

الجامعة المستنصرية
كلية التربية الاساسية
قسم الرياضيات

محاضرات الجبر الخطي

المرحلة الثانية

اعداد

الاستاذة منتهى عبد الرزاق حسن

Geometric representation of vectors

تمثيل المتجه هندسياً

يعرف التمثيل الهندسي للمتجه بأنه قطعة المستقيم الموجه له نقطة بداية ونقطة نهاية حيث يمثل طول القطعة المستقيمة بمقدار المتجه ويرمز رأس السهم الى اتجاه المتجه .

اتجاه المتجه : هو الزاوية التي يصنعها المتجه مع محور X.

Examples:

1-let $\vec{V} = (3,4)$ & $\vec{W} = (-8,7,4)$

1-find $\|v\|$ & $\|W\|$

2-find the distance a- P_1P_2 for $P_1 = (2,3), P_2 = (4,6)$

b- $P_1 = (8, -4,2)$ $P_2 = (-6, -1,0)$

3-find

$\|v\|$; $v = (-1,2,5)$ and the distance between $P_1 = (2, -3, -5), P_2 = (5,2, -1)$

4-Find the point geometrical

$A=(3,4,-2)$, $B=(-2,4,-5)$ $C=(-3,-4,2)$

Def. scalar multiplication geometrically:

Let

$\vec{V} \neq \vec{0}, k \in$

R , then $k\vec{V}$ is the vector length greatest then $\vec{V}$ by k times and have the same

Direction of $\vec{V}$ if $k > 0$. if $k < 0$ have opposite direction.

Dot product (scalar product)(Euclidean inner product)

الضرب النقطي (القياسي)

If u, v are non-zero vectors in R^2 or R^3 and θ is the angle between u and v , then we define (Dot product) as follows.

$$u \cdot v = \|u\| \cdot \|v\| \cos \theta ; 0 \leq \theta \leq \pi$$

if $u, v \in R^n$ is defined by $u \cdot v = u_1 v_1 + u_2 v_2 + \dots + u_n v_n$, where

$$u = (u_1, u_2, \dots, u_n) \text{ \& } v = (v_1, v_2, \dots, v_n)$$

Example : let $u = (0, 0, 1)$ & $v = (0, 2, 2)$ find $u \cdot v$ and $\theta = 45$

$$U \cdot v = \|u\| \cdot \|v\| \cos \theta$$

$$\|u\| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} = \sqrt{0 + 0 + 1} = 1$$

$$\|v\| = \sqrt{0 + 4 + 4} = \sqrt{2}$$

$$U \cdot v = 1 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} \cos 45 = 2$$

Theorem: if u, v, w are vectors in R^2 or R^3 or R^n and k is scalar then

1. $u \cdot u = \|u\|^2 ; u \cdot u = u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2$
2. if u, v are non zero vectors ,then $u \cdot v > 0$ iff $\theta < 90$
3. $u \cdot v < 0$ iff $\theta > 90$
4. $u \cdot v = 0$ iff $\theta = 90$
5. $u \cdot v = v \cdot u$
6. $u \cdot (v + w) = u \cdot v + u \cdot w$
7. $k(u \cdot v) = (k u) \cdot v = u \cdot (k v)$

proof: 1- $u \cdot u = u_1u_1 + u_2u_2 + \cdots u_nu_n = u_1^2 + u_2^2 + \cdots + u_n^2$

2- $u \cdot v = \|u\| \cdot \|v\| \cos \theta$, $\cos \theta > 0$ in the first and fourth quarters

$\cos \theta < 0$ in the second and third quarters

6- $u \cdot (v + w) = u \cdot v + u \cdot w$

Let $u \cdot (v + w) = u_1(v_1 + w_1) + u_2(v_2 + w_2) + \cdots + u_n(v_n + w_n)$

$= (u_1v_1 + u_2v_2 + \cdots + u_nv_n) + (u_1w_1 + \cdots + u_nw_n) = u \cdot v + u \cdot w$

7- $k(u \cdot v) = (ku) \cdot v$

$K(u \cdot v) = k(u_1v_1 + u_2v_2 + \cdots + u_nv_n)$

$= (ku_1)v_1 + (ku_2)v_2 + \cdots (ku_n)v_n = (ku) \cdot v$

Examples:

1- find $(3u+2v) \cdot (4u+v)$

2- if $u=(1,3,-2,7), v=(0,7,2,2)$, find $\|u\|, \|v\|, d(u, v)$