



الجامعة المستنصرية
كلية التربية الأساسية

الاحصاء

المحاضرة الثالثة (المقاصة)

قدمت من قبل

م.د. ولاء غازي محمد

أ.م.د. محمد علي جلال

2026

الفصل الثالث

مقاييس النزعة المركزية

مقاييس النزعة المركزية :

يقصد بمقاييس النزعة المركزية بأنها عبارة عن قيم كمية ذات موقع مركزي، تمثل أو تصف مجموعة من البيانات عن ظاهرة معينة وتظهر معالمها الأساسية، أو هي تلك المقاييس التي تبحث في تقدير قيمة تتمركز حولها أغلبية هذه البيانات (وهي رقم واحد يعبر عن أو يمثل جميع بيانات تلك المجموعة) ، وهي شائعة الاستعمال والتداول ، ويعبر عنها دائما بأنها القيم التي تعبر عن سلوك الظواهر المختلفة ولذلك يهتم الباحثون بدراستها .

واهم مقاييس النزعة المركزية في مجال التربية الرياضية استخداما هي:

١. الوسط الحسابي (المتوسط).

٢. الوسيط.

٣. المنوال.

أولاً: أ/ الوسط الحسابي (من بيانات غير مبوبة) .

الوسط الحسابي أو المتوسط لقيم ما، هو القيمة الناتجة من قسمة مجموع تلك القيم على عددها ويرمز له بالرمز (س -) .

ويمكن حسابه بالطرق الآتية :

(أ) من بيانات غير مبوبة: إذا كانت لدينا مجموعة من القيم (ن) فان الوسط الحسابي لها هو:

$$\text{س} = \frac{\text{مجم س}}{\text{ن}}$$

مثال: جد الوسط الحسابي لمجموعة القيم الآتية:

١٢ ، ٢ ، ٢٢ ، ١٧ ، ٠ ، ٥ ، ١٥ ، ٧

الحل:

$$س- = \frac{٧ + ١٥ + ٥ + ٠ + ١٧ + ٢٢ + ٢ + ١٢}{٨} = ١٠$$

(ب) الوسط الحسابي (من بيانات مبوبة):

إذا كان لدينا جدول توزيع تكراري مبين فيه الفئات وتكراراتها فان

مج س ك

$$س- = \frac{\text{مج س ك}}{\text{مج ك}}$$

مج ك

إذ أن: مج س ك : يعني المجموع الكلي لحاصل ضرب كل تكرار في مركز فئته.

مج ك : يعني المجموع الكلي للتكرارات .

أما خطوات إيجاد الوسط الحسابي في البيانات المبوبة هي :

١. تعيين مراكز الفئات .

٢. ضرب مركز كل فئة بمقدار تكرارها .

٣. قسمة مجموع حاصل (ضرب مركز كل فئة × تكرارها) على مجموع

التكرارات.

مثال : استخراج الوسط الحسابي من الجدول التكراري الآتي:

فئات الوزن بال (كغم)	عدد الطلبة
٦٠ - ٦٢	٥
٦٣ - ٦٥	١٥
٦٦ - ٦٨	٤٥
٦٩ - ٧١	٢٧
٧٢ - ٧٤	٨

٣. إن قانون الوسط الحسابي يمكن معالجته جبريا وتحويله من صورة إلى أخرى واستنباط أشكال رياضية مفيدة من جراء ذلك على عكس المتوسطات الأخرى التي لا تتوفر في قوانينها هذه الخاصية .

٤. المتوسط الحسابي أكثر ثباتا من المتوسطات الأخرى.

٥. لا تتأثر قيمته كثيرا في حالة إعادة تنظيم الجدول للتوزيع التكراري، أي في حالة توزيع المشاهدات على فئات جديدة مغايرة في أطوالها للفئات الأصلية

عيوب الوسط الحسابي :

١. يتأثر بالقيم المتطرفة .

٢. لا يصلح لتمثيل البيانات المبوبة والتي تحتوي على فئات مفتوحة ، لان مراكز هذه الفئات يصعب تحديدها .

٣. لا يصلح المتوسط الحسابي لتمثيل البيانات الإحصائية المبوبة والتي تتوزع قيمها دون انتظام على الفئات المختلفة.

٤. لا يمكن إيجادها بالطرائق البيانية .

ج /الوسط الحسابي المرجح " الموزون " :

عند حساب الوسط الحسابي كنا نعطي جميع القيم الاهمية نفسها وبالتالي نجعلها ونقسمها على عددها ، ولكن في بعض الاحيان تكون لبعض القيم اهمية تزيد او تنقص عن اهمية القيم الاخرى ، فعندئذ لا نعامل جميع القيم نفس المعاملة ، بل تكرر كل قيمة عددا من المرات حسب اهميتها .

أي نرجح كل قيمة بوزن يتناسب مع اهميتها فاذا فرضنا ان لدينا القيم

التالية :

س١ ، س٢ ، س٣ س ن

وكانت اهمية كل قيمة تتناسب مع الاوزان التالية :

و١ ، و٢ ، و٣ ون

المجموع	١٠٠
---------	-----

الحل: عين مركز الفئات ثم اضرب مركز كل فئة في تكرارها كما في الجدول

(٨) أدناه:

فئات الوزن بال (كغم)	عدد الطلبة	مركز الفئة	التكرار × مركز الفئة
٦٠ - ٦٢	٥	٦١	٣٠٥
٦٣ - ٦٥	١٥	٦٤	٩٦٠
٦٦ - ٦٨	٤٥	٦٧	٣٠١٥
٦٩ - ٧١	٢٧	٧٠	١٨٩٠
٧٢ - ٧٤	٨	٧٣	٥٨٤
المجموع	١٠٠		٦٧٥٤

$$\text{س-} = \frac{\text{مجم س ك}}{\text{مجم ك}} = \frac{٦٧٥٤}{١٠٠} = ٦٧.٥٤$$

مميزات الوسط الحسابي:

١. هو المقياس الوحيد بين مقاييس النزعة المركزية التي تعتمد قيمته على قيم جميع البيانات .
٢. الوسط الحسابي فكرته سهلة وواضحة ويمكن حسابه بسهولة ودقة أكثر من غيره.

٣. إن قانون الوسط الحسابي يمكن معالجته جبريا وتحويله من صورة إلى أخرى واستنباط أشكال رياضية مفيدة من جراء ذلك على عكس المتوسطات الأخرى التي لا تتوفر في قوانينها هذه الخاصية .

٤. المتوسط الحسابي أكثر ثباتا من المتوسطات الأخرى.

٥. لا تتأثر قيمته كثيرا في حالة إعادة تنظيم الجدول للتوزيع التكراري، أي في حالة توزيع المشاهدات على فئات جديدة مغايرة في أطوالها للفئات الأصلية

عيوب الوسط الحسابي :

١. يتأثر بالقيم المتطرفة .

٢. لا يصلح لتمثيل البيانات المبوبة والتي تحتوي على فئات مفتوحة ، لان مراكز هذه الفئات يصعب تحديدها .

٣. لا يصلح المتوسط الحسابي لتمثيل البيانات الإحصائية المبوبة والتي تنتزع قيمها دون انتظام على الفئات المختلفة.

٤. لا يمكن إيجاده بالطرائق البيانية .

ج /الوسط الحسابي المرجح " الموزون " :

عند حساب الوسط الحسابي كنا نعطي جميع القيم الاهمية نفسها وبالتالي نجمعها ونقسمها على عددها ، ولكن في بعض الاحيان تكون لبعض القيم اهمية تزيد او تنقص عن اهمية القيم الاخرى ، فعندئذ لا نعامل جميع القيم نفس المعاملة ، بل تكرر كل قيمة عددا من المرات حسب اهميتها .

أي نرجح كل قيمة بوزن يتناسب مع اهميتها فاذا فرضنا ان لدينا القيم

التالية :

س١ ، س٢ ، س٣ س ن

وكانت اهمية كل قيمة تتناسب مع الاوزان التالية :

و١ ، و٢ ، و٣ ون

فيحسب الوسط الحسابي المرجح عن طريق جمع حاصل ضرب كل قيمة في وزنها وقسمة حاصل الجمع على مجموع الاوزان وذلك كما يلي :

$$\text{الوسط الحسابي المرجح} = \frac{1 \text{ س } 1 + 2 \text{ س } 2 + 3 \text{ س } 3 + \dots + \text{ون س } \text{ن}}{\text{ن}}$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + \text{ون}$$

وللاختصار يكون :

$$\text{س}' = \text{مج س و}$$

مج و

نلاحظ في الامثلة السابقة لايجاد الوسط الحسابي البسيط كانت القيم متعادلة في الاهمية ، ولكن نفترض ان القيمة س ١ تكررت ك ١ مرة والقيمة س ٢ تكررت ك ٢ مرة والقيمة س ٣ تكررت ك ٣ وهكذا .
وان ك ١ و ك ٢ و ك ٣ غير متساوية هل يحسب الوسط الحسابي بالطرق السابقة نفسها ؟ لا شك ان استعمال الطريقة نفسها يجعلنا نحصل على قيمة مضللة بعض الشيء اذ انه يجب ان يؤخذ عدد مرات تكرار كل قيمة في حسابنا حتى نحصل على وسط حسابي غير مضلل ، ان عدد مرات تكرار القيم يدل على اهميتها ولذلك نسميها الاوزان والوسط الحسابي لهذا النوع من القيم نسميه الوسط الحسابي المرجح حيث اننا نرجح كل قيمة بوزنها الذي يدل على اهميتها والوسط المحسوب بهذه الطريقة يتوفر فيه كذلك الخاصيتان التي سبق الاشارة اليهما .
حيث اننا في الواقع لم نغير شيئا في طريقة الحساب اذ بدل ان نكرر س ١ جمعا و ١ مرة ضربناها في ك ١ . وكذلك بدل ان نكرر س ٢ جمعا ك ٢ مرة ضربناها في ك ٢ ، اما المقام $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + \text{ون}$ فهذا يدل ايضا على العدد الكلي للقيم الموجودة في البسط .

مثال :

نفرض ان (١٠٠٠) مدرب يحصل كل منهم على اجر (٥) دنانير ، وان (١٠) مدربين يحصل كل منهم على اجر (١٠٦) دينار اذا حسبنا الوسط الحسابي كالاتي :

$$\frac{٥ + ١٠٦}{٢} = ٥٥.٥ \text{ دينار}$$

نلاحظ انه قيمة مضللة حيث ان معظم المدربين يتقاضون في الواقع اجرا لا يزيد عن خمسة دنانير ولكن بحساب الوسط الحسابي المرجح :

$$\frac{١٠٠٠ \times ٥ + ١٠ \times ١٠٦}{١٠٠٠ + ١٠} = \frac{٦٠٦٠}{١٠١٠} = ٦$$

وهو اجر قريب جدا من اجر غالبية المدربين .

مثال : في ثلاث ألعاب رياضية يوجد عدد مختلف من اللاعبين على التوالي ٢٠ – ٢٥ – ٣٠ وان معدل اوزان اللاعبين بالكيلوغرام كانت على التوالي ٦٤ – ٦١ – ٥٨ المطلوب ايجاد الوسط الحسابي المرجح لاوزان جميع اللاعبين في الالعب الرياضية الثلاثة ؟

الحل :

$$\text{س}' = \frac{\text{س}١ \text{ و}١ + \text{س}٢ \text{ و}٢ + \text{س}٣ \text{ و}٣}{١ + ٢ + ٣}$$

$$\text{س}' = \frac{(٢٠ \times ٦٤) + (٢٥ \times ٦١) + (٣٠ \times ٥٨)}{١ + ٢ + ٣}$$

$$٣٠ + ٢٥ + ٢٠$$

س' = ٥٩.٢ كغم

ايجاد الوسط الحسابي المرجح في حالة وجود نسبة مئوية :

مثال :وجه سؤال الى (١٠٠٠) طالب من جامعة بغداد ، فيما اذا كانوا يمارسون الرياضة بشكل منتظم فاجاب (٤٠ %) منهم بالايجاب ، كما وجه السؤال نفسه الى طالبات من الجامعة نفسها والبالغ عددهن (٣٠٠) طالبة ، فكانت الاجابة (٢٥ %) منهن ايجابية ، المطلوب : معرفة النسبة المئوية لاجابة جميع الطلبة .

$$\text{س' المرجح} = \frac{\text{س' ١ و ١} + \text{س' ٢ و ٢}}{١ + ٢}$$

حيث تشير كل من س' ١ و س' ٢ الى النسبة المئوية وتشير و ١، و ٢ الى افراد المجموعة من الجنسين (الاوزان) .

$$\text{س'} = \frac{(١٠٠٠ \times ٤٠) + (٣٠٠ \times ٢٥)}{٣٠٠ + ١٠٠٠} = ٣٦.٥٤ \% \text{ النسبة المئوية المطلوبة}$$

$$٣٠٠ + ١٠٠٠$$

ومما يذكر هنا ان النتيجة توضح بان النسبة الكبيرة للرجال اثرت بشكل ملحوظ على النتيجة النهائية ، وبهذا فاننا نستخدم الوسط الحسابي المرجح " الموزون " عندما تكون لدينا معطيات تصاحبها مقادير لا نستطيع اعتبارها تكرارات . أي اذا كان للمعطيات اوزان - اهمية نسبية - مختلفة فانه يجب ان يؤخذ ذلك في الاعتبار مع اتباع المفهوم السابق نفسه للوسط الحسابي .

ثانيا: الوسيط .

يعرف الوسيط بأنه القيمة التي تقع وسط مجموعة من القيم المرتبة ترتيبا تصاعديا أو تنازليا ، إذ أن القيمة التي تقع في الوسط تكون في بعض التوزيعات قريبة من أكثر القيم التي تنتشر حولها ولذلك فهي قيمة ممثلة لأغلب القيم وهي الوظيفة التي تؤديها المتوسطات .

ويمكن حسابه بالطرق الآتية :

(أ) من بيانات غير مبوبة: يستخرج الوسيط من البيانات الغير مبوبة كما يلي:

$$\text{■ إذا كان العدد فردي فان الوسيط} = \frac{ن + ١}{٢}$$

$$\text{■ إذا كان العدد زوجيا فان الوسيط} = \left(\frac{ن}{٢} \right) + \left(\frac{ن}{٢} + ١ \right) \div ٢$$

أي أن الوسيط = مجموع الدرجتين اللتين تتوسطان الدرجات مقسوما على اثنين.

مثال : حصل (٩) لاعبين على التكرارات الآتية في اختبار الجلوس من وضع

الاستلقاء على الظهر خلال مدة (٣٠) ثانية ، المطلوب إيجاد الوسيط ؟

الحل: نرتب البيانات تصاعديا أو تنازليا، ثم نطبق قانون الوسيط:

وبما أن عدد الأرقام فردي :

ثانيا: الوسيط .

يعرف الوسيط بأنه القيمة التي تقع وسط مجموعة من القيم المرتبة ترتيبا تصاعديا أو تنازليا ، إذ أن القيمة التي تقع في الوسط تكون في بعض التوزيعات قريبة من أكثر القيم التي تنتشر حولها ولذلك فهي قيمة ممثلة لأغلب القيم وهي الوظيفة التي تؤديها المتوسطات .

ويمكن حسابه بالطرق الآتية :

(أ) من بيانات غير مبوبة: يستخرج الوسيط من البيانات الغير مبوبة كما يلي:

$$n + 1$$

$$\frac{\quad}{2}$$

$$2$$

$$\frac{n}{2} \quad \frac{n}{2}$$

$$\left(1 + \frac{n}{2} \right) + \left(\frac{n}{2} \right) = \text{الوسيط}$$

$$\frac{\frac{n}{2} \quad \frac{n}{2}}{2}$$

أي أن الوسيط = مجموع الدرجتين اللتين تتوسطان الدرجات مقسوما على اثنين.

مثال : حصل (٩) لاعبين على التكرارات الآتية في اختبار الجلوس من وضع

الاستلقاء على الظهر خلال مدة (٣٠) ثانية ، المطلوب إيجاد الوسيط ؟

الحل: نرتب البيانات تصاعديا أو تنازليا، ثم نطبق قانون الوسيط:

وبما أن عدد الأرقام فردي :

$$\text{فالوسيط} = \frac{1+9}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

إذن الوسيط = ٢٢ لأنه يقابل التسلسل الخامس.

ولو أضفنا تكرار لاعب آخر وليكن (٢٧) فيكون الوسيط الدرجتين ٢٢ + ٢٣ مقسوما على اثنين، ويساوي (٢٢.٥) .

(ب) من بيانات مبوبة: إذا كان لدينا جدول توزيع تكراري مبين فيه الفئات وتكراراتها فان

$$\text{الوسيط} = \text{ح أ} + \frac{(\text{ت و} - \text{ك ص س})}{\text{ك و}} \times \text{ط ف}$$

إذ أن:

ح أ : هو الحد الأدنى للفئة الوسطية .

ت و : هو ترتيب الوسيط .

ك ص س : هو التكرار المتجمع الصاعد السابق لترتيب الوسيط .

ك و : هو تكرار الفئة الوسطية .

ط ف : هو طول الفئة .

مجموع التكرارات

$$\text{وترتيب الوسيط} = \frac{\text{مجموع التكرارات}}{2}$$

مثال : جد المنوال للقيم الآتية:

$$(٣ - ٤ - ٧ - ٨ - ٢ - ١ - ٤)$$

الحل: نرتب القيم تصاعديا، والمنوال في هذا السؤال هو (٤) كونه أكثر تكرارا.

$$(١ - ٢ - ٣ - ٤ - ٤ - ٧ - ٨)$$

أما في حالة عدم وجود درجة مكررة فلا يوجد منوال، مثال ذلك الدرجات الآتية:

$$(٤٨ - ٤٩ - ٥٠ - ٥١ - ٥٢ - ٥٣ - ٥٤)$$

(ب) المنوال من بيانات مبوبة: إذا كان لدينا جدول تكراري مبين فيه الفئات وتكراراتها فان:

$$\text{المنوال} = \text{ح أ} + \frac{\text{د ١}}{\text{د ١} + \text{د ٢}} \times \text{ط ف}$$

إذ أن ح أ = الحد الأدنى للفئة المنوالية .

د ١ = الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة السابقة لها .

د ٢ = الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة اللاحقة لها .

ط ف = طول الفئة .

مثال : جد المنوال لجدول التوزيع التكراري الآتي:

فئات الوزن بال (كغم)	عدد الطلبة
٦٠ - ٦٢	٥
٦٣ - ٦٥	١٨

٤٢	٦٨ - ٦٦
٢٧	٧١ - ٦٩
٨	٧٤ - ٧٢
١٠٠	المجموع

الحل : الفئة المنوالية هي (٦٨ - ٦٦) التي لها اكبر التكرارات (٤٢) لذا
 فان الحد الأدنى هو (٦٦) و $١٥ = ٦٦ - ٤٢ = ١٨ - ٤٢ = ٢٤$
 $١٥ = ٢٧ - ٤٢ = ٢$
 طول الفئة = ٣

$$\text{إذن المنوال} = ٦٦ + \frac{٢٤}{١٥ + ٢٤} \times ٣ = ٦٧.٨$$

مزايا المنوال :

- ١ . يستعمل في حالة وجود فئات مفتوحة .
- ٢ . لا يتأثر بالقيم المتطرفة والشاذة .
- ٣ . يفضل على كل من الوسيط والوسط الحسابي في حال كون غالبية البيانات متجمعة في فئات متباعدة بعضها عن بعض .

عيوب المنوال :

- ١ . قلما يأتي في وسط التوزيع .
- ٢ . لا يعتمد في حسابه على كل القيم الواردة في التوزيع .
- ٣ . تتأثر قيمه كثيرا في حالة إعادة تنظيم الجدول التكراري للبيانات .

٤. هو اقل المقاييس الأخرى دقة في طريقة حسابه.

العلاقة بين المتوسطات :

تتوقف العلاقة بين المتوسطات الثلاث - الوسط الحسابي ، الوسيط ، المنوال - على نوع التوزيع التكراري وبالتالي على المنحنى الذي يمثل هذا التوزيع .

١. في حالة التوزيعات التكرارية وحيدة المنوال والمتماثلة تكون المتوسطات الثلاث متساوية أي :

$$\text{الوسط الحسابي} = \text{الوسيط} = \text{المنوال}$$

ان المقصود بالتماثل هو اذا رسمنا المنحنى التكراري للتوزيع ، واسقطنا عمودا من قيمته على المحور الافقي فنجد ان المنحنى ينقسم الى قسمين متطابقين تماما ويعني ذلك اننا لو رسمنا المنحنى التكراري على ورقة وطويناها عند العمود النازل من قمة المنحنى فسنجد الطرف الايمن للمنحنى ينطبق على طرفه الايسر تمام الانطباق والنقطة التي يلتقي فيها العمود النازل من القمة بمحور السينات تمثل قيمة كل متوسط من المتوسطات وذلك كما هو واضح في الشكل التالي :

٢. اذا كان الطرف الايمن للمنحنى التكراري للتوزيع اطول من طرفه الايسر فيسمى المنحنى ملتويا الى اليمين ، وحيث ان الوسط الحسابي يتأثر بالقيم

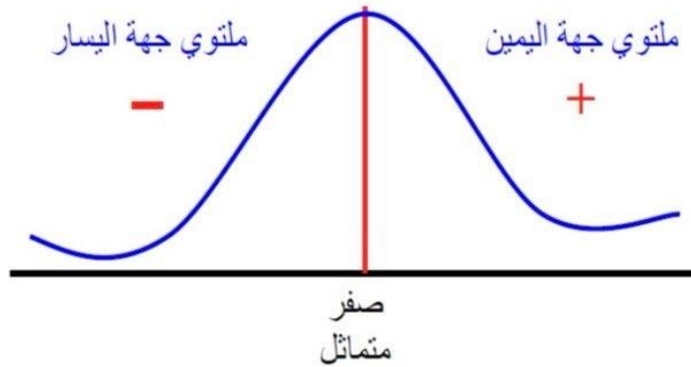
المتطرفة فسندجه يتجه نحو اليمين ، أما المنوال فسيكون تحت القيمة والوسيط يكون بينهما، أي ان في حالة المنحنى الملتوي الى اليمين يكون :

الوسط الحسابي < الوسيط < المنوال

٣. اذا كان الطرف الايسر للمنحنى التكراري للتوزيع اطول من طرفه الايمن فيسمى المنحنى التكراري ملتويا الى اليسار ، ونجد قيمة الوسط الحسابي متجهة نحو اليسار والمنوال تحت القيمة والوسيط بينهما أي ان :

الوسط الحسابي > الوسيط > المنوال

والشكل التالي يوضح ذلك :



٤. في حالة التوزيعات التكرارية القريبة من التماثل فان العلاقة بين المتوسطات تعطي بالصيغة التقريبية التالية :

$$\text{الوسط الحسابي} - \text{المنوال} = 3 (\text{الوسط الحسابي} - \text{الوسيط})$$

أي ان :

المنوال = ٣ الوسيط - ٢ الوسط الحسابي

مثال : توزيع قريب من التماثل وجد ان وسطه الحسابي = ٢٧ ومنواله = ٣١ فما قيمة الوسيط .

$$\text{س} - \text{م} = ٣ \quad (\text{س} - \text{و})$$

$$٢٧ - ٣١ = ٣ \quad (٢٧ - \text{و})$$

$$٤ - ٨١ = ٣ \quad \text{و}$$

$$٣ \text{ و} = ٨١ + ٤$$

$$\text{و} = ٨٥ / ٣ = ٢٨.٣٣$$

مثال : اذا كان الوسيط = ١٢ والمنوال = ٦ اوجد الوسط الحسابي من خلال العلاقة :

$$\text{س} - \text{م} = ٣ \quad (\text{س} - \text{و})$$

$$\text{س} - ٦ = ٣ \quad (\text{س} - ١٢)$$

$$\text{س} - ٦ = ٣ \quad \text{س} - ٣٦$$

$$٦ - ٣٦ = ٣ \quad \text{س} - \text{س}$$

$$٣٠ = ٢ \text{ س}$$

$$\text{س} = ٣٠ / ٢ = ١٥$$