحصاء

المحاضرة الثانية (المقاسة)

قدمت من قبل

م.د. ولاء غازي محمد

أ.م.د. محمد علي جلال

2026

الفصل الثاني

العرض الجدولي والتمثيل البياني

العرض الجدولي والتمثيل البياني :

عند جمع البيانات الأولية الخاصة بدراسة ظاهرة ما فإنه عادة لا يمكن الاستفادة منها وهي بهذه الصورة ، لذلك فغالبا ما توضع في جداول مبسطة أو يعبر عنها في صورة أشكال ورسوم بيانية لكي يسهل دراستها وتحليلها .

اولا : العرض الجدولي :

هناك نوعان من الجداول الإحصائية هما :

١- **الجدول البسيط :** وهو الجدول الذي توزع فيه البيانات حسب صفة واحدة ويتألف عادة من عمودين الأول يمثل تقسيمات الصفة أو الظاهرة إلى فئات أو مجموعات والثاني يبين عدد المفردات التابعة لكل فئة أو مجموعة مثل الجدول (١) .

جدول (١)

يبين توزيع عدد من طلبة جامعة ما حسب أوزانهم بال (كغم)

فئات الوزن بال (كغم)	عدد الطلبة
٦٢ - ٦٠	٥
٦٥ - ٦٣	١٥
٦٨ - ٦٦	٤٥
٧١ - ٦٩	٢٧
٧٤ - ٧٢	٨
المجموع	١٠٠

تعريف مهمة :

- الفئات : وهي المجاميع التي قسمت إليها قيم المتغير .
 - حدود الفئات : لكل فئة حدان حقيقيان ، حد أدنى حقيقي وحد أعلى حقيقي .
 - طول الفئة : وهو مقدار المدى بين حدين الفئة ، ويستحسن أن تكون أطوال الفئات متساوية لتسهيل العمليات الحسابية .
 - مركز الفئة : لكل فئة مركز هو عبارة عن منتصف المدى بين حدي الفئة الأدنى والأعلى
 - تكرار الفئة : وهي عدد المفردات أو القيم التي تقع في مدى تلك الفئة ، وان مجموع التكرارات يجب أن يكون دائما مساويا للعدد الكلي لقيم الظاهرة .
- وجداول (٣) يوضح ما سبق شرحه بالتفصيل

٢- **الجدول المركب** : وهو الجدول الذي توزع فيه البيانات حسب صفتين أو ظاهرتين أو أكثر في نفس الوقت، فمثلاً الجدول المزدوج لصفتين يتألف من :

الصفوف : وتمثل فئات أو مجاميع إحدى الصفتين .

والأعمدة : وتمثل فئات أو مجاميع الصفة الأخرى .

أما المربعات التي تقابل الصفوف والأعمدة فتحتوي على عدد المفردات أو التكرارات المشتركة في فئات ومجاميع كلا الصفتين ، والجدول (٢) يبين ذلك .

جدول (٢)

يبين توزيع عدد من طلبة كلية التربية الرياضية حسب صفتي الطول والوزن

المجموع	٨٠ - ٧١	٧٠ - ٦١	٦٠ - ٥١	الوزن(كغم) الطول(سم)
٣٠	٤	٦	٢٠	١٤٠ - ١٢١
٥٢	١٠	٤٠	٢	١٦٠ - ١٤١
١٨	١٠	٦	٢	١٨٠ - ١٦١
١٠٠	٢٤	٥٢	٢٤	المجموع

وسنشرح الآن بالتفصيل كيفية إنشاء أو تكوين جدول التوزيع التكراري ، وهو جدول بسيط يتكون من عمودين الأول وتقسّم فيه قيم المتغير إلى أقسام ومجموعات تدعى بالفئات والثاني يبين مفردات كل فئة ويسمى بالتكرار كما في جدول (١) .

جدول (٣)

التوزيع التكراري لدرجات ٨٠ طالب في مادة الإحصاء مبينا فيه الحدود الحقيقية ومراكز الفئات :

ت	الفئات	الحدود الحقيقية للفئات	مركز الفئة	التكرار
١	٣١ - ٤٠	٣٠.٥ - ٤٠.٥	٣٥.٥	١
٢	٤١ - ٥٠	٤٠.٥ - ٥٠.٥	٤٥.٥	٢
٣	٥١ - ٦٠	٥٠.٥ - ٦٠.٥	٥٥.٥	٥
٤	٦١ - ٧٠	٦٠.٥ - ٧٠.٥	٦٥.٥	١٥
٥	٧١ - ٨٠	٧٠.٥ - ٨٠.٥	٧٥.٥	٢٥
٦	٨١ - ٩٠	٨٠.٥ - ٩٠.٥	٨٥.٥	٢٠
٧	٩١ - ١٠٠	٩٠.٥ - ١٠٠.٥	٩٥.٥	١٢
	المجموع			٨٠

خذ مثلا الفئة الرابعة = (٦١ - ٧٠) :

فالحد الأدنى للفئة الرابعة ٦١ ، والحد الأعلى للفئة الرابعة ٧٠ وطول الفئة الرابعة يمكن حسابه من خلال :

$$١- \text{طول الفئة} = \text{الحد الأعلى} - \text{الحد الأدنى} = ٦١ - ٧٠ = ١ + ٦١ - ٧٠ = ١٠$$

$$٢- \text{طول الفئة} = \text{الحد الحقيقي الأعلى} - \text{الحد الحقيقي الأدنى لتلك الفئة} \\ = ٦٠.٥ - ٧٠.٥ = ١٠ .$$

$$٣- \text{طول الفئة} = \text{الفرق بين الحدين الأدنى (أو الأعلى) لفئتين متتاليتين}$$

$$\text{الفرق بين الحدين الأدنى} = ٦١ - ٧١ = ١٠$$

$$\text{الفرق بين الحدين الأعلى} = ٨٠ - ٧٠ = ١٠$$

٤- طول الفئة = الفرق بين الحدين الأدنى (أو الأعلى) الحقيقيين لفئتين متتاليتين

$$\text{الفرق بين الحدين الحقيقيين الأدنى} = ٧٠.٥ - ٦٠.٥ = ١٠$$

$$\text{الفرق بين الحدين الحقيقيين الأعلى} = ٨٠.٥ - ٧٠.٥ = ١٠$$

$$٥- \text{طول الفئة} = \text{الفرق بين مركزي فئتين متتاليتين} = ٧٥.٥ - ٦٥.٥ = ١٠$$

الحدود الحقيقية للفئات : يمكن حساب الحدود الحقيقية لأي فئة بإحدى الطرق الآتية:

$$١- \text{الحد الحقيقي الأدنى لأي فئة} = \text{مركز تلك الفئة} - \text{نصف طول تلك الفئة.}$$

$$\text{الحد الحقيقي الأعلى لأي فئة} = \text{مركز تلك الفئة} + \text{نصف طول تلك الفئة}$$

$$\text{فالحد الحقيقي الأدنى للفئة الرابعة} = \text{مركز الفئة الرابعة} - \frac{1}{2} \text{ (طول}$$

الفئة الرابعة)

$$= ٦٥.٥ - \frac{1}{2} (١٠) = ٦٠.٥$$

$$\text{أما فالحد الحقيقي الأعلى للفئة الرابعة} = \text{مركز الفئة الرابعة} +$$

$$\frac{1}{2} \text{ (طول الفئة الرابعة)}$$

$$= ٦٥.٥ + \frac{1}{2} (١٠) = ٧٠.٥$$

الحد الأدنى للفئة + الحد الأعلى للفئة السابقة

$$٢ - \text{الحد الحقيقي الأدنى لأي فئة} = \frac{\text{الحد الأدنى للفئة} + \text{الحد الأعلى للفئة السابقة}}{٢}$$

٢

الحد الأعلى للفئة + الحد الأدنى للفئة اللاحقة

$$\text{الحد الحقيقي الأعلى لأي فئة} = \frac{\text{الحد الأعلى للفئة} + \text{الحد الأدنى للفئة اللاحقة}}{٢}$$

٢

$$\text{فالحـد الحقيقى الأدنى للفتة الرابعة} = \frac{60 + 61}{2} = 60.5$$

$$\text{أما فالحـد الحقيقى الأعلى للفتة الرابعة} = \frac{71 + 70}{2} = 70.5$$

مركز الفتة : وتحسب بإحدى الطريقتين الآتيتين :

$$\begin{aligned} \text{الحد الأدنى} + \text{الحد الأعلى} \\ \hline 2 \\ 60 + 61 \\ \hline 60.5 = \text{فمركز الفتة الرابعة} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{الحد الأدنى الحقيقى} + \text{الحد الأعلى الحقيقى} \\ \hline 2 \\ \text{فمركز الفتة} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 70.5 + 60.5 \\ \hline 65.5 = \text{فمركز الفتة الرابعة} \end{aligned}$$

• الجداول التكرارية :

كيفية وضع البيانات في جدول تكراري ؟

■ لإنشاء جدول تكراري يجب اتباع الخطوات الآتية :

- ١ - استخراج مدى المتغير .
- ٢ - اختيار وتحديد عدد الفئات .
- ٣ - إيجاد طول الفئة .
- ٤ - كتابة حدود الفئات .
- ٥ - استخراج عدد التكرارات لكل فئة .

مثال : القيم التالية تمثل درجات ٨٠ طالب في مادة الإحصاء ، المطلوب

إنشاء جدول تكراري لهذه الدرجات .

٦٣	٦٠	٨٠	٨٧	٩٨	٨١	٧٤	٤٨	٧٩	٨٠
٧٦	٦٣	٧٨	٨٢	٩٣	٩١	٧٠	٩٠	٨٠	٨٤
٨٨	٨٣	٨٣	٧٤	٨١	٥٦	٦٥	٩٢	٧٠	٧١
٧٠	٨٢	٨٦	٨٣	٩٣	٦٥	٥١	٨٥	٦٨	٧٢
٦٦	٦٠	٦٨	٨٦	٤٣	٧٤	٧٣	٨٣	٩٠	٣٥
٨٨	٦٧	٧٥	٦٧	٧٢	٩٠	٧١	٧٦	٩٢	٩٣
٧٩	٨٩	٨١	٨٨	٩١	٩٧	٧٢	٦١	٨٠	٩١
٧٥	٦٣	٧٧	٧١	٥٩	٨٠	٩٥	٩٩	٧٠	٧٤

الحل : نتبع الخطوات التالية :

١ - استخراج المدى :

$$\text{المدى} = \text{أعلى قيمة} - \text{أقل قيمة} = ٩٩ - ٣٥ = ٦٤$$

٢ - اختيار وتحديد عدد الفئات : سنختار عدد الفئات اختياراً على ان لا تقل عن خمسة ولا تزيد عن خمسة عشر فئة وذلك تبعاً لطبيعة البيانات وعدد مفرداتها ومدى التغير فيها .
ولنفرض اننا اخترنا ٧ فئات .

٣ - ايجاد طول الفئة : يجب ان لا يقل طول الفئة عن مدى التغير مقسمة على عدد الفئات ومقربة الى اقرب عدد صحيح اكبر .
المدى

$$\text{طول الفئة} = \frac{64 - 7}{9.14} = 6.4$$

عدد الفئات

ويفضل ان يكون (١٠) .

٤ - كتابة حدود الفئات : يجب كتابة حدود الفئات بحيث ان جميع قيم المتغير تقع بين الحد الادنى للفئة الاولى والحد الاعلى للفئة الاخيرة .
ويستحسن ان نبدأ بكتابة الحد الادنى للفئة الاولى بقيمة اصغر رقم او اقل من ذلك بقليل وتنتهي بالحد الاعلى بقيمة اكبر قيمة او اكثر من ذلك بقليل .

فمثلاً اصغر قيمة من قيم الدرجات هي ٣٥ لذا فمن الممكن ان يكون الرقم ٣١ يمثل الحد الادنى للفئة الاولى ، وبما ان طول الفئة هو ١٠ لذا يكون حدي الفئة الاولى هما (٣١ - ٤٠) والفئة الثانية تبدأ من (٤١ - ٥٠) بينما الفئة السابعة والاخيرة هي (٩١ - ١٠٠) .

٥ - استخراج عدد التكرارات : ويتم ذلك بتسجيل القيم الاصلية واحدة بعد الاخرى في الفئة الخاصة به على شكل ارقام كما مبين بالجدول (٤) .

جدول (٤) يبين التوزيع التكراري لدرجات ٨٠ طالب في مادة الإحصاء

الفئات	التكرار
٣١ - ٤٠	١
٤١ - ٥٠	٢
٥١ - ٦٠	٥
٦١ - ٧٠	١٥
٧١ - ٨٠	٢٥
٨١ - ٩٠	٢٠
٩١ - ٩٩	١٢
المجموع	٨٠

هذا ويجب التأكد بأن المجموع الكلي للتكرارات يساوي العدد الكلي لقيم المتغير .
 جدول التوزيع التكراري النسبي : وهو جدول يبين الأهمية النسبية لكل فئة ،
 ويحسب التكرار النسبي لكل فئة بالطريقة الآتية :

$$\text{التكرار النسبي لأي فئة} = \frac{\text{تكرار تلك الفئة}}{\text{مجموع التكرارات}}$$

تكرار الفئة الرابعة

ومن الجدول نجد ان التكرار النسبي للفئة الرابعة =
مجموع التكرارات

$$= \frac{15}{80} = 0.1875$$

وعادة يوضع التكرار النسبي كنسبة مئوية وذلك بضرب كل تكرار نسبي
× 100 % ، كما مبين في جدول (٥) .

جدول (٥)

الفئات	التكرار	التكرار النسبي	التكرار المئوي
٣١ - ٤٠	١	٠.٠١٢٥	١.٢٥
٤١ - ٥٠	٢	٠.٠٢٥٠	٢.٥٠
٥١ - ٦٠	٥	٠.٠٦٢٥	٦.٢٥
٦١ - ٧٠	١٥	٠.١٨٧٥	١٨.٧٥
٧١ - ٨٠	١٢	٠.٣١٢٥	٣١.٢٥
٨١ - ٩٠	٢٠	٠.٢٥٠٠	٢٥.٠٠
٩١ - ٩٩	١٢	٠.١٥٠٠	١٥.٠٠
المجموع	٨٠	١.٠٠٠٠	١٠٠.٠٠

التوزيعات المتجمعة : يبين جدول التوزيع التكراري العادي الذي سبق شرحه توزيع قيم المتغير على الفئات المختلفة ، ولكن في بعض الاحيان يكون هناك حاجة الى معرفة عدد القيم او المفردات التي تقل او تزيد عن قيمة معينة ، والجدول التي تمثل ذلك تدعى بالجدول التكرارية المتجمعة، وهناك نوعان من هذه الجداول هي :

١ - جدول التوزيع التكراري التجميعي التصاعدي:

وهو الجدول الذي يعطينا عدد المفردات التي تقل قيمتها عن الحد الادنى لفئة معينة ويتكون من عمودين .

العمود الاول : نكتب فيه حدود الفئات كما موضح في جدول (٦) .

العمود الثاني : نكتب فيه التكرار التجميعي التصاعدي كما يأتي :

تكرار ما قبل الفئة الاولى = صفر

تكرار الفئة الاولى = ك ١

تكرار الفئة الثانية = ك ١ + ك ٢

تكرار الفئة الثالثة = ك ١ + ك ٢ + ك ٣

وهكذا بحيث ان التكرار التجميعي التصاعدي للفئة الاخيرة = مجموع التكرارات .

جدول (٦)

يبين التوزيع التكراري التجميعي التصاعدي لدرجات الطلاب

حدود الفئات	التكرار التجميعي التصاعدي
اقل من ٣١	صفر
اقل من ٤١	١
اقل من ٥١	٣
اقل من ٦١	٨

٢٣	أقل من ٧١
٤٨	أقل من ٨١
٦٨	أقل من ٩١
٨٠	أقل من ١٠١

٢ - جدول التوزيع التكراري التجميعي التنازلي :

وهو الجدول الذي يعطينا عدد المفردات التي تزيد قيمتها عن الحد الأدنى لفئة معينة ويتكون من عمودين .

العمود الأول : نكتب فيه حدود الفئات.

العمود الثاني : نكتب فيه التكرار التجميعي التنازلي كما يأتي :

تكرار الفئة الأولى = مجموع التكرارات

تكرار الفئة الثانية = مجموع ك - ك ١

تكرار الفئة الثالثة = مج ك - ك ١ - ك ٢

وهكذا كما موضح في جدول (٧) .

جدول (٧)

يبين التوزيع التكراري التجميعي التنازلي لدرجات الطلاب

حدود الفئات	التكرار التجميعي التنازلي
٣١ فأكثر	٨٠
٤١ فأكثر	٧٩
٥١ فأكثر	٧٧
٦١ فأكثر	٧٢
٧١ فأكثر	٥٧

٣٢	٨١ فأكثر
١٢	٩١ فأكثر
صفر	١٠١ فأكثر

أمثلة للحل :

(١) الجدول التالي يبين التوزيع التكراري لدرجات الطلاب في مادة كرة السلة:

فئات الدرجات	التكرار
٣٩ - ٣٠	٨
٤٩ - ٤٠	١٠
٥٩ - ٥٠	١٦
٦٩ - ٦٠	١٤
٧٩ - ٧٠	١٠
٨٩ - ٨٠	٥
٩٩ - ٩٠	٢
المجموع	٦٥

والمطلوب إيجاد قيمة كل مما يلي :

- ١ - الحد الأدنى للفئة السادسة . ٢ - الحد الأعلى للفئة الرابعة . ٣ - مركز الفئة الخامسة .
- ٤ - طول الفئة الخامسة . ٥ - تكرار الفئة الثالثة . ٦ - التكرار النسبي للفئة الرابعة .

(٢) : اكمل جدول التوزيع التكراري التالي :

الفئات	مركز الفئات	الحدود الحقيقية	التكرار	التكرار النسبي	التكرار المنوي
	٤		٢		
	٩		٥		
	١٤		١٠		
	١٩		٢٥		
	٢٤		٨		
المجموع			٥٠		

ثانيا : التمثيل البياني :

ان الرسوم والصور والاشكال الهندسية ماهي الا تعبير وتوضيح للبيانات بطريقة جذابة وسهلة وفعالة تساعد القارئ على فهم واستيعاب قيم الظاهرة ومقارنتها مع بعضها .

ووسائل التمثيل البياني كثيرة ومتنوعة وسنكتفي هنا بشح العرض البياني للتوزيعات التكرارية فقط ، وعادة نخصص المحور الافقي او الاحداثي السيني لتمثل قيم او فئات المتغير بينما نخصص المحور العمودي الاحداثي الصادي لتمثل تكرارات هذا المتغير ويجب دائما ان يبدأ تدريج المحور العمودي من الصفر .

١ - التمثيل البياني لجدول التوزيع التكراري :

أ : المدرج التكراري : وهو عبارة عن مستطيلات رأسية تمتد قواعدها على المحور الأفقي لتمثل أطوال الفئات بينما ارتفاعاتها تمثل تكرارات الفئات .

ولرسم المدرج التكراري نتبع مايلي :

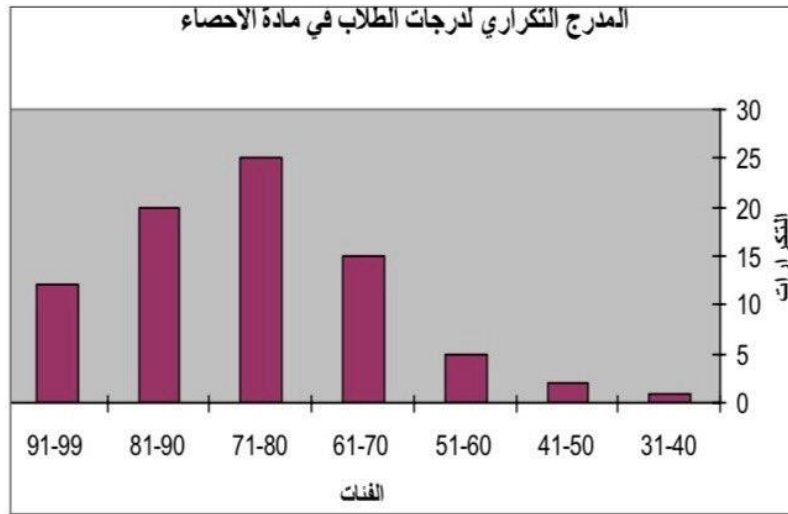
١ . رسم المحور الأفقي والعمودي .

٢ . تدريج المحور الأفقي إلى أقسام متساوية بمقياس رسم مناسب بحيث

يشمل جميع الحدود الحقيقية للفئات ويفضل ترك مسافة صغيرة بين نقطة

الصفر والحد الأدنى للفئة الأولى ، ويقسم المحور العمودي الى اقسام متساوي بحيث تشمل على اكبر التكرارات .

٣. يرسم على كل فئة مستطيلا رأسيا تمثل قاعدته طول تلك الفئة وارتفاعه تمثل تكرار تلك الفئة ، والشكل (١) يمثل المدرج التكراري لجدول (٤) .



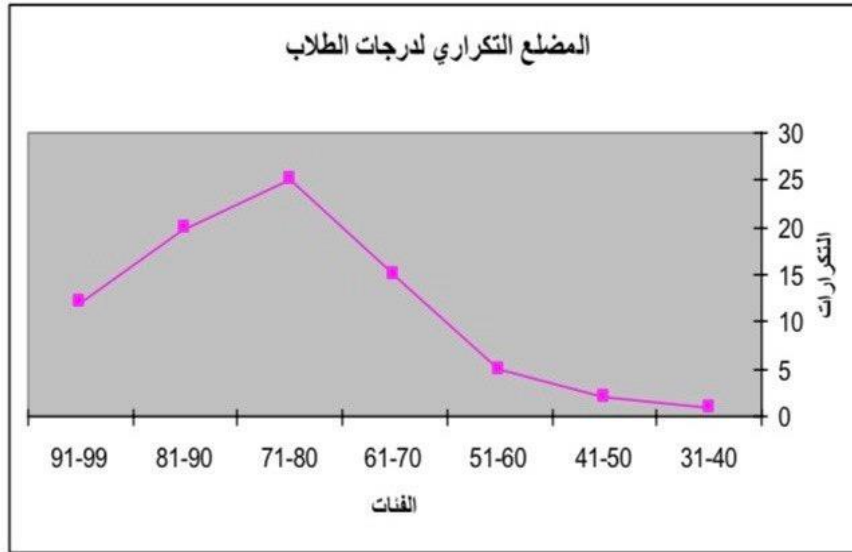
شكل (١) المدرج التكراري لدرجات الطلاب في مادة الإحصاء

ب - **المضلع التكراري** : وهو عبارة عن خطوط متكسرة تصل بين نقاط كل منها واقعة فوق مركز فئة على ارتفاع يمثل تكرار تلك الفئة ، وعادة يقفل المضلع بان نصل بداية المضلع بالمحور الافقي بمركز فئة (خيالية) واقعة الى يمين اخر فئة

تكرارها صفرا وبذلك تكون مساحة المضلع التكراري مساوية لمساحة المدرج التكراري .

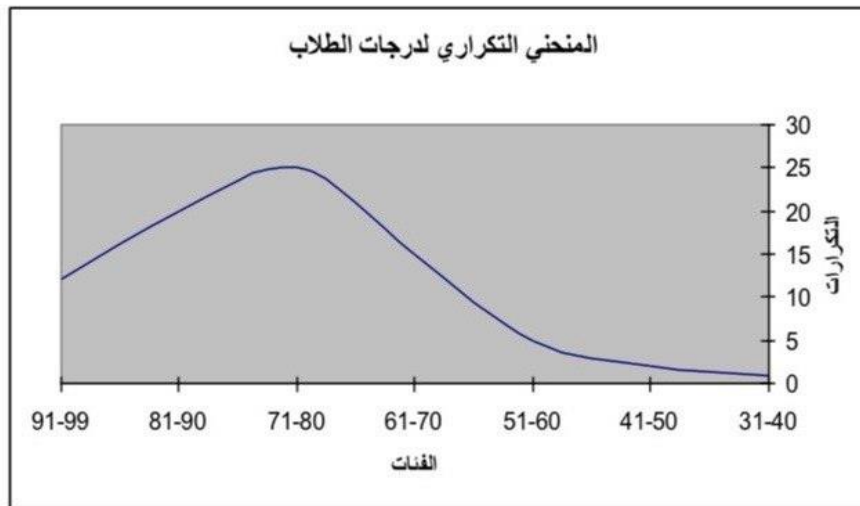
ولرسم المضلع التكراري نتبع الخطوات الآتية :

١. رسم المحور الأفقي والعمودي .
 ٢. تدريج المحور الأفقي الى اقسام متساوية بمقياس رسم مناسب بحيث يشمل جميع الحدود الحقيقية للفئات ويفضل ترك مسافة صغيرة بين نقطة الصفر والحد الأدنى للفئة الأولى ، ويقسم المحور العمودي الى اقسام متساوي بحيث تشمل على أكبر التكرارات .
 ٣. وضع نقطة امام مركز كل فئة ارتفاعها يعادل تكرار تلك الفئة .
 ٤. توصيل تلك النقاط بخطوط مستقيمة .
- والشكل (٢) يمثل المضلع التكراري لجدول (٤) .



شكل (٢) المضلع التكراري لدرجات الطلاب في مادة الاحصاء

ج - المنحني التكراري : وهو عبارة عن منحني يمر بمعظم النقاط الواقعة على مراكز الفئات والتي ارتفاعها يمثل تكرارات تلك الفئات. وعادة يقل المنحني التكراري بان نصل بدايته بالحد الأدنى للفئة الأولى ونهايته بالحد الأعلى للفئة الأخيرة وتكون مساحة المنحني مكافئة وليست مساوية للمضلع التكراري. كما في شكل (٣) .



شكل (٣) المنحني التكراري لدرجات الطلاب في مادة الإحصاء

د - الدائرة البيانية : تعتبر الدائرة البيانية من أكثر الأشكال استخداما لعرض البيانات الجدولية ، اذ يعتمد هذا الشكل على تقسيم الدائرة الى اجزاء تفصيلية يدل

$$\text{المساحة داخل الدائرة} = \frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} \times 360^\circ$$

مثال : يكون طلبة المرحلة الرابعة (الاختصاص) في كلية التربية الرياضية - ديالى من (١٢٥) طالبا موزعين على الاختصاصات الآتية:

الاختصاص	العدد
كرة القدم	٣٥
كرة السلة	٢٢
كرة اليد	١٩
الكرة الطائرة	٣٢
الساحة والميدان	١٧

المطلوب رسم الشكل البياني بواسطة الدائرة البيانية؟
الحل : نجد نسبة مايمثله كل اختصاص داخل الدائرة من خلال تطبيق القانون السابق وهو : (شكل ٤) .

$$\text{المساحة داخل الدائرة} = \frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} \times 360^\circ$$

الكل

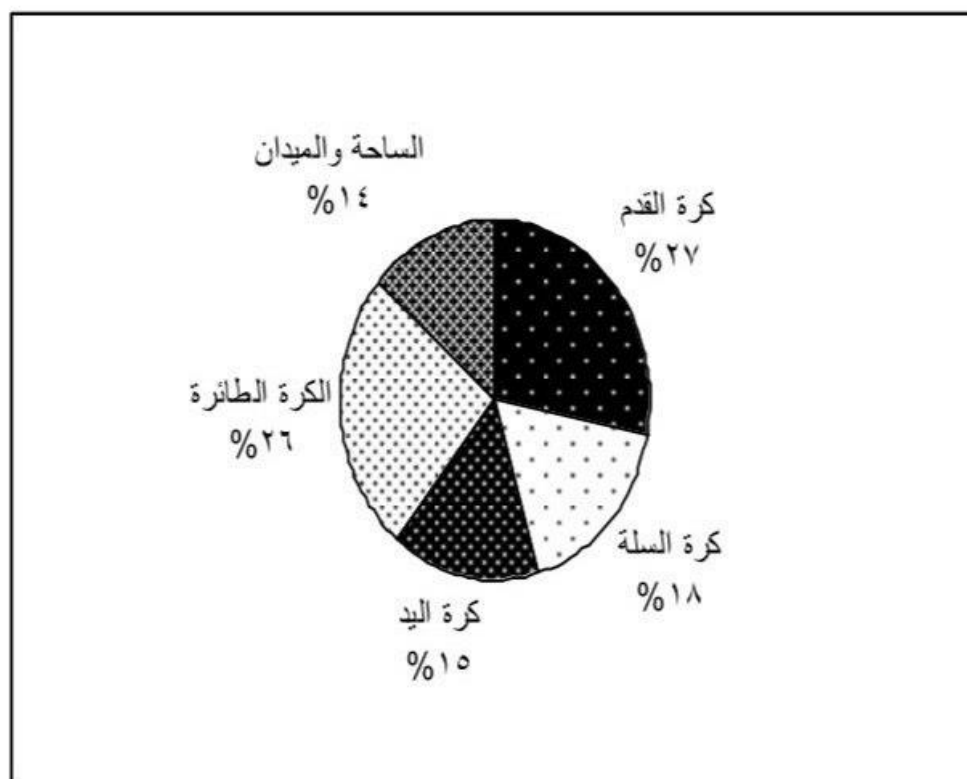
$$\text{كرة القدم} = \frac{35}{125} \times 360 = 100.8$$

$$\text{كرة السلة} = \frac{22}{125} \times 360 = 63.36$$

$$\text{كرة اليد} = \frac{19}{125} \times 360 = 54.72$$

$$\text{الكرة الطائرة} = \frac{32}{125} \times 360 = 92.16$$

$$\text{الساحة والميدان} = \frac{17}{125} \times 360 = 48.96$$



شكل (٤) يبين الدائرة البيانية لعدد طلاب الاختصاص

