

الجامعة المستنصرية
كلية التربية الاساسية
قسم الرياضيات

محاضرات الجبر الخطي

المرحلة الثانية

اعداد

الاستاذة منتهى عبد الرزاق حسن

المفردات

الاسبوع الاول :تعريف المتجه على R, R^2, R^3, R^n تمثيل المتجهات

الاسبوع الثاني :المعيار والعمليات على المتجهات(الجمع والطرح والضرب بثابت والضرب الكمي
الاتجاهي وخصائصهما)

الاسبوع الثالث :بعض التطبيقات(مساحة المثلث ,مساحة متوازي الاضلاع ,حجم متوازي الاضلاع)

الاسبوع الرابع :فضاء المتجهات ,الفضاء الجزئي

الاسبوع الخامس: الاستقلال الخطي مع مبرهناتها ذات العلاقة ,الاساس والبعد

الاسبوع السادس :امتحان الشهر الاول

الاسبوع السابع :المرتبة الصفية والمرتبة العمودية والعلاقة بينهما

الاسبوع الثامن :الاساسيات المعيارية المتعامدة (كرام شمدت)

الاسبوع التاسع :التحويلات الخطية ,نواة التحويل

الاسبوع العاشر :مدى التحويل ,بعض المبرهنات

الاسبوع الحادي عشر :مصفوفة التحويل الخطي

الاسبوع الثاني عشر :امتحان الشهر الثاني

الاسبوع الثالث عشر :القيم الذاتية

الاسبوع الرابع عشر :المتجهات الذاتية

الاسبوع الخامس عشر :تمارين وامثلة

Definition :Field :a set F with two operation $(+)$ & $(\times)$ such that

(1) 1-for any $a, b \in F$, then $a+b \in F$ (**closure**)

2- $a+b = b+a$ (**commutative**)

3- if $c \in F$, then $a+(b+c) = (a+b)+c$ (**associative**)

4- There is an element $0 \in F$ such that if $a \in F$, then $a+0 = a$ (**identity element**)

5- $\forall a \in F \exists -a \in F$ s.t $a+(-a)=0$ (**inverse**)

(2) 1-for any $a, b \in F$, then $a \times b \in F$ (**CLOSURE**)

2- $a \times b = b \times a$ (**commutative**)

3- If $c \in F$, then $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$ (**associative**)

4- there is an element $1 \in F$ s.t if $a \in F$, then $a \times 1 = a$ (**identity element**)

5- $\forall a \neq 0 \in F \exists a^{-1} \in F$ s.t $a \times a^{-1} = 1$

(3) $\forall a, b, c \in F$, then $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

Definition 2:Field

1- $(F, +)$ is commutative group

2- $(F \setminus \{0\}, \times)$ is commutative group

3- $\times$ distribution on $+$

الفصل الاول

تعريف المتجه

في الفيزياء تظهر كميات مثل درجة الحرارة والانطلاق والكتلة والمساحة والحجم تتحدد بمقدار فقط اي (اعداد) لذلك تسمى كل واحدة منها قياسية فقط . وهناك كميات تتحدد بعدد واتجاه مثل حركة الرياح نقول 20 كم \ ساعة باتجاه الشمال الشرقي .

Definition : Vectors

The set of all ordered n -tuples $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ where $x_1, x_2, \dots, x_n$ are all real numbers. An n -tuple is called vector and the numbers $x_1, x_2, \dots, x_n$ are called components of the vectors

Examples: $x \in R, (x_1, x_2) \in R^2, \dots, (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n$

Definition of addition on the vectors

Let $X = (x_1, x_2, \dots, x_n), Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$, then

$$X + Y = (x_1, x_2, \dots, x_n) + (y_1, y_2, \dots, y_n) = (x_1 + y_1, \dots, x_n + y_n)$$

Def: Scalar multiplication:

Let $r \in R, X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, then $r(x_1, x_2, \dots, x_n) = (rx_1, rx_2, \dots, rx_n)$

Def.: equal two vectors

Let $X = (x_1, x_2, \dots, x_n), Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$, then $X = Y$ iff $x_1 = y_1, x_2 = y_2, \dots, x_n = y_n$

Examples :

Let $V = (-1, 0, 2, 3, -6), W = (1, 0, -2, -3, 6), U = (3, 7, -6, 2, -1) \& Z = (0, 0, 0, 0, 0)$

Calculate $U + V, V + U, 3U, 3U + 7V, V + W, 0U$

Def.: Zero vector in R^n

Is the vector in R^n and is denoted by $0_n = (0, 0, \dots, 0)$

Def. The negative of X in R^n :

Denoted by $-X = (-x_1, -x_2, \dots, -x_n)$

Example:

Let $X = (1, 2, -3, 4)$. Find $-X$ and calculate $X + (-X)$

Theorem:

let

$X = (x_1, x_2, \dots, x_n), Y = (y_1, y_2, \dots, y_n) \& Z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ be vectors in R^n
& let $r, s \in R$, then prove that

1- $X + Y = Y + X$

2- $(X + Y) + Z = X + (Y + Z)$

3- $X + 0 = X$

4- $X + (-X) = 0$

5- $(r \cdot s)X = r(s \cdot X)$

6- $(r + s)X = r \cdot X + s \cdot X$

7- $r(X + Y) = r \cdot X + r \cdot Y$

8- $1 \cdot X = X$

Examples 1: LET $X = (1, -1, 2), Y = (0, 3, 6), Z = (-5, 0, 2)$, then satisfy $(X + Y) + Z = X + (Y + Z)$

Example 2 :let $r = 3, s = -5, X = (4, -2, 6)$, then satisfy $(rs)X = r(sX)$

Example 3 find $3(-5, 2, 3)$

Length of vectors :

Let $X=(x, y)$ by Pythagorean theorem

$$\| X \| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

If $X=(x_1, x_2, \dots, x_n)$, then $\| X \| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}$

3-IF $P=(x_1, y_1)$, $Q = (x_2, y_2)$, then the distance between P & Q in R^2

$$\| PQ \| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Example

Let $P=(2,3)$, $Q=(3,-4)$ find $\| PQ \|^2$