



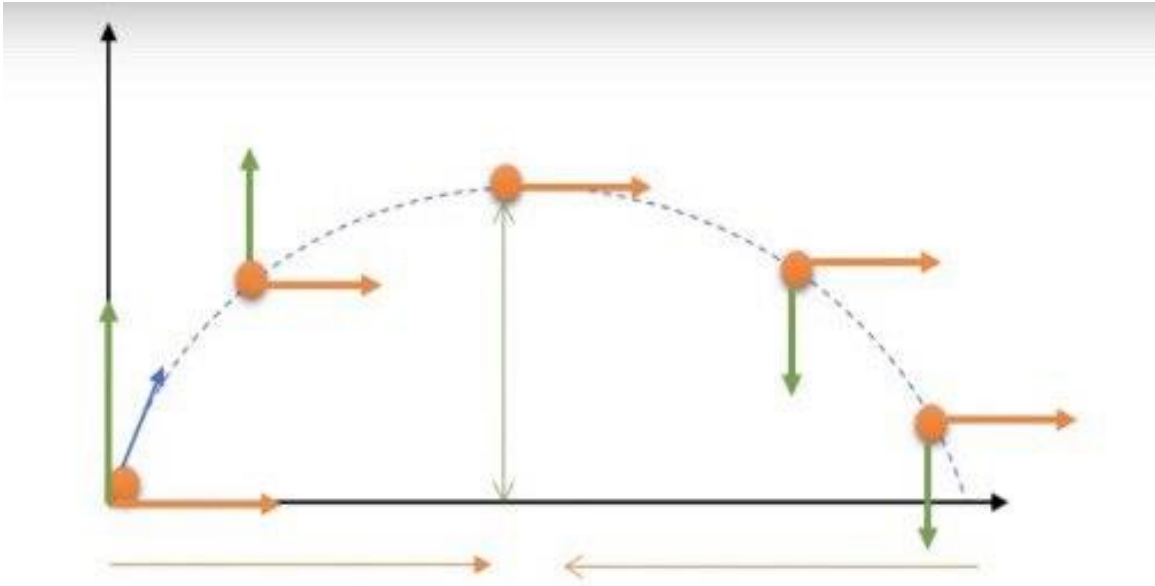
الميكانيكا الحيوية والتحليل الحركي
Biomechanics and kinetic analysis
الاستاذ الدكتور حكمت عبد الكريم المذخوري
الجامعة المستنصرية / العراق
٢٠٢٠

المقذوفات projectiles:

المقذوف عبارة عن جسم أو أداة تدفع أو ترمى بزاوية اقل من 90 درجة مع الافق او سطحا معيناً وذلك بفعل قوة ما ويكتسب سرعة ابتدائية عند انطلاقه وهي سرعة انطلاقه (سرعة الطيران) ليستمر بحركته بالهواء بوساطة قصوره الذاتي تحت تاثير قوى الجاذبية الارضية ، فالكرات المقذوفة كما في الالعاب الجماعية مثل كرة القدم كرة السلة و الكرة الطائرة الخ او ادوات الرمي في العاب القوى مثل القرص و الرمح و الثقل او المطرقة او اجسام اللاعبين في مسابقات الوثب والقفز كالعالي او الزانة او الطويل او الثلاثية حيث إن كل هذه المسابقات امتثلة حية لحركة الاجسام المقذوفة وهذه الاجسام تكون حركتها متأثرة بالجاذبية الارضية وقوة الدفع الجسم المقذوف وحركة اتجاه الهواء .

ومن اجل تماثل قوه الجاذبية الأرضية يأخذ المقذوف مسارا حركيا منحينا يسمى بالقطع المكافئ (Parabolic) و لا يحدث مثل هذا المسار في حالة إذا كان المقذوف عموديا تماما (الحركات الشاقولية او الاجسام الساقطة) كما مر علينا سابقا، ويتعدل المسار الحركي للقطع المكافئ بدرجات مختلفة حيث ان الجاذبية الأرضية تؤثر سلبا على سرعة المقذوف في النصف الأول من القطع المكافئ او عند قوس الطيران للاعلى حيث ان السرعة سوف تبدأ بالهبوط و التناقص لحين

الوصول الى قمة القوس القطع المكافئ ، حينها تصل السرعة صفرا ثم تبدأ بالصعود (التزايد) حتى وصوله للمستوى الافقي للانطلاق او الأرض عند النصف الثاني للمنحني وكل ذلك نتيجة تاثير الجاذبية الارضية للمقذوف . و تتاثر المسافة الافقية والعمودية للمقذوف ببعض الاسباب والشروط الميكانيكية المتعلقة بهذا النوع من الحركات و كما يلي:



شكل (32)

يوضح تاثير المركبتين الافقية والعمودية على مسار طيران المقذوف

1- سرعة الانطلاق :

وهي السرعة الابتدائية الاولى للمقذوف Initial Velocity وتعد اهم المتغيرات وهي ناتج محصلة تعامد سرعتين الافقية مع العمودية. وتعتبر من اهم المتغيرات الأساسية في تحديد المسافة الافقية والعمودية للانجاز وبما ان السرعة هي كمية متجهة ، لذلك فإن السرعة الابتدائية للاداء او الجسم لحظة الانطلاق يتحدد مقدارا واتجاها، وبالتالي يمكن تحليل هذه السرعة الى مركبتين عمودية وافقية وبالتالي

تتدخل في تحديد الارتفاع الذي يصله الجسم المقذوف اثناء مساره الحركي. فالمركبة العمودية الـ (V_y) والتي تتأثر حركتها بالجاذبية الأرضية ومقاومة الهواء كما في رمي القرص او الرمح وغيرهما وستتغير قيمتها تدريجيا بالنقصان الى ان تصل للصفر في اعلى ارتفاع تصلها الأداة او مركز ثقل الجسم المقذوف ليأخذ بعدها مسارا للهبوط وستتغير قيمتها تدريجيا بالازدياد حتى تصل الى أقصاها قبل ملامسة الأرض ، والسرعة العمودية تكون مركبتها اقل قيمة من قيمة المركبة الافقية أما السرعة الافقية (V_x) التي يمتلكها المقذوف قبل انطلاقه فلها أهمية كبيرة في تحديد المسافة الافقية النهائية وهي تبقى ثابتة على طول مسار الطيران و تكسب المقذوف الاستمرارية بالحركة للامام حسب قصورها الذاتي وطبقا لقانون نيوتن الاول في القصور الذاتي كما سيمر علينا لاحقا .

أن محصلة سرعة الانطلاق تبلغ اقصاها عند بداية انطلاق الاداة ونهايته وتلعب سرعة الانطلاق دورا في تحديد ارتفاع مسار الطيران كما في الوثب العالي أو تحقيق مسافة أفقية للامام كما الوثب الطويل حيث الوثب من الثبات تكون المسافة المتحققة اقل مما هي عليه بدون ركضة تقريبية واكتساب اسرعة.

2- زاوية الانطلاق :

يقصد بها الزاوية المحصورة بين الخط الافقي لمركز ثقل المقذوف و مسار حركة طيرانه ، أن زاوية انطلاق الاداة لها دور كبير في تحديد المسافة الافقية والعمودية للمقذوف وتختلف قيمها طبقا لاتجاه مسار مركز ثقل المقذوف وهدفه حيث في الوثب العالي تتراوح بين الـ (60 - 70) درجة وفقا لمتطلبات الطيران بالاتجاه العمودي نحو العارضة ، أما في الوثب الطويل فهي بين الـ (20 - 24) درجة وذلك للحفاظ على كمية حركة الوثاب للامام افقيا ، وتكون الزاوية (45) درجة مثالية في فعاليات الرمي لتحقيق ابعاد مسافة افقية ولكنها تتباين بين متطلبات

مسابقة واخرى ففي رمي الرمح تكون الزاوية المثالية تقريبا (38) درجة اما في دفع الثقل فهي اقرب لـ(42) درجة وتلعب عوامل عديدة في تحديد هذه الزاوية بالنسبة للرياضيين منها حركة الهواء والحالة البدنية والفسلجية حتى يتمكن من تحقيق الانجاز الافضل ، وزاوية الانطلاق مهمة في اكتساب السرعة الابتدائية المطلوبة للمقذوف لتحقيق (الانجاز) ، وهناك زاوية هبوط المقذوف شبيهة ومعاكسة لزاوية الانطلاق ومعادلة لها بالقيمة وهي محصورة بين مسار حركة المقذوف عند هبوطه والمستوى الافقي للانطلاق اما اذا كانت زاوية الهبوط اقل من مستوى الخط الافقي للانطلاق فيمكن معرفة قيمتها من خلال طرح زاوية الانطلاق من الزاوية العمودية (90) و كما في الشكلين (32) و (33).

3- إرتفاع نقطة الانطلاق:

والمقصود هنا ارتفاع مركز ثقل المقذوف عن الارض لحظة انطلاقه . وهو من المتغيرات الاساسية المؤثرة في مسار طيران المقذوف وتحقيق المسافة الافقية او العمودية ، وكلما قل ارتفاع نقطة الانطلاق قلت زاوية الانطلاق وبالعكس مما يؤثر على تحقيق المسافة الافقية النهائية للمقذوف وبالتالي ممكن ان تتيح هذه المؤشرات والمتغيرات الميكانيكية للمدربين على تصحيح اداء اللاعبين وتطوير مهاراتهم وتحقيق انجازات افضل بما يتلائم وامكانياتهم البدنية والجسمية حيث طول اللاعب وقدراته البدنية يعد مؤشرا تنبؤي في انتقاء الرياضيين.

4- تأثير الهواء:

تلعب قوة الهواء دور كبير في تحديد المسافات النهائية للمقذوف وهي اما ان تكون مقاومة لحركة المقذوف اذا كان اتجاه الهواء بعكس اتجاه حركة المقذوف او تعتبر كقوة دفع اضافية للمقذوف اذا كانت حركة الهواء بنفس اتجاه حركة المقذوف وهناك مجموعة مؤثرة في مسار حركة المقذوف في الهواء واهمها :

1- شكل المقذوف .

2- حجم المقذوف.

3- وزن المقذوف.

4- سطح المقذوف كأن يكون مدبب أو مستوي أو دائري الخ .

ان مقاومة الهواء للجسام الساقطة عموديا اكثر أي تزداد مقاومة الهواء كلما زاد ارتفاع مكان السقوط ، وتؤثر مقاومة أو حركة الهواء أيضا على المركبة الافقية في المقذوفات التي تاخذ المسار المنحني.

التحليل الميكانيكي للمقذوفات **Mechanical analysis of projectiles**:

التحليل الميكانيكي للحركات التي تاخذ المسار الحركي الشبيه بالمقذوفات أي مسار المنحني يتم ايجاد القيم الميكانيكية لها وفق الخطوات التالية:

1- لإيجاد قيمة السرعة الافقية (V_x) يتم وفق القانون التالي:

$$V_x = v_{\theta} \cdot \cos \theta$$

2- لإيجاد قيمة السرعة العمودية (V_y) يتم وفق القانون التالي :

$$V_y = v_{\theta} \cdot \sin \theta$$

3- لإيجاد قيمة الزمن الأول لأعلى ارتفاع (t_1) يتم وفق القانون التالي:

$$t_1 = V_y / g$$

4- لإيجاد قيمة أعلى ارتفاع (S) يتم وفق القانون التالي:

$$S = v_p \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t)^2$$

هنا السرعة الاولية تساوي صفر

5- لإيجاد قيمة الارتفاع الكلي للأداة (المقذوفة) في الهواء يتم وفق القانون التالي:

$$S + h =$$

6- لإيجاد قيمة الزمن الثاني (t_2) الذي يمتد من أعلى نقطة وصلت لها الاداة او الجسم المقذوف الى لحظة اول وصول للارض ويتم وفق من القانون التالي:

$$t_2 = 2(s + h) / g$$

7- لإيجاد قيمة الزمن الكلي (T) الذي استغرقه المقذوف في الهواء لحين وصوله للارض يتم وفق القانون التالي :

$$T = t_1 + t_2$$

8- إيجاد قيمة المسافة الأفقية للمقذوف في مستوى خط الانطلاق التي يقطعها المقذوف ونرمز لها (R_1) وكما في شكل (33) ، وبهذا الصدد اشتق مؤلف الكتاب (الاستاذ الدكتور حكمت عبد الكريم المذخوري) استنادا الى عامل التناظر لقيم شطري القطع المكافئ في كلا جانبيه ، حيث ان الزمن الاول الذي يستغرقه الجسم من لحظة انطلاقه الى وصوله لأعلى ارتفاع في الهواء يكون مساويا بالمقدار لقيمة الزمن الذي يستغرقه نفس الجسم عند نزوله من نفس الارتفاع لحين وصوله الى المستوى الأفقي مع نقطة انطلاقه الاول وبما ان المسافة الأفقية للمقذوف النهائية Horizontal run المدى النهائي، تعتمد على المركبة الأفقية للانطلاق في الزمن الكلي لمسار المقذوف من انطلاقه ولحين وصوله الى الارض وفق القانون التالي :

$$R = T_{total} \cdot V_x$$

لذلك نستنتج القانون التالي:

$$R = 2t_1 v_x \quad \text{..... (حكت المذخوري قانون المسافة الافقية بمستوى انطلاق المقذوف).}$$

أي المسافة الافقية بمستوى الانطلاق (المدى) نستخرجها من حاصل ضرب المركبة الافقية في ضعف الزمن الاول .

و جاءت فكرة اشتقاق هذا القانون على الرغم من وجود بعض القوانين التي تستخدم لحساب قيمة هذه المسافة و لكن لسهولة وقلة المتغيرات في القانون المشتق ودقة قيمتها بالاضافة الى الابتعاد عن القوانين الطويلة الاخرى مثل :

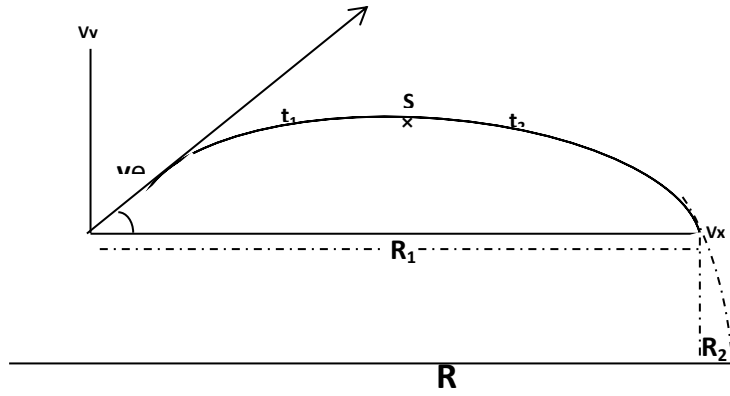
$$(1): \text{المسافة الافقية} =$$

2 x مربع السرعة الابتدائية x جيب الزاوية x جيب تمام الزاوية / تسارع الجاذبية الارضية

$$R = \frac{2v^2 \sin \theta \cos \theta}{g}$$

$$R = \frac{v^2}{g} \quad \text{قانون (2):}$$

$$R = \frac{v^2 \sin \theta \cos \theta + v \cos \theta \sqrt{(v \sin \theta)^2 + 2gh}}{g} \quad \text{قانون (3):}$$



شكل (33)

يمثل المسافة الأفقية بمستوى الاطلاق (R_1) والمسافة النهائية (R)

و الجدول ادناه الذي يظهر به قيم بعض المتغيرات الكينماتيكية لبطل العالم (1996) ومن ضمنها متغير المسافة الأفقية لمستوى الانطلاق والتي نرمز بـ (R_1) وحسب احصائية الاتحاد الدولي انذاك .

جدول يمثل بعض المتغيرات الكينماتيكية لبطل العالم بدفع الثقل لعام 1996

رقم اللاعب	مقدار زاوية الانطلاق θ	مقدار سرعة الانطلاق v_{θ}	مقدار ارتفاع نقطة الانطلاق	المسافة (المدى) الأفقية لمستوى الانطلاق	المسافة (المدى) الأفقية النهائي
				$R_1 = 2t_1 \cdot V_x$	
1	45	13.41	2.44	18.33	22.65

9- لايجاد قيمة المسافة الأفقية النهائية أو المدى (R) يتم وفق القانون التالي:

$$R = T_{total} \cdot V_x$$

10- لايجاد فرق المسافة الكلية (R_2) ولايجاد المسافة الأفقية بمستوى الانطلاق عن المسافة الأفقية الكاملة وذلك عن طريق :

$$R_2 = R - R_1$$

القوانين أعلاه من الممكن إن تعد قياسات تنبؤية تخدم المدربين بإيجاد التمرينات المناسبة لتطوير المتغيرات المذكورة من أجل الحصول على أفضل الإنجازات وتطبيق الوسائل المساعدة لتطوير عامل الاداء و السرعة نظرا لاهميتها في فعاليات الرمي والقفز خاصة .

مثال :

رمى لاعب القرص بسرعة مقدارها (20 m) بالثانية وكانت ارتفاع نقطة الانطلاق عن الارض لحظة الرمي تبلغ (2.15 m) في حين بلغت زاوية الانطلاق (42 درجة)، اوجد الزمن الكلي (T) الذي استغرقه القرص من لحظة انطلاقه لغاية سقوطه على الارض واقصى ارتفاع وصل اليه القرص في الهواء (S) والمسافة الافقية الكلية (R) والمسافة الافقية لمستوى الانطلاق (R₁) المتحققة للرامي .

$$1) V_x = V_{\theta} \cdot \cos 42$$

$$= 20 \times 0.74$$

$$= 14.86 \text{ m/sc}$$

$$2) V_y = V_{\theta} \cdot \sin 42$$

$$= 20 \times 0.66$$

$$= 13.2 \text{ m/sc}$$

$$3) t_1 = \frac{V_y}{g}$$

$$= \frac{13.2}{9.8}$$

$$= 1.34 \text{ sc}$$

$$4) S = \frac{1}{2} \times g \times (t^2)$$

$$= \frac{1}{2} \times 9.8 \times (1.34^2)$$

$$\frac{1}{2} \times 9.8 \times 1.79$$

$$= 8.79\text{m}$$

$$5) S+h$$

$$= 8.79 + 2.15$$

$$= 10.94\text{m}$$

$$6) t_2 = \frac{2(s+h)}{g}$$

$$t_2 = \frac{2(10.94)}{9.8}$$

$$= \frac{21.88}{9.8}$$

$$= 2.23\text{s}$$

$$7) T_{\text{total}} = t_1 + t_2$$

$$= 1.34 + 2.23$$

$$= 3.57\text{s}$$

$$8) R_1 = 2 \times t_1 \cdot V_x$$

$$= 39.82\text{m}$$

$$9) R = T_{\text{total}} \cdot V_x$$

$$= 3.57 \times 14.86$$

$$= 53.05\text{m}$$

$$10) R_2 = R - R_1$$

$$= 53.05 - 39.82$$

$$= 13.23\text{m}$$

مثال :

فيما ياتي معطيات لاثنتين من طلاب كلية التربية البدنية في جامعة ميسان قاموا بدفع النقل اثناء تجربة تطبيقية لقوانين المقذوفات ، والمطلوب التحليل الحركي لرمية كل واحد منهم وحسب القيم المذكورة في ادناه:

الطالب الاول:

مجتبي رمى بسرعة مقدارها (9.3 m/s) وكانت نقطة ارتفاع الانطلاق عن الارض لحظة الرمي تبلغ (2.04m) في حين بلغت زاوية الانطلاق (32 درجة).

الحل /

الطالب الاول:



شكل (34)

$$\begin{aligned} 1) V_x &= V_0 \cdot \cos 32 \\ &= 9.3 \times 0.84 \\ &= 7.81 \text{ m/s} \end{aligned}$$

$$2) V_y = V_{\theta} \cdot \sin 32$$

$$= 9.3 \times 0.52$$

$$= 4.92 \text{ m/s}$$

$$3) t_1 = \frac{V_y}{g}$$

$$= \frac{4.92}{9.8}$$

$$= 0.50 \text{ s}$$

$$4) S = \frac{1}{2} \times g \times (t^2)$$

$$= \frac{1}{2} \times 9.8 \times (0.50^2)$$

$$= \frac{1}{2} \times 9.8 \times 0.25$$

$$= 1.23 \text{ m}$$

$$5) S+h$$

$$= 1.23 + 2.04$$

$$= 3.27 \text{ m}$$

$$6) t_2 = \frac{2(s+h)}{g}$$

$$t_2 = \frac{2(3.27)}{9.8}$$

$$= \frac{6.54}{9.8}$$

$$= 0.66 \text{ s}$$

$$7) T_{\text{total}} = t_1 + t_2$$

$$= 0.50 + 0.66$$

$$= 1.16 \text{ s}$$

$$8) R_1 = R_1 = 2 \times t_1 \cdot V_x$$

$$=7.81\text{m}$$

$$9) R = T_x \cdot V_x$$

$$=1.16 \times 7.81$$

$$=9.05\text{m}$$

$$10) R_2 = R - R_1$$

$$=9.05 - 7.81$$

$$=1.24\text{m}$$

اما الطالب الثاني :

ادم فقد رمى بسرعة مقدارها (10 m/s) وكانت نقطة ارتفاع الانطلاق عن الارض لحظة الرمي تبلغ (2.03 m) في حين بلغت زاوية الانطلاق (27 درجة).



شكل (35)

$$1) V_x = V_0 \cdot \cos 27$$

$$= 10 \times 0.89$$

$$= 8.9 \text{ m/s}$$

$$2) V_y = V \theta \cdot \sin 27$$

$$= 10 \times 0.45$$

$$= 4.5 \text{ m/s}$$

$$3) t_1 = \frac{V_y}{g}$$

$$= \frac{4.5}{9.8}$$

$$= 0.45 \text{ s}$$

$$4) S = \frac{1}{2} \times g \times (t^2)$$

$$= \frac{1}{2} \times 9.8 \times (0.45^2)$$

$$= \frac{1}{2} \times 9.8 \times 0.20$$

$$= 1.03 \text{ m}$$

$$5) S+h$$

$$= 1.03 + 2.03$$

$$= 3.06 \text{ m}$$

$$6) t_2 = \frac{2(s+h)}{g}$$

$$t_2 = \frac{2(3.06)}{9.8}$$

$$= \frac{6.12}{9.8}$$

$$= 0.62 \text{ s}$$

$$7) T_{\text{total}} = t_1 + t_2$$

$$= 0.45 + 0.62$$

$$= 1.07 \text{ s}$$

$$8) R_1 = 2 \times t_1 \cdot V_x$$

$$= 8.9 \times 0.9$$

$$= 8.01 \text{m}$$

$$9) R = T_x \cdot V_x$$

$$= 1.16 \times 7.81$$

$$= 9.56 \text{m}$$

$$10) R_2 = R - R_1$$

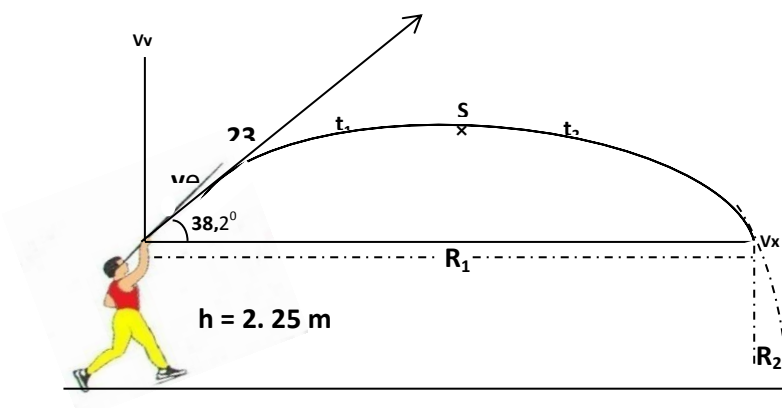
$$= 9.56 - 8.01$$

$$= 1.55 \text{m}$$

مثال 2 :

مع الرسم استخراج (الزمن الكلي والمسافة الافقية الكلية) لرامي الرمح كان قد رمى بزاوية انطلاق مقدارها (38°) و سرعة انطلاق قد بلغت (23 m/s) . إما نقطة انطلاق الرمح كانت ترتفع بمقدار (2.25 m) .

الحل:



شكل (36)

$$1- V_x = V\theta \times \cos 38$$

$$= 23 \times 0.78 \text{ m/s}$$

$$= 17.94$$

$$2- V_y = V\theta \times \sin 38$$

$$= 23 \times 0.61$$

$$= 14.03 \text{ m/s}$$

$$2- t_1 = \frac{V_y}{g}$$

$$= \frac{14.03}{9.8}$$

$$= 1.43 \text{ s}$$

$$4- S = \frac{1}{2} \times g \times t_1^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 9.8 \times (1.43)^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 9.8 \times 2.04$$

$$= 9.99 \text{ m}$$

$$5- h + s$$

$$= 2.25 + 9.99$$

$$= 12.24 \text{ m}$$

$$6- t_2 = \frac{2(h + s)}{g}$$

$$= \frac{2(2.25 + 9.99)}{9.8}$$

$$= 2.49 \text{ s}$$

$$7- T = t_1 + t_2$$

$$= 1.43 + 2.49$$

$$= 3.92 \text{ m}$$

$$8- R_1 = \frac{V\theta^2 \times 2 \times \sin 38}{g}$$

$$= \frac{529 \times 2 \times 0.61}{9.8}$$

$$= 65.85 \text{ m}$$

او في

$$R_1 = 2 \times t_1 \cdot V_x$$

$$9- R = T \times V_x$$

$$= 3.92 \times 17.94$$

$$= 70.32 \text{ m}$$

مثال /3 : احد ابطال العالم برمي الثقل دفع الثقل بسرعة مقدارها (13.41 m/s)
 وبلغ ارتفاع نقطة الانطلاق (2.13m) في حين كانت زاوية الانطلاق
 (30 درجة)، اوجد الزمن الكلي (T) للاداء واقصى ارتفاع وصلت اليه في الهواء
 (S) والمسافة الافقية النهائية (R) التي حققها هذا البطل.

$$1) V_x = V \theta \cdot \cos 30$$

$$= 13.41 \times 0.86$$

$$= 11.53 \text{ m/s}$$

$$2) V_y = V \theta \cdot \sin 30$$

$$= 13.41 \times 0.50$$

$$= 6.70 \text{ m/s}$$

$$3) t_1 = \frac{V_y}{g}$$

$$= \frac{6.70}{9.8}$$

$$= 0.68 \text{ s}$$

$$4) S = \frac{1}{2} \times g \times (t^2)$$

$$= \frac{1}{2} \times 9.8 \times (0.68^2)$$

$$\frac{1}{2} \times 9.8 \times .46$$

$$= 2.25 \text{ m}$$

$$5) S+h$$

$$= 2.25 + 2.13$$

$$= 4.38 \text{ m}$$

$$6) t_2 = \frac{2(s+h)}{g}$$

$$t_2 = \frac{2(4.38)}{9.8}$$

$$= \frac{8.76}{9.8}$$

$$= 0.89s$$

$$7) T = t_1 + t_2$$

$$= 0.68 + 0.89$$

$$= 1.57s$$

$$8) R_1 = \frac{v_0^2 \times 2 \times \sin 30}{g}$$

$$= \frac{(13.41^2) \times 2 \times 0.5}{9.8}$$

$$= 17.95m$$

اما وفق القانون المشتق الذي تم ذكره سابقا فتكون المسافة كما يلي:

$$R_1 = 2 \times t_1 \cdot V_x$$

$$= 15.68 m$$

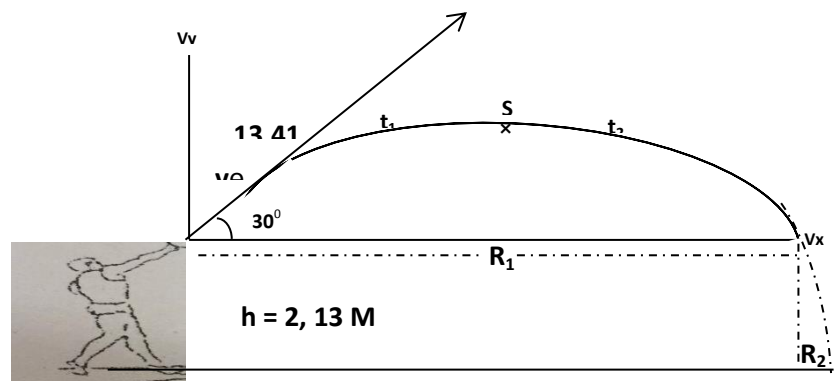
$$9) R = T \cdot V_x$$

$$= 1.57 \times 11.53$$

$$= 18.10m$$

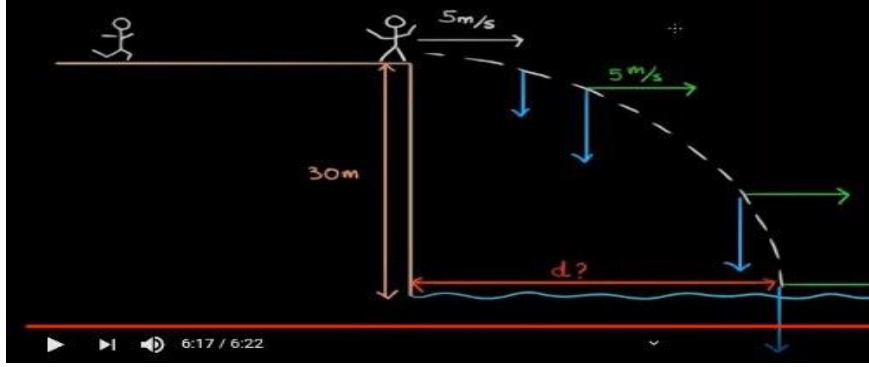
$$(10) R_2 = R - R_1$$

$$= 0.15$$



شكل (37)

ملاحظة : لايجاد المسافة الافقية (الازاحة) في حالة قذف الجسم من فوق للأسفل
 بزاوية مع الافق او السطح اقل من 90 درجة أي ان هذه الحركة تقع ضمن مسار
 المقذوفات ومثال على ذلك : تحرك شخص للامام وقفز ومن مكان يرتفع 30 متر
 نحو الماء وبزاوية اقل من 90 درجة ، اوجد ال(R)؟ المقطوعة بسرعة تبلغ 5 m/s .



هنا السرعة العمودية تساوي صفرا لحظة الانطلاق وتزايد للأسفل نتيجة الجاذبية
 الارضية أما الافقية فتبقى كما هي عندما نبدأ بالحل نعتد على معطيات السؤال:

$$S = v_p \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

هنا السرعة الاولى تساوي صفر

وبما ان اتجاه الارتفاع للأسفل اي ياخذ اشارة الـ (-) اذا

$$-30 = \frac{1}{2} \times (-9.8) \times t^2$$

(الاشارة سالبة بسبب اتجاه الحركة نحو المحور العمودي السالب)

$$t^2 = \frac{-60}{-9.8}$$

$$= \sqrt[2]{6.122}$$

$$t = 2.47s$$

$$R = T \cdot V_x$$

$$= 5 \times 2.47$$

$$\text{المدى (الازاحة) المطلوبة.} \quad 12.35m$$