



كلية التربية البدنية وعلوم الرياضة  
فرع العلوم النظرية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
الجامعة المستنصرية

# كينماتيك الحركة الدورانية Angular Kinematics

## الفصل الرابع

اعداد :

لجنة البايوميكانيك الرياضي

2025 - 2024

### الكينماتيك الزاوي:

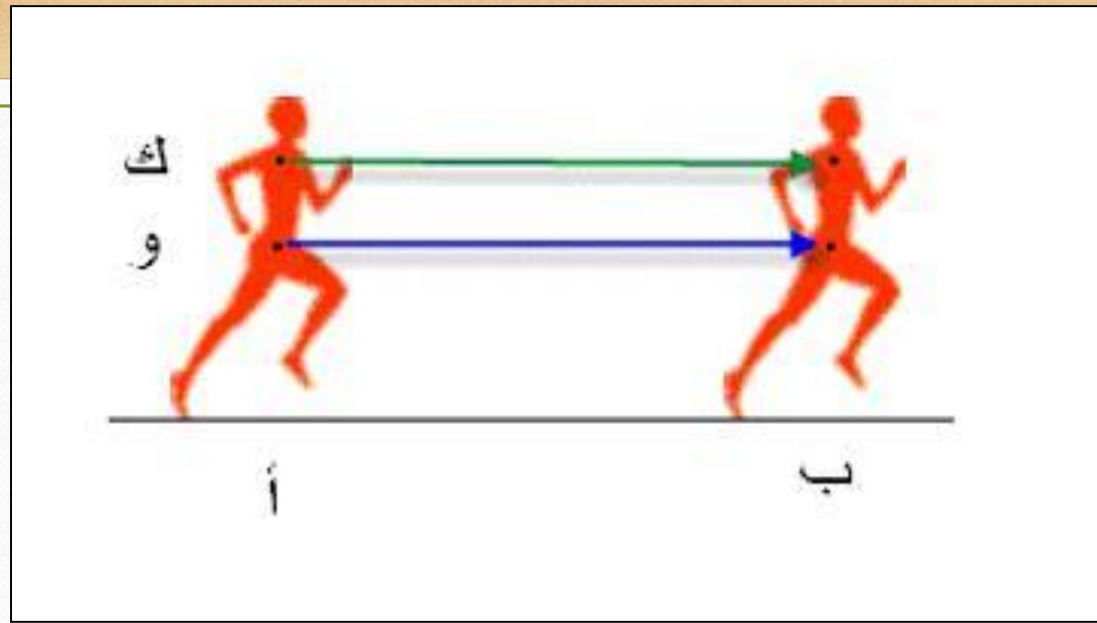
لابد لنا من الإشارة الى الفرق بين طبيعة الحركة الانتقالية أي التي تحدث على خط مستقيم والحركة الدائرية أي التي تكون على شكل دوائر كاملة أو جزء من دوائر، فهم هذا من قبل ان حدوث الحركة الدائرية يشترط وجود محور للدوران، فتعلق اللاعب على العقلة والقيام بمرجات الى الامام والخلف: هي عبارة عن حركة دائرية ويطلق عليها احياناً (الحركة الزاوية).

كما سبق ان ذكرنا في محاضرات متقدمة بان المحور الذي تتم حوله الحركة الدائرية اما ان يكون خارج الجسم كما في مثال التعلق على العقلة (فالعقلة هنا هي محور الدوران)، أو ان يكون داخل الجسم كما في دوران الجسم حول نفسه (حركة الساعد حول مفصل المرفق في الرمية الحرة بكرة السلة)، وعلى أي حال فان الكميات الميكانيكية كالسرعة والتعجيل تحدث اثناء الحركة الدائرية (الزاوية) وهذا ما سيتم تناوله اثناء دراستنا لمفهوم الكينماتيك الزاوي.

## المسافة والازاحة الزاوية:

تكلمنا في محاضرات سابقة عن معنى الحركة بصفة عامة ويمكن تعريفها بشكل مبسط على انها (انتقال الجسم او جزء منه من نقطة الى نقطة اخرى) وهذا بطبيعة الحال يتطلب العوامل الاساسية الثلاث (1- هدف للحركة 2- انتاج القوة من خلال الانقباض العضلي 3- تقريب وتبعيد اجزاء الجسم بهدف تحقيق الهدف). سبق ايضا ان تحدثنا عن المحاور و المسطحات و تبين لنا ان جميع الحركات التي تؤدي على محور وهمي أو حقيقي، خارجي أو داخلي فإنها حركات دائرية. ولو ناقشنا شكل الدائرة من الناحية الهندسية سيتبين لنا ان لكل دائرة بداية ونهاية، ومن المعروف أن زاوية أية دائرة هي (360 درجة) تبدأ من (الصفر) وتنتهي في (360 درجة).

الآن بالانتقال الى مفهوم السرعة (علاقة المسافة بالزمن) (العلاقة بين وحدات الطول مقسومة على وحدات زمن)، وربطها بالدائرة كخط مسير او باتجاه حركة (هدف حركي) فالنقطة التي تتحرك على محيط الدائرة تمتلك سرعة تسمى بالسرعة المحيطية أو الدائرية ووحدتها تماثل وحدة السرعة الخطية (متر/ثانية)، ولغرض توضيح السرعة المحيطية ومقارنتها بالسرعة الخطية فإننا نلاحظ المثال الاتي:



شكل : يوضح المسار الخطي لمفصل الورك والكتف في الركض

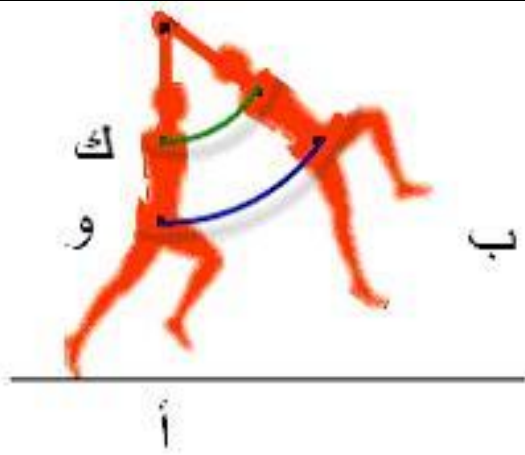
لو تحرك لاعب من نقطة (أ) إلى نقطة (ب) وشخصنا نقطتان في جسم اللاعب وهما نقطة الورك (و) ونقطة الكتف (ك)، فإن المسافة المقطوعة لكلا النقطتين تكون متساوية وبما أن النقطتين تحركتا في الوحدة الزمنية نفسها فإننا نستطيع الجزم بأن سرعة النقطتين متساوية، أي إن سرعة نقطة الورك (و) تساوي سرعة نقطة الكتف (ك).

أما إذا راقبنا هاتين النقطتين على اللاعب نفسه وهو يؤدي المرححة على جهاز العقلة وكما في الشكل التالي، فإننا نلاحظ اختلاف في مدى حركة النقطتين فالمدى الحركي لنقطة الورك اكبر من المدى الحركي لنقطة الكتف أو بصياغة أخرى فان المسافة التي تتحركها نقطة الورك اكبر من المسافة التي تتحركها نقطة الكتف، كما لو قارنا الاشكال المجاورة:

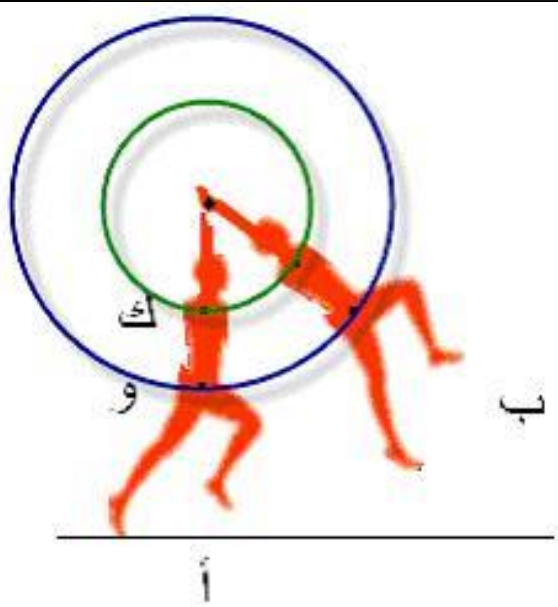
فلو تحركت نقطة (و) من منطقة (أ) ووصلت إلى منطقة (ب) فإنها ستكون قطعت مسافة اكبر من مسافة نقطة (ك)، ورغم أن النقطتين تحركتا في الوحدة الزمنية نفسها الا ان سرعة النقطة (و) لا تساوي سرعة النقطة (ك)، وهذا هو الاختلاف الثاني بين الحركات الخطية والحركات الدائرية، فالاختلاف الأول وجود المحور. اما الاختلاف الثاني فهو نصف القطر

إن الفروق التي يمكن ملاحظتها بين النقطتين (و) و (ك) يمكن إيجازها بما يأتي:

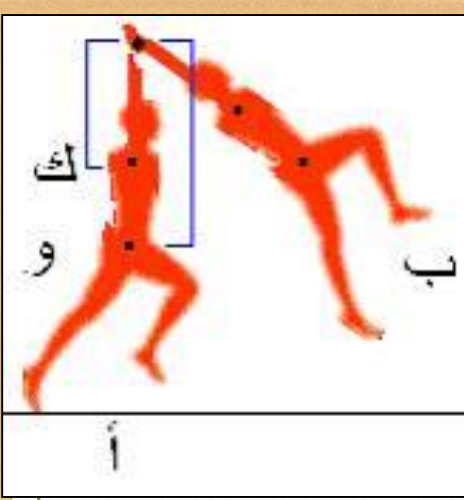
- 1- مدى حركة (و) اكبر من مدى حركة (ك)
- 2- بعد نقطة (و) اكبر من بعد نقطة (ك)
- 3- سرعة نقطة (و) اكبر من سرعة نقطة (ك)



شكل: يوضح المسار الدائري لمفصل الورك والكتف في المرححة على العقلة



شكل: يوضح الدوائر التي يمكن رسمها لمفصل الورك والكتف في المرححة على العقلة



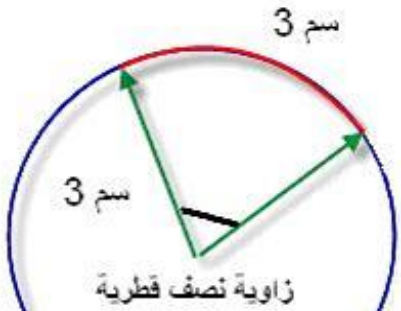
وهناك اتفاق واحد بين النقطتين وهي أنهما تتحركان في الزاوية نفسها (هـ)، كما موضح في الشكل التالي:

والتساؤل المهم، هل يمكن حساب سرعة هاتين النقطتين؟ الجواب: نعم، إذ سيتم دراستها وفقا للزاويا وتسمى السرعة التي تقيس الزاوية في وحدة الزمن بالسرعة الزاوية وقانونه:

شكل : يوضح اختلاف ابتعاد لمفصل الورك والكتف من محور العقلة

	قيمة الزاوية	
(1) .....	—————	= السرعة الزاوية
	الزمن	

وهذا القانون لا يكون صحيحا في إجراء المقارنة بين سرعتي النقطتين لأنهما يحدثان على نفس الزاوية وفي الزمن نفسه أي أن سرعتهما الزاوية هي نفسها وبوحدة (درجة/ثانية) ، فمن الأفضل الاستفادة من الاختلافات بين النقطتين ، أي أن نستخدم (طول القوس) لأنه متباين عند النقطتين وكذلك (نصف القطر) أي البعد عن المحور وهو أيضا متباين لدى النقطتين.



شكل : يوضح موقع الزاوية نصف القطرية

سنلجأ إلى الزاوية نصف القطرية لأنها تعرف بأنها (النسبة بين طول القوس ونصف القطر)

	طول القوس	
(2) .....	—————	= الزاوية نصف قطرية
	نصف القطر	

وتعرف الزاوية نصف قطرية بأنها الزاوية التي تقابل قوسا طوله يساوي طول نصف القطر

إذا استخدمنا الزاوية هذه بدلا من الزاوية في القانون (1) سنحصل على مكسبين أولهما أننا سنعطي وبدقة تحرك كل نقطة وفقا لمداها وبعدها ، وثانيا إن الوحدة الحالية لقيمة الزاوية سوف لن تكون بوحدة الدرجة وهذا سيساعدنا (لاحقا) في اشتقاق معادلة للسرعة المحيطية.

إن وحدة الزاوية في المعادلة رقم (1) بالدرجة أما قيمة الزاوية في المعادلة رقم (2) فإنها بدون وحدة لان طول القوس بالمتر أو السنتيمتر وكذلك وحدة نصف القطر فتكون وحدة هذه الزاوية هي (  $m \div m = 1$  ). اما المساحة المحصورة بين ضلعي نصف القطر وطول القوس تسمى بالقطاع ، ونلاحظ وجود عدد (6.28) قطاعا في الدائرة الواحدة ، أي اذا اخذنا نصف قطر معين ووضعنا بقدر ذلك مسافات على محيط الدائرة فان عدد المقاطع ستساوي (6) مع بقاء مقطع صغير يتم تقسيمه على المقاطع الاخرى لتصبح (6.28) مقطع او قطاع ، وعند قياس الزاوية في كل مقطع سنجد انها تساوي (57.324 درجة) وهي قيمة الزاوية نصف القطرية.

## حساب المسافة على محيط الدائرة

توجد طريقتين اما عن طريق محيط الدائرة (النسبة الثابتة 3.13) اذ علمنا ربع محيط الدائرة او نصفه وهكذا او عن طريق قيمة القطاع (57.324)

ركض عداء في منحنى أي نصف محيط دائرة وكانت لدينا  
نصف القطر فقط (31.82 متر)

محيط الدائرة =  $2 \times \text{نصف القطر} \times \text{النسبة الثابتة}$

$$= (7 \div 22) \times 31.81 \times 2 =$$

$$= 3.14 \times 31.81 \times 2 =$$

$$= 200 \text{ متر تقريبا}$$

نصف المسافة هي 100 متر

اما الطريقة الثانية فلو تحرك العداء من البداية الى نهاية

المنحنى فانه قد قطع 180 درجة وعلى نصف قطر 31.81

المسافة =  $\text{نصف القطر} \times \text{الزاوية} \div \text{القطاع}$

$$\text{المسافة} = 57.324 \div 180 \times 31.81 =$$

$$= 5725.8 \div 57.324 =$$

$$= 100 \text{ متر تقريبا}$$

## علاقة السرعة المحيطية بالسرعة الزاوية

لا نستطيع ان نفترض بان ( السرعة المحيطية = السرعة الزاوية ) وذلك لاختلاف وحدات كل مصطلح ، فوحدة السرعة المحيطية هي م / ثا اما وحدة السرعة الزاوية فهي درجة / ثا ، ولكي تكون هناك علاقة فعلية بين المصطلحين فإننا نقوم بمجموعة من الاجراءات منها اننا نستخدم الزاوية نصف قطرية بدون وحدة بدلا من الزاوية بوحدة الدرجة.

قيمة الزاوية (درجة)		
_____	=	السرعة الزاوية
الزمن (ثانية)		

قيمة الزاوية التي سنعتمدها فهي الزاوية الموجودة في المعادلة رقم (2) أي الزاوية النصف قطرية

	1	الزاوية نصف قطرية		
(3) .....	_____	_____	=	السرعة الزاوية
	ثانية	الزمن		

نحتاج إلى قياس بوحدة المتر أو السنتيمتر، تحدثنا سابقا إننا لا نستطيع مقارنة نقطتان تبتعدان عن بعضيهما على نفس المحور وعلى نفس خط العمل بسبب اختلاف أنصاف الأقطار، إذن يمكننا اعتماد نصف القطر في المعادلة وطالما إن نصف القطر تتناسب طرديا مع السرعة فإن أفضل مقياس نعتمده هو نصف القطر. وهكذا فإن وحدة السرعة الزاوية ستكون مساوية لوحدة السرعة المحيطية او بمعنى اخر ان:

	الزاوية نصف قطرية	
	_____	السرعة المحيطية =
(4) .....	× نصف القطر	
	الزمن	

او ان  
السرعة المحيطية = السرعة الزاوية × نصف القطر  
ويجب ان نفهم جيدا بان وحدة السرعة الزاوية الموجودة في المعادلة اعلاه هي (1\ثا) وليست (درجة\ثا)  
من المعادلة أعلاه نستنتج ما يأتي:

- 1- إن السرعة المحيطية تتناسب طرديا مع نصف القطر بثبات السرعة الزاوية
- 2- إن السرعة المحيطية تتناسب طرديا مع السرعة الزاوية بثبات نصف القطر

مثال:

تحرك جسم من نقطة (أ) إلى نقطة (ب) بزمن قدره (0.3 ثا) وقطع زاوية مقدارها (90 درجة) وكان بعد هذا الجسم عن محور الدوران (0.06 متر). احسب السرعة المحيطية واحسب السرعة المحيطية عند مضاعفة نصف القطر.

الحل:

نحول قيمة الزاوية من وحدة الدرجة إلى وحدة نصف قطرية:

طول القوس = الزاوية × نصف القطر

طول القوس =  $0.06 \times 90$

= 5.4 درجة . م

نقسم الرقم أعلاه على زاوية القطاع 57.324

وهي ثابتة فنتخلص من وحدة الدرجة

طول القوس	=	الزاوية
_____	=	
نصف القطر		

5.4				
0.09 م	=	_____	=	طول القوس
		57.3		

0.09				
1.5 بدون وحدة	=	_____	=	قيمة الزاوية نصف قطرية
		0.06		

1.5				
3 م ثا	=	0.6 × _____	=	السرعة المحيطية
		0.3		

10.8		
$0.19 = \frac{\quad}{57.3}$	=	طول القوس
57.3		

أما إذا كان نصف القطر  $(0.12=2 \times 0.06)$

طول القوس  $= 0.12 \times 90$

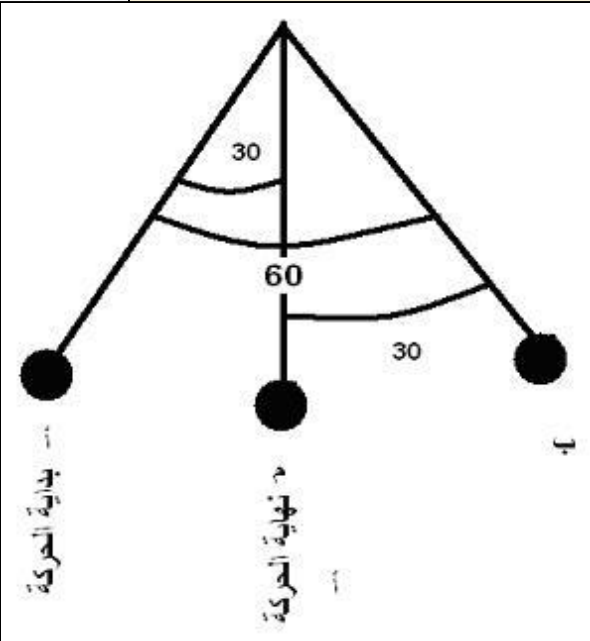
طول القوس  $= 10.8$  درجة . م

0.19		
$1.58 = \frac{\quad}{0.12}$ بدون وحدة	=	قيمة الزاوية نصف قطرية
0.12		

		1.58		
0.63 م   ثا	=	0.12	×	$\frac{\quad}{0.3}$
				= السرعة المحيطية

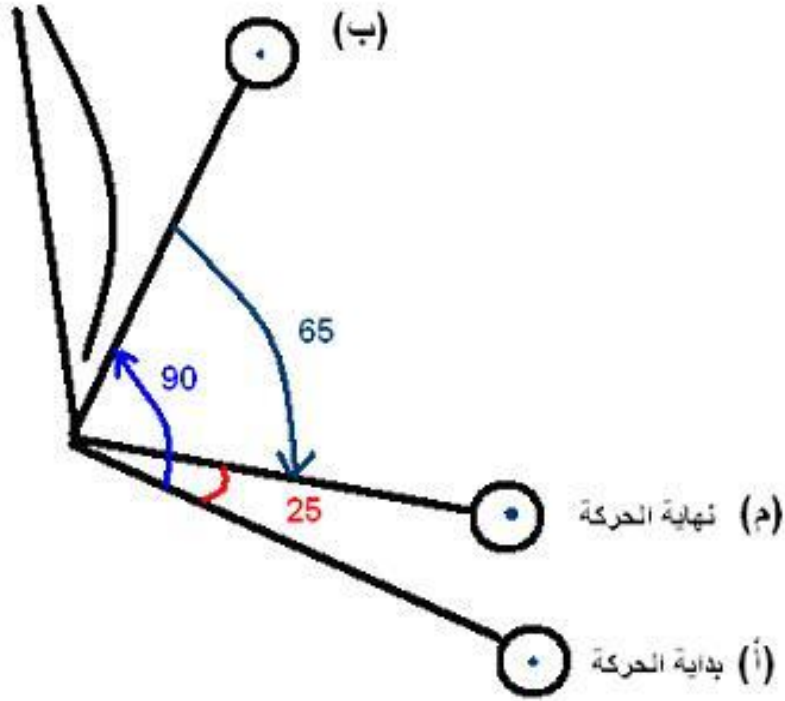
أي بمضاعفة نصف القطر تتضاعف السرعة المحيطية، ولاحظ بان قيمة الزاوية نصف قطرية بقيت كما هي

في الدائرة الواحدة فان الزاوية تساوي 360 درجة لذلك فان أية مسافة زاوية ستكون مساوية للإزاحة الزاوية مثلما في ركض المستقيم (100 متر مثلا) باستثناء الدورة الكاملة فإنها تبدأ من نقطة الصفر وتنتهي في نقطة 360 درجة فان إزاحتها (صفر) مثلما تحدث في ركض (400 متر) ، وحتى الزاوية 359 فان مسافتها الزاوية تساوي إزاحتها الزاوية ، فمثلا ان الإزاحة الزاوية لدرجة 90 هي نفسها . أما الدرجة 370 فان إزاحتها (370-360 = 10 درجة) أما إذا تكررت هذه الدورة مثلا لعدة مرات فان الإزاحة الزاوية تكون لمرة واحدة فلو ان مطرقة تدور 3 دورات ، إذا علمنا إن كل دورة هي 360 درجة فان المسافة الزاوية هي (3 × 360) أما الإزاحة الزاوية فهي (1 × 360)



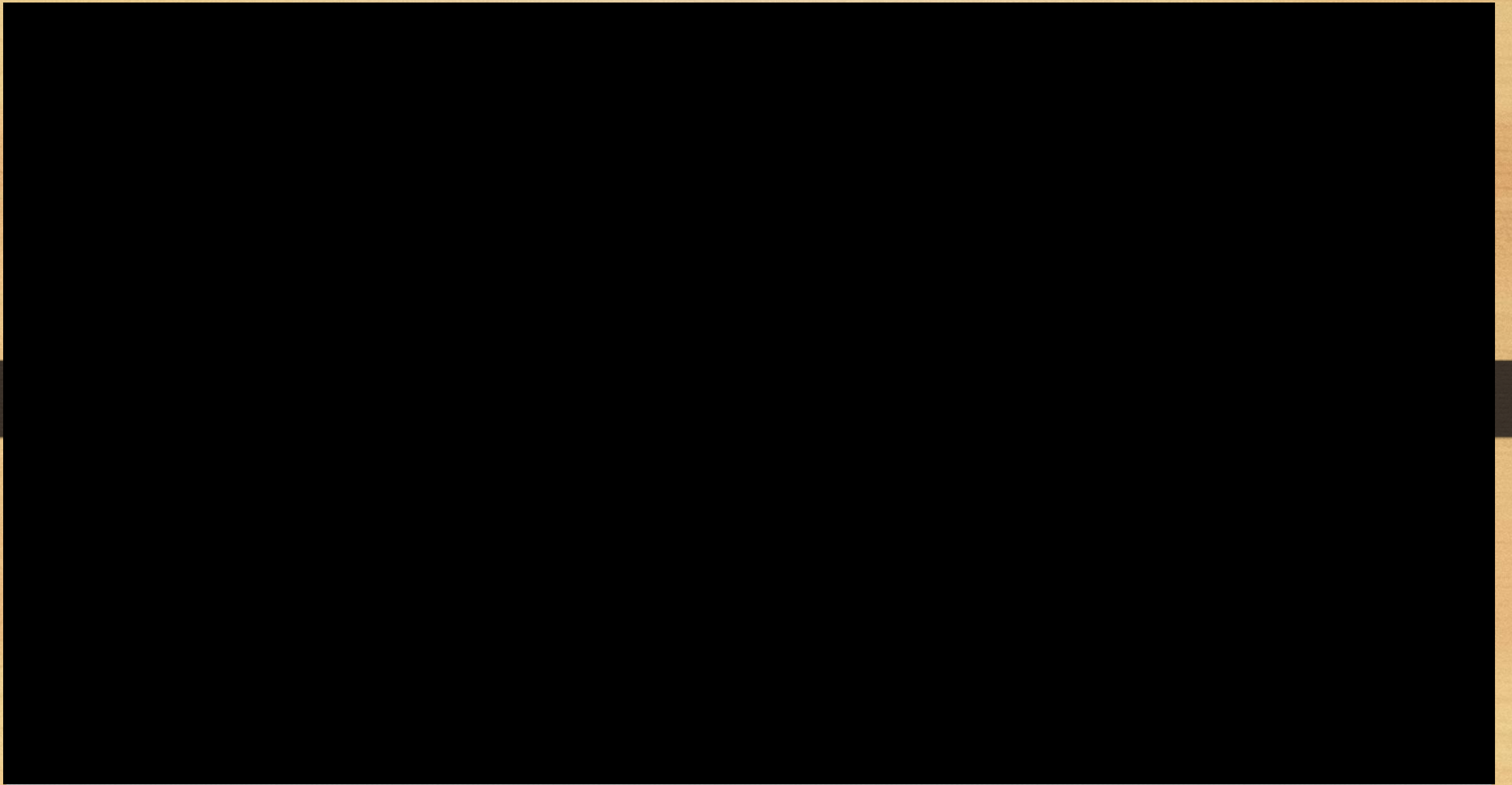
في البندول الأمر يختلف فإننا نمسك الخيط او الجزء الذي سيتأرجح ثم نطلقه فيذهب من نقطة (أ) إلى نقطة (ب) مارا من منتصف المسافة (م) وسيتكرر ذلك ولكن البندول سيستقر في (م) فان الإزاحة الزاوية هي (أ إلى م) أما المسافة الزاوية فهي كل المدى  
 المسافة الزاوية = (60+30)  
 الإزاحة الزاوية = 30

شكل : يوضح الزوايا المتوقعة في مرجحة حرة لجسم (بندول)



الذراع تبدأ بالثني من نقطة (أ) بداية الحركة فتصل إلى أقصى ثني في نقطة (ب) نهاية الثني تكون قد قطعت زاوية مقدارها (90 درجة) ثم ترجع إلى الزاوية 65 درجة نهاية الحركة وبذلك تكون قد قطعت مسافة زاوية مقدارها (65+90) أما الإزاحة الزاوية فهي (25 درجة) وهي قيمة الزاوية بين بداية الحركة ونهايتها. أي أننا نحدد نقطتين هما بدأ الحركة ثم انتهائها.

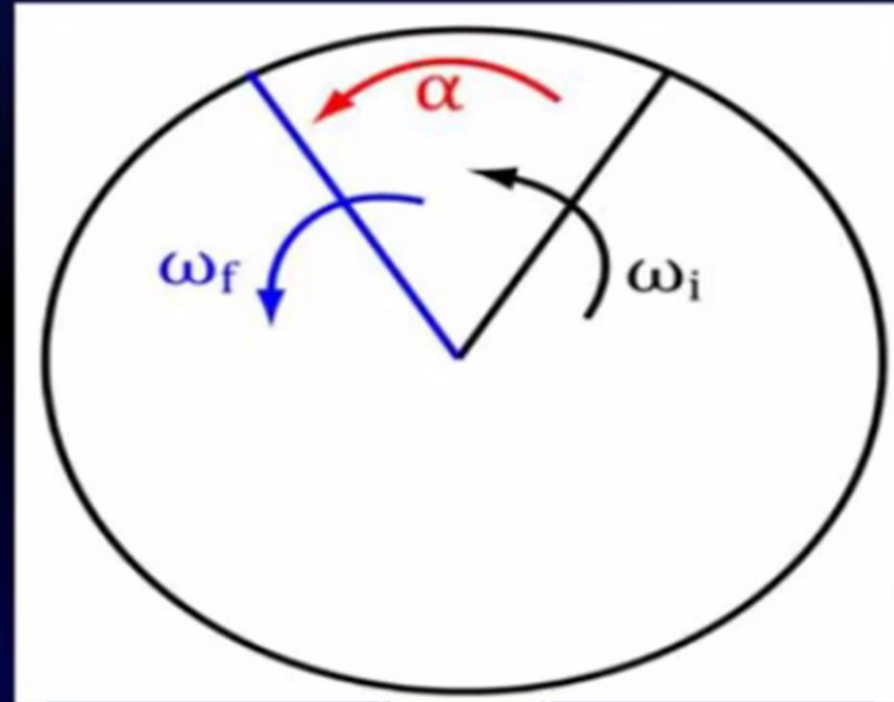
شكل رقم (2-29) : يوضح الزوايا المتوقعة في تمرين رفع الثقل على الذراع (كبيرل)



# التعجيل الزاوي Angular Acceleration

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t} \quad \text{ج ز} = \frac{\text{س ز} - \text{س ز}}{\text{ن}}$$

التعجيل الزاوي هو معدل التغير  
بالسرعة الزاوي نسبة الى الزمن  
(وحدة قياسه د/ث<sup>2</sup>)



## التعجيل الزاوي: Angular Acceleration

يختلف معنى التعجيل في الحركات الدائرية (الزاوية) عنه في الحركات المستقيمة، وان كان مفهوم التعجيل: هو تغير السرعة في وحدة الزمن أي معدل تغيير السرعة، ويكون في الحركات المستقيمة اما بقيمة موجبة عندما يكون تزايدياً او يكون بقيمة سالبة عندما يكون تناقصياً، الا اننا نجد نوعين من التعجيل اثناء حركة الجسم حول محور، هما 1- التعجيل المماسي، 2- التعجيل القطري (العمودي)، او بمعنى اخر هناك مركبتان للتعجيل هما المركبة المماسية والمركبة العمودية.

لنأخذ على سبيل المثال: حركة دوران القرص اثناء حركة الرامي في دائرة الرمي، فان حركة القرص تكون عبارة عن حركة متوازنة بين اندفاع القرص الى الخارج عكس اتجاه حركة الجذب باتجاه محور دوران الكتف وبين حركته على مماس محيط الدائرة التي يتحرك عليها اثناء الدوران، فمن الممكن اعتبار القوة التي يسلطها الرامي للسيطرة على القرص اثناء دورانه لعدم تركه بأن يتجه بأحد هذين الاتجاهين، فينتج عن عمل القوة التي يستخدمها الرامي تأثير يسبب تعجيلاً للقرص اثناء دورانه ويكون باتجاه مركز دوران القرص (محور مفصل الكتف)، ان هذا النوع من التعجيل هو التعجيل العمودي او المركبة العمودية للتعجيل ويطلق عليه احياناً المركبة القطرية

## التعجيل الزاوي:

هو معدل التغيير في السرعة الزاوية الحادثة لمدة زمنية معينة، وهناك نوعين من التعجيل أثناء حركة الجسم حول محور وهما:

1. التعجيل المماسي (المركبة المماسية).
2. التعجيل القطري أو العمودي (المركبة العمودية).

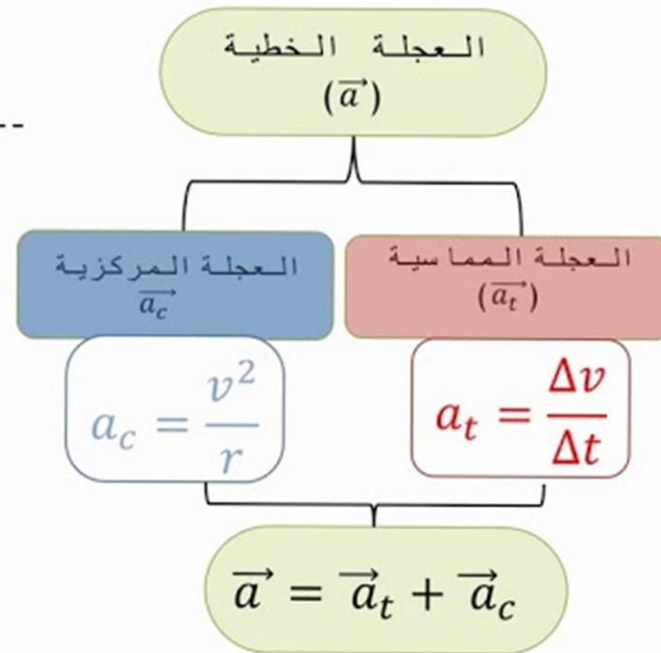
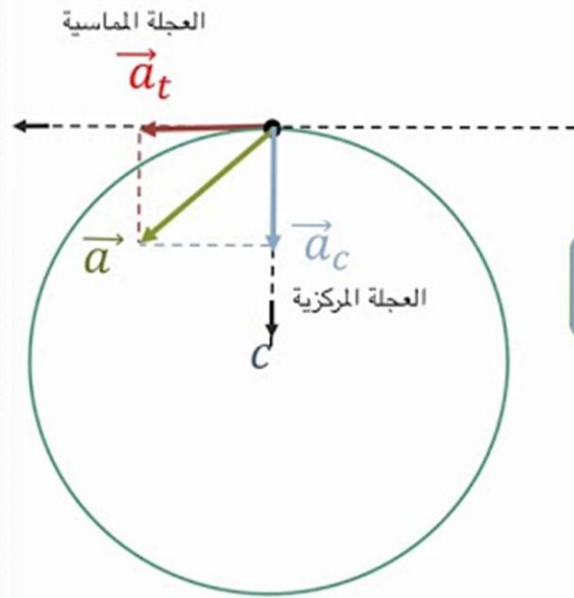
التعجيل القطري أو العمودي: وهو التعجيل الناتج من عمل القوة التي يسلطها رامي القرص للسيطرة على القرص أثناء دورانه على مماس الدائرة ويكون باتجاه مركز دوران القرص (محور مفصل الكتف) ويمكن حساب قيمته من المعادلة التالية:

التعجيل القطري (العمودي) = سرعة القرص على مماس محيط الدائرة<sup>2</sup> / نصف القطر

$$ع = \frac{س^2}{نق}$$

العمودي

**مثال:** أوجد مقدار المركبة العمودية للتعجيل لقرص أثناء دورانه في دائرة، علماً إن سرعته اللحظية على مماس الدائرة تساوي 15 قدم/ثا وكان طول ذراع الرامي 3 قدم؟



**الحل:** ع =  $\frac{2 \text{س}}{\text{نق}}$

العمودي

$$\frac{2(15)}{3} =$$

3

$$3 / 225 =$$

$$= 75 \text{ قدم/ثا}^2$$

التعجيل المماسي : هو معدل تغير سرعة الجسم في موضعين مختلفين على محيط دائرة الدوران في فترة زمنية معينة.  
التعجيل المماسي =  $\frac{\text{السرعة النهائية} - \text{السرعة الابتدائية}}{\text{الزمن}}$

$$\text{ع المماسي} = \frac{\text{س}_2 - \text{س}_1}{\text{ن}}$$

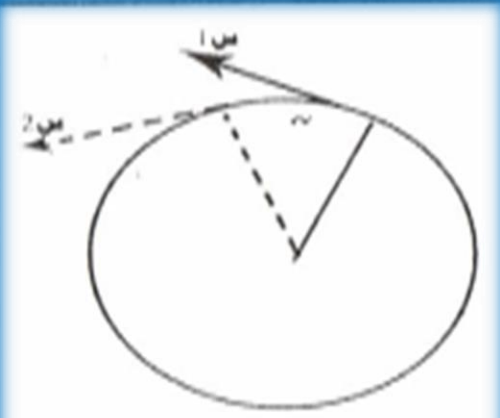
مثال: احسب المركبة المماسية لتعجيل قرص بلغت سرعته 6م/ثا في نقطة على محيط دائرة، وبعد فترة زمنية قدرها 0,5ثا، أصبحت سرعته 12م/ثا؟

$$\text{الحل: ع المماسي} = \frac{\text{س}_2 - \text{س}_1}{\text{ن}}$$

$$= \frac{12 - 6}{0,5}$$

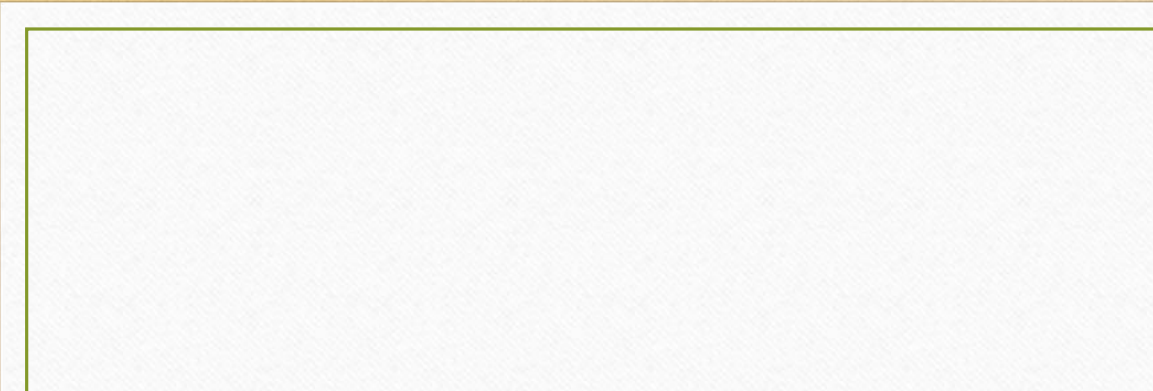
$$= 12$$

$$= 12 \text{ م/ثا}$$

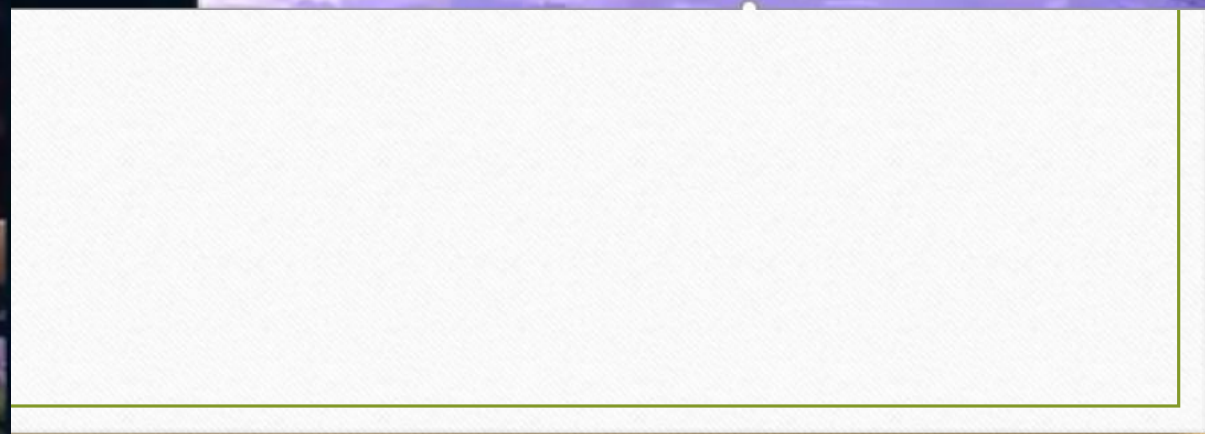


ESPN  
SPORTSCIENCE





45 FEET





# پاپو میکائیک پاپر

أشكر لكم حسن الاصغاء

د. علي مناتي