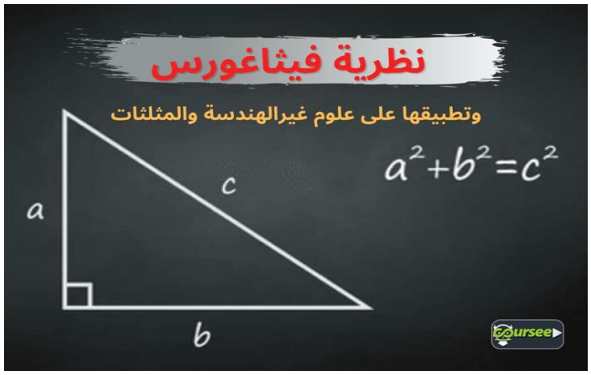
حركة المقذوفات Projectile Motion

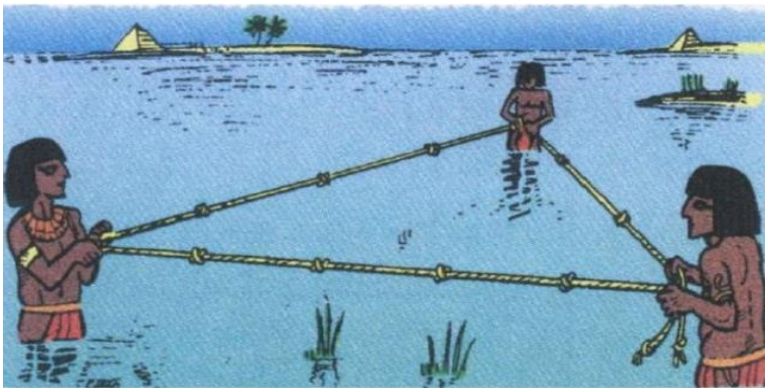
اعداد:
لجنة البايوميكانيك الرياضي

نظرية فيثاغورس (النسب المثلثية):

قبل الدخول بمحاضرة اليوم لابد من البدئ بنظرية فيثاغورس و التي تعتبر حجر الزاوية في فهم موضوع محاضرة اليوم فضلا عن انه مهم في محاضرات مستقبلية.
نظرية فيثاغورس تتعامل مع المثلث القائم الزاوية او بعبارة اصح هي تتناول مفهوم المثلث كمتطابقة رياضية و هي تعد اساس فهم العلاقة بين الهندسة المستوية كأساس عام لجملة من التفسيرات سواء كانت تطبيقات او كانت تفسيرات فيزيائية و هذه العلاقة تفسر ما هي الزاوية القائمة و ما هو الوتر و باقي ضلعي المثلث.



تاريخيا فهم الانسان العلاقة الهندسية للمثلث القائم الزاوية فظهرت لدينا اشارات مكتوبة من حضارات وادي الرافدين فضلا عن الحضارة المصرية القديمة فلولا هذا الفهم العلاقة بين مكونات المثلث القائم الزاوية لما تمكن الانسان الاول بناء الزقورات الرافدينية الشهيرة او تخطيط المدن او تقسيم الاراضي الزراعية و ايضا لولا هذا الفهم لما تمكن قدماء المصريين من بناء الاهرامات الشهيرة اضافة الى تخطيط المعابد بقياسات ضخمة.



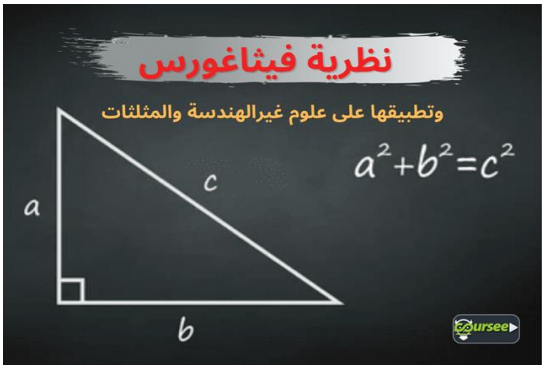
لكن رغم ذلك فأن استخدام الشعوب القديمة لهذه العلاقات و فهمها لم يكن مبني على اساس رياضي بل كان بكل بساطة يعتمد على علاقات مكتشفة بالمحاولة و الخطأ او بالممارسة لحين التوصل لنسب ثابتة فكونت علاقات حسية و نقصد بالحسية هنا هي ادوات ملموسة استخدمها الانسان الاول كالحبال او كقطع الخشب مثلا تقطع بأطوال ثابتة تطبق تلك النسب.
لكن بظهور نظرية فيثاغورس اصبحت هذه العلاقات لها تفسير رياضي باستخدام حسابات محددة يمكنها ان تفسر العلاقة بين مكونات المثلث القائم الزاوية.

ولد العالم والفيلسوف اليوناني فيثاغورس الساموسي حوالي العام ٥٧٠ ق.م. و كان عالما موسوعيا و فيلسوفا تحدث بكثير من المواضيع سواء كانت الروحية او الدينية فضلا عن اهتمامه بالفلك و بحركة الكواكب و تنسب له بعض اوائل الاشارات لكروية الارض و يعتقد ايضا ان فلسفته تعد اساسا لفلسفات لاحقة اعتمدها افلاطون من بعده كما وهو يعتبر من الفلاسفة الجوالة الى حد كبير كونه زار عدد من البلدان و الحواضر القديمة خصوصا انه زار بابل القديمة و استقر فيها لمدة من الزمن (المؤرخين يرجحون انه اقتبس مبرهنته الشهيرة اثناء مكوثه في بابل لما كانت تمتلك من علوم متطورة في ذلك الزمن) و البارز في فلسفة فيثاغورس او اعتماد المنطق الرياضي و هذا سر جاذبية و مبرهنته الرياضية الشهيرة في المثلثات التي سميت نظرية فيثاغورس التي نحن بصدد دراستها اليوم

تنص النظرية (مساحة المربع الذي ضلعه الوتر المقابل للزاوية القائمة يساوي مجموع مساحتي مربعي الضلعين الآخرين).

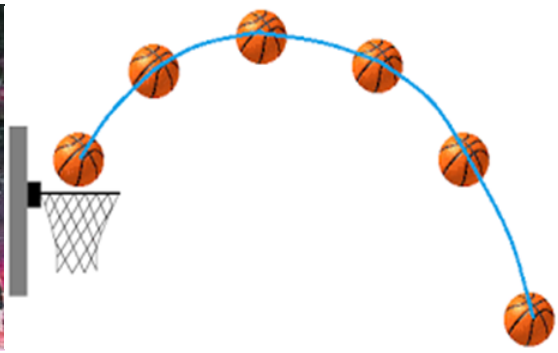
او (مربع طول الوتر يساوي مجموع مربعي طول الضلع المقابل و الضلع المجاور)

او رياضيا فهي $a^2+b^2=c^2$



المقذوفات:

- **قد تكون حركة المقذوفات من أوائل الظواهر التي لاحظها الانسان القديم و حاول فهمها والاستفادة منها لخدمته في حياته سواء للصيد او للبقاء و الدفاع عن النفس.**
- **مع تطور حياة الانسان تطور فهمه للمقذوفات و حركتها و اصبح يتعامل معها باستفادة اكبر نتيجة لهذا الفهم فطور اشكال المقذوفات و آلية القذف و الأهم تمكن من فهمها رياضيا.**
- **مع الفهم الرياضي و خصوصا ظهور نظرية فيثاغورس تطورت مفاهيم المقذوفات بشكل كبير جدا و مع مسير التأريخ وصولا لعصر البارود ظهرت أوائل الأسلحة النارية بالاعتماد على نفس المبادئ و نستطيع القول اليوم ان كل ما نشاهده اليوم من تطور في مجال المقذوفات يعود في الأصل للإرادة البشرية التي سعت للاستفادة من الطبيعة.**
- **في المجال الرياضي تدخل المقذوفات في دراستنا بشكل كبير فسواء كان المقذوف أداة رياضية او جسم الرياضي نفسه فأنها بالنتيجة تخضع لنفس القوانين و نفس المؤثرات.**



- **من الناحية الميكانيكية فأن الجسم المقذوف في الهواء يخضع لعوامل ثابتة و أهمها الجاذبية الأرضية و البالغة ٩.٨ متر/ثا^{٢} او ٩٨٠سنتمتر/ثا^{٢} و ٣٢ قدم/ثا^{٢}.**

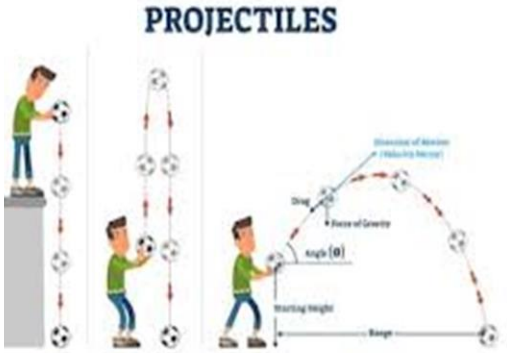
- **و لو لاحظنا حركة المقذوف فأنه عند الانطلاق من الأسفل الى الأعلى بحركة عمودية و بسرعة معينة فأن سرعته تبدأ بالتناقص تدريجيا الى ان تصبح صفر عند اعلى نقطة ثم يبدأ الجسم بالنزول الى الأسفل بفعل تأثير الجاذبية الأرضية فتبدأ سرعته بالتزايد تدريجيا الى ان يبلغ اعلى سرعة له قبل لحظة اصطدامه بالأرض.**
- **ولو حسبنا الزمن الازم لهذا الجسم لبلوغ اعلى نقطة فأنه نفس الزمن الازم للجسم من اعلى نقطة حتى الارض.**

- **المسافة التي يقطعها الجسم المقذوف= التعجيل الأرضي x مربع الزمن**

٢

$$\text{مس مق} = \frac{\text{ج.ن}^{٢}}{٢}$$

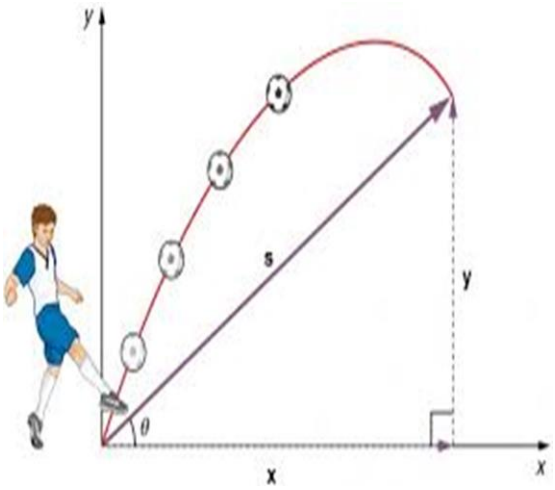
- **كما ذكرنا فأن الجسم تتناقص سرعته اثناء الصعود حتى اعلى نقطة وتتزايد بعد ذلك عند عودتها الى الأرض و كل ذلك بتأثير الجاذبية الأرضية.**



ولحساب سرعة المقذوف نستخدم المعادلة التالية:

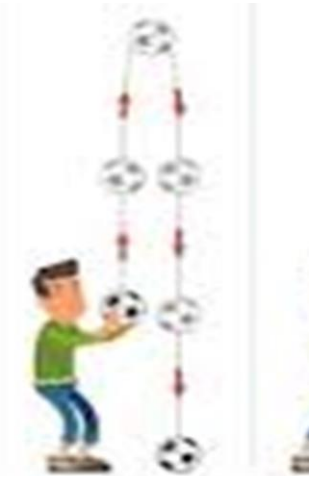
- $\sqrt{\text{المسافة} \times \text{المقطوعة} \times \text{التعجيل الارضي} \times 2}$
- $\sqrt{\text{م} \times \text{ج} \times 2}$

او م= $\frac{\text{س}^{2}}{\text{ج} \times 2}$



مثال: كرة تنطلق الى الأعلى بسرعة ٨٠ قدم/ثا احسب اعلى ارتفاع و الزمن الذي تستغرقه.

الحل:



- **م= $\frac{\text{س}^2}{2 \times \text{ج}}$**
- **م= $\frac{80^2}{2 \times 32}$**
- **م = ١٠٠ قدم اقصى ارتفاع**

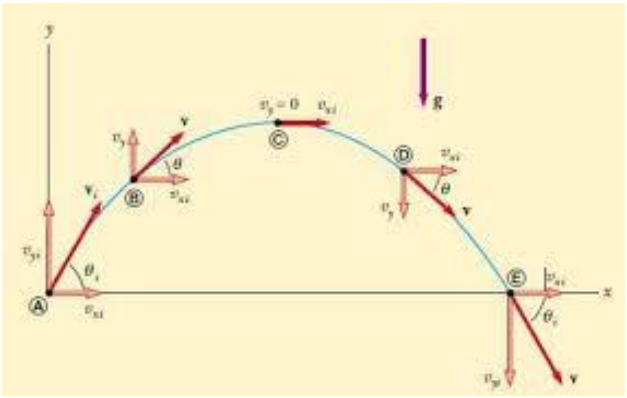
. **اما الزمن فنستخدم المعادلة**

. **المسافة= $\frac{\text{ج} \times \text{ن}^2}{2}$**

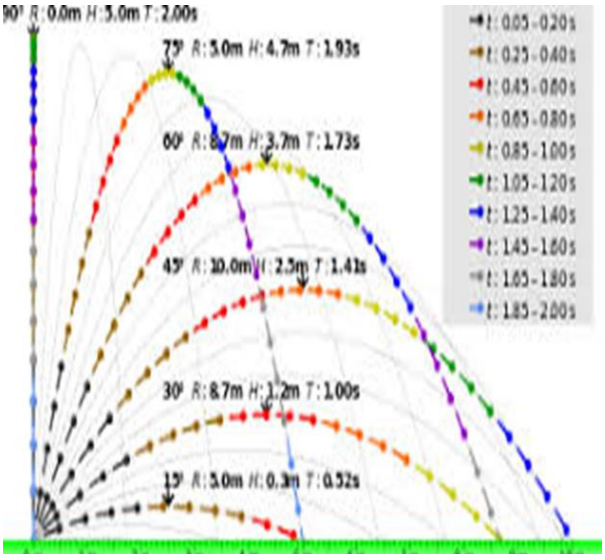
. **$\frac{32 \times \text{ن}^2}{2}$ =١٠٠**

. **ن ^{2} = $\frac{200}{32}$**

. **= ٢.٥ ثانية الزمن الذي تستغرقه الكرة.**



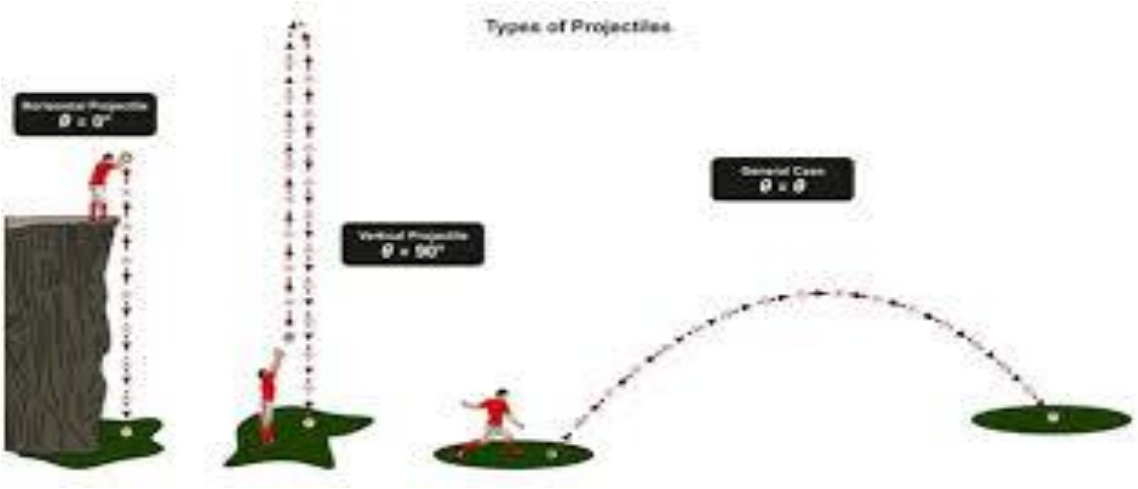
- **عند انطلاق المقذوف بزاوية معينة تتكون مركبتين للقوة نتيجة وقوع المقذوف تحت تأثير قوتين الأولى عمودية و هذ الجاذبية الأرضية و الثانية افقية نتيجة قوة القذف.**
- **مقدار السرعة العمودية او المركبة العمودية يقل تدريجيا اثناء حركة الجسم الى ان تصل الى صفر اما المركبة الافقية فأنها تبقى بنفس المقدار منذ الانطلاق الى الهبوط.**



من ما تقدم يتضح لنا اهم العوامل المؤثرة بحركة المقذوف وهي:

- **زاوية الطيران (زاوية الانطلاق)**
- **كتلة الجسم**
- **سرعة الاطلاق (قوة الاطلاق)**
- **ومن الممكن إضافة شكل المقذوف اذا ما اخذنا بنظر الاعتبار مقاومة الهواء.**

▪ان افضل زاوية لتحقيق ابعد مسافة للمقذوف هي ٤٥ درجة اذا كان مستوى الانطلاق مطابق لمستوى الهبوط.



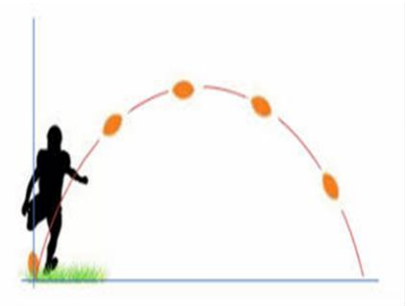
- **يمكن صياغة القانون لدراسة المقذوفات بزاوية كما يلي:**
- **المسافة=** $\frac{\text{السرعة مربع} \times \text{زاوية جيب ضعف}}{\text{التعجيل}}$
- **و هذا القانون يستخدم فقط عندما يكون مستوى الانطلاق بنفس مستوى الهبوط.**
- **اما الزمن =** $\frac{\text{السرعة ضعف} \times \text{الزاوية جا}}{\text{التعجيل}}$

▪مثال: كرة تنطلق الى الأعلى بسرعة ٨٠ قدم/ثا ، احسب اقصى ارتفاع تصله الكرة وكذلك الزمن؟

▪المطلب الأول هو اقصى ارتفاع
▪م=س^{٢}/٢.ج
▪(٨٠)^{٢} / ٢ x ٣٢
▪= ١٠٠ قدم اقصى ارتفاع تبلغه الكرة

▪المطلب الثاني فهو الزمن و نستخرجه من خلال
▪م= ج.ن^{٢} / ٢
▪^{١٠٠} = ٣٢ x ن^{٢} / ٢
▪ن^{٢} = ٢٠٠/ ٣٢
▪ن^{٢} = ٦.٢٥
▪ن = ٢.٥ ثانية هو الزمن الذي تستغرقه الكرة لبلوغ اعلى نقطة.
▪ملاحظة مهمة.....لا تنسى الوحدات.

▪في كل ما سبق كان الحديث عن المقذوفات العمودية، أي عندما ينطلق الجسم عموديا الى الأعلى و يعود للأرض.



▪طيب ماذا لو كان الجسم ينطلق بزاوية؟

▪عند ذلك سنستخدم القانون التالي:

▪"المسافة= (السرعة)^{٢} x جيب ضعف الزاوية / التعجيل الأرضي

▪"م = س^{٢} x جا^{٢} / ج

▪ينطلق ثقل بسرعة ١٢ م/ثا و كانت الزاوية التي انطلق بها تساوي ٤١ درجة احسب المسافة التي سيقطعها الثقل....

▪الحل:

▪م = س٢ xجا٢ / ج

▪م = (١٢)^{٢} x ٢ x ٤١ / ٩.٨

▪م = ١٤٤ x ٠.٩٩٠٣ / ٩.٨

▪١٤.٥٥ مترا المسافة الافقية التي يقطعها الثقل