الجامعة المستنصرية
كلية الهندسة
قسم الهندسة الميكانيكية

الهندسة الوصفية
Descriptive Geometry
المرحلة الأولى

م. م. عامر فاضل

- التمهيد
- طرق الأسقاط المختلفة
- الأسقاط المركزي
- الأسقاط العمودي

الفصل الأول
- النقطة
تمثيل النقطة في الفراغ
التمثيل الوصف للنقطة

الفصل الثاني
- المستقيم
- أثار المستقيم
- نظرية توليد المستقيمات
- تمثيل المستقيم

الفصل الثالث
- المستوى
- أثار المستولى
- أوضاع المستوى في الفراغ

التـــمـــهـــيـــد

الهندسة الوصفية

علم الهندسة الوصفية هو علم يهتم بإسقاط مكونات الأجسام سواء النقطة أو المستقيم أو المستوى بأوضاعها الخاصـــة والعامة وكذلك تعاملهم مع بعض من ناحية التوازى والتعامد والتقاطع وتكون الأجسام وإفرادها وتقاطع الأجسام مع بعضها وغيره من التعاملات بينهما.

الرموز المستخدمة

يتم فى هذا العلم إسقاط كل من النقاط والمستقيمات والمستويات، لذلك سنستخدم رموز خاصة للتعبير وتمثيـــل كـــل منهما كالأتى:

بالنسبة للنقاط: نستخدم الحروف الإنجليزية الكبيرة **A,B,C,D,.....**

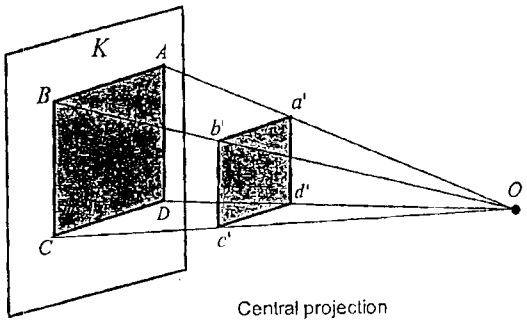
بالنسبة للمستقيمات: نستخدم الحروف الإنجليزية الصغيرة **a,b,c,d,e,f,.....**

بالنسبة للمستويات : نستخدم الحروف $\alpha,\beta,\delta,\gamma,\lambda,\pi,\psi,\eta,...$

طرق الأسقاط المختلفة

الإسقاط المركزى

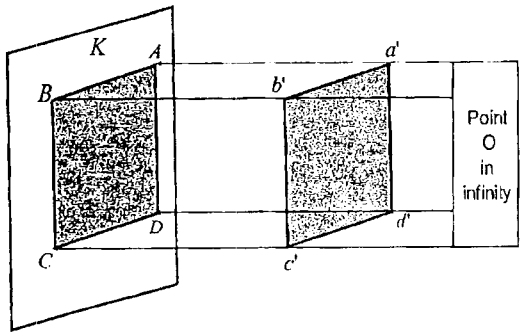
هو أكثر أنواع الإسقاط توضيحا للمجسمات الطبيعية وفيه نتصور إسقاط الجسم من نقطة ثابتة فى الفراغ **O** تســـمى مركز الإسقاط ويكون المســـتوى رأســـيا ويســـمى مستوى الإسقاط k ويكون الخط الواصل بـــين أى نقطة فى الفراغ مثل **A** ومركز الإسقاط **O** تســـمى شعاع الإسقاط الخاص بالنقطة **A** وهـــذا الشـــعاع يلاقى المستوى فى a' والتى تسمى المسقط المركـــزى للنقطة **A** . ويوضح الشكل المقابل الإسقاط المركزى للنقاط **A,B,C,D** ويعتبر هذا النوع من الإســـقاط الأكثـــر إستخدام فى مجال العمارة حيث يحاكى الصورة التى ترى بها العين الجسم.



Central projection

الإسقاط المتوازى

فى هذا النوع من الإسقاط تتوازى أشعة الإسقاط ويستخدم هذا النوع من الإسقاط فى تعيين الظلال لأن الأشعة المنبعثة من مصدر الضوء الكونى مثل الشمس أو القمر يُعتبر على بعد لانهائى وتكون متوازية وهى التى تعين إتجـــاه الإضاءة فى مسائل الظلال والشكل المقابـــل يوضـــح الإسقاط المتوازى للشكل الرباعى **ABCD** علـــى المستوى **k** ينتج إسقاط هذا الشكل **abcd** .



الإسقاط العمودى (الإسقاط المرقوم أو الرقمى)

فى هذا النوع من الإسقاط يتم الإسقاط على مستوى واحد فقط ويستعمل بصفة عامة فى خرائط المساحة الطبوغرافية والتى يمكن بواسطتها تمثيل سطح الأرض الغير منتظمة

الإسقاط الإكسونومترى

هو إسقاط متوازى على مستوى مائل على الإتجاهات الرئيسة (الإحداثيات الثلاثة **X,Y,Z**)

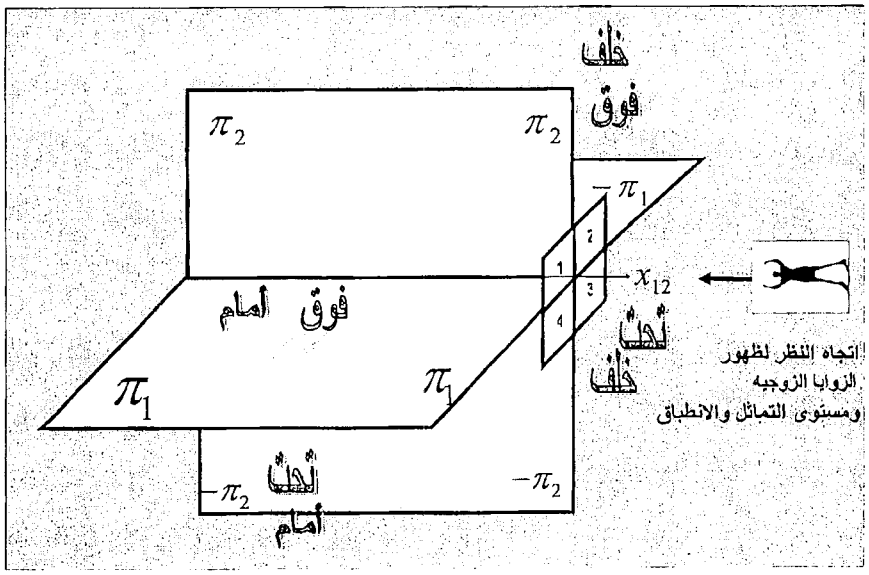
الإسقاط العمودى (مونج)

فهو أسهل وأبسط طرق الإسقاط فى تحديد الأبعاد الطبيعية والأشكال الهندسية ويعتبر أكثر الأنواع السابقة إقتصادا وتوفيرا فى الوقت

الإسقاط العمودى

مبادئ الإسقاط

يعتبر العالم الفرنسى جاسبار مونج أول من وضع أسس الإسقاط العمودى (1746-1818) ، لذا سمي الإسقاط بإسقاط مونج نسبة إليه.

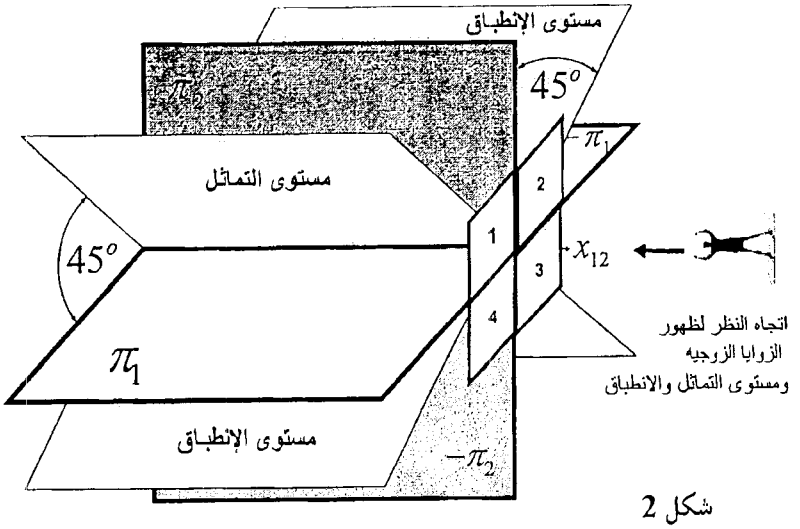


فى هذا النوع من الإسقاط نستعمل مستويين متعامدين للإسقاط أحدهما أفقى ويعرف بالمستوى الأفقى π_1 ، والأخر رأسى ويعرف بالمستوى الرأسى π_2 وخط تقاطعهما يسمى خط الأرض X، شكل 1. وبهذا الشكل عندما يمتد كل من المستويين لمالا نهاية فإنهما يقسما الفراغ لأربع فراغات متساوية ويطلق عليها الزوايا الزوجية. الزاوية الزوجية الأولى وتقع أمام المستوى الرأسى وفوق المستوى الأفقى 1 ـ ، الزاوية الزوجية الثانية وتقع خلف المستوى الرأسى وفوق المستوى الأفقى 2 ـ ، الزاوية الزوجية الثالثة وتقع خلف المستوى الرأسى وتحت المستوى الأفقى 3 ـ ، الزاوية الزوجية الرابعة وتقع أمام المستوى الرأسى وتحت المستوى الأفقى 4 ـ كما هو واضح فى الشكل 1.

يجب أن نعلم أن الجزء من المستوى الأفقى الموجود أمام المستوى الرأسى هو المستوى الأفقى الموجب π_1 ، بينما الجزء من المستوى الأفقى الموجود خلف المستوى الرأسى هو المستوى الأفقى السالب $-\pi_1$. وكذلك بالنسبة إلى جزء المستوى الرأسى الموجود فوق المستوى الأفقى فهو الجزء الموجب من المستوى الرأسى π_2 ، أما جزء المستوى الرأسى الموجود تحت المستوى الأفقى فهو الجزء السالب من المستوى الرأسى $-\pi_2$.

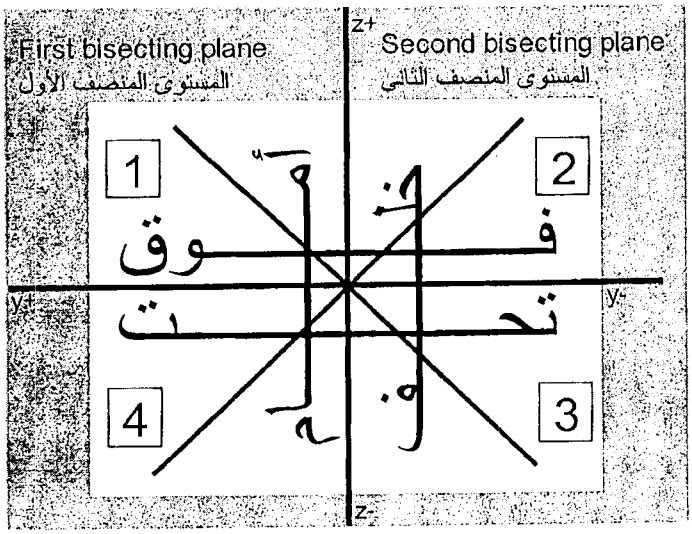
يجب أن نلاحظ فى الشكل الموضح شكل 2 أن الزوايا الزوجية التى تحدثنا عنها يتعامل معها مستويات أخرى مثل المستوى المنصف الأول وهو يسمى مستوى التماثل وهو مستوى يمر بين المستويين

الرأسى والأفقى ويميل عليهما ميل متساوى بقيمة 45^o وينصف الزاوية الأولى والثالثة.وكذلك المستوى المنصف الثانى وهو يسمى مستوى الإنطباق وهو مستوى يمر بين المستويين الرأسى والأفقى ويميل عليهما ميل متساوى بقيمة 45^o وينصف الزاوية الثانية والرابعة، وقد سمى الإنطباق لأنه هو الذى ينطبق عليه كل من المستويين الأفقى والرأسى كما تحدثنا سابقا حتى ينطبقوا ويتم الإعتماد عليهم فى وصف الفراغ ثلاثى الأبعاد داخل مستوى الورقة ذات البعدين.



شكل 2

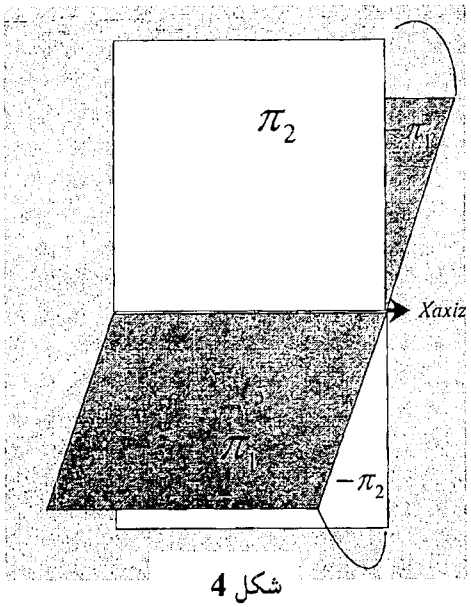
وعند النظر فى الشكل 2 عموديا على خط الأرض فإن خط الأرض يظهر نقطة فى شكل 3 وتظهر هذه المستويات خطوط تُنصف الزوايا بين مسقطى كل من المستوى الأفقى والرأسى كما فى شكل3 وتظهر الزوايا الزوجية كاملة وكذلك أوضاع مستويات التماثل والإنطباق بالنسبة للمستويين الرأسى والأفقى وهذا ما سنتحدث عنه فى إسقاط النقطة وكذلك يتضح أيضا فى إسقاط المستوى.



شكل 3

وتبقى المشكلة فى كيفية التمثيل الفراغى لمستويات الإسقاط على ورقة لاتملك سوى بعدين. هذه المشكلة يمكن حلها بإحداث إنطباق لمستويى الإسقاط على بعضهما شكل 4 حيث يتم دوران كل من

المستويين الأفقى الرأسى حول محور X فينطبق الجزء الموجب من المستوى الرأسى على الجزء السالب من المستوى الأفقى والعكس صحيح كما فى شكل 4.



شكل 4

كما تعلمنا سابقا أن الفراغ محدود بثلاث محاور x, y, z وهذة المحاور تشكل ثلاث مستويات متعامده ناتجه من إتحادهما كما فى شكل 1 ، لذا تم إضافة المستوى العمودى الجانبى وهو عمودى على كل من المستويين الأفقى والرأسى. ومن وضع المستوى الجديد أصبح الفراغ مقسم لثمانى أجزاء ، حيث كل زاوية زوجية مقسمة لجزئين أحدهما موجب والأخر سالب. نجد إتحاد محورى x و y يكونا المستوى الافقى والذى يرمز له بالمستوى π_1 ، وإتحاد x z يشكل المستوى الراسى π_2 ، أما إتحاد y وz يشكل المستوى المتعامد عليهما وهو المستوى الجانبى π_3 ويتضح ذلك من شكل 5.

ومن طبيعه المستويات الثلاثه المتعامده نجد أن المستوى π_1 يتقاطع مع π_2 فى خط يسمى X وهو ناتج من تقاطع 1 مع 2 لذلك يسمى X، وايضا π_2 يتقاطع مع π_3 فى خط يسمى Z وهو ناتج من تقاطع 3 مع 2 لذلك يسمى Z، وايضا π_1 يتقاطع مع π_3 فى خط يسمى Y وهو ناتج من تقاطع 3 مع 1 لذلك يسمى Y. هذه الخطوط تسمى المحاور الكرتيزيه والخط X يسمى خط الأرض

وتتضح طبيعه المستويات الثلاثه المتعامده مع إمتدادها فى شكل 5 حيث تتمدد المستويات لتعطى كل أبعاد المستويات وتقاطعها. فمثلا إذا رمزنا للأرض بأنها المستوى الأفقى فهذا يعنى أن لها فوق وتحت " فهناك أشياء فوق الارض و أشياء تحتها" ونجد أن المستوى الأفقى"الأرض" مكوناته X,Y وبالتالى الإتجاه فوق وتحت تعنى الإتجاه Z المتعامد علي مكونات المستوى شكل 5.

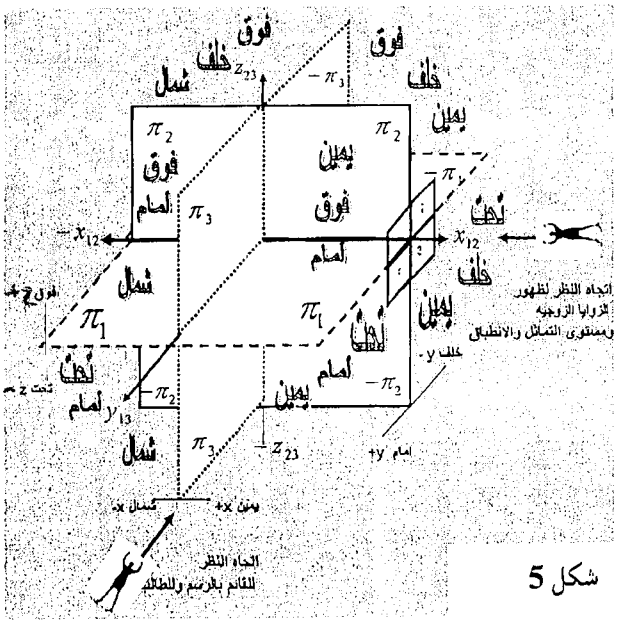
ومن شكل 2 أيضا نجد المستوى الرأسى المكون من X,Z يمكن أن يطلق عليه الحائط أى الحائط الموجود بالمنزل فنجد أناس تجلس أمام الحائط وأناس خلف الحائط وبالتالى معنى أمام وخلف أنه الاتجاه y وهو الاتجاه العمودى على مستوى الحائط .

أما الفرد الموجود فى شكل 5 والذى ينظر فى إتجاه المستوى الجانبى فله يمين ويسار لهذا المستوى الجانبى π_3 وهذا المستوى مكوناته Y, Z وبالتالى يمين ويسار هذا المستوى هو الإتجاه العمودى

عليهم وهو x. وبالتالى يمكن وصف أى نقطه من خلال ماتم استعراضه، أن تكون نقطه فوق π_1 وأمـام π_2 وعلى يمين π_3. وتبعا لعلم الكلام فإنه يمكـن وضع جدول-1 الذى يوضح معنى اشـارات النقـاط حسب أوضاعها بالنسبه لمستويات الاسقاط .

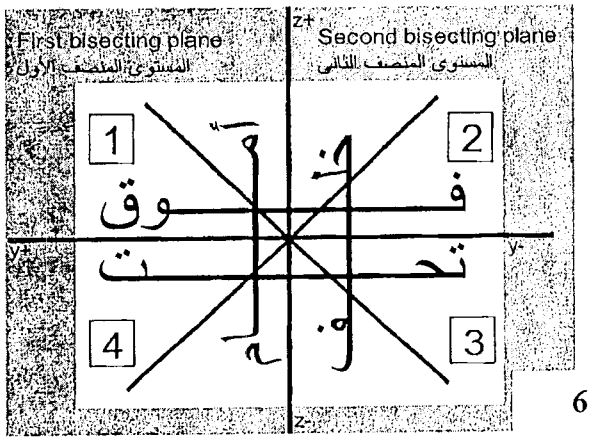
جدول 1	π_3	π_2	π_1
الوصف ←	الفرد	الجدار	الأرض
+ ←	يمين	أمام	فوق
- ←	يسار	خلف	تحت
البعد ←	X	Y	Z
تقع فى أى مستوى	X=0	Y=0	Z=0

أيضا يتضح أن المسـتويين الأفقـى π_1 والرأسـى π_2 ،والجانبى بعد أن قسما الفـراغ الـى أربع زوايا زوجيه عند النظر مـن أقصـى اليمين على شكل 5 نجد أن شكل 6 يوضح الأتى:



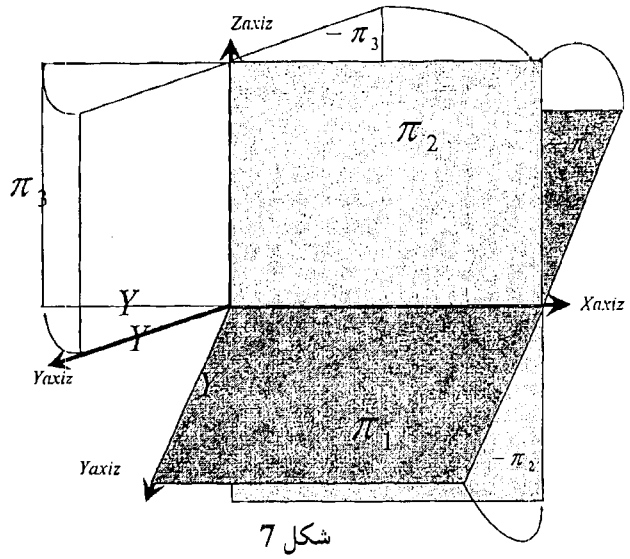
شكل 5

الزاويه الزوجيـه الأولـى y+ وz+ ، الزاويـه الزوجيـه الثانيـه y- وz+، الزاويـه الزوجيـه الثالثـه y+ وz- الزاويه الزوجيه الرابعه z- و y+ ومـن إتجاه النظر المحدد فـى شـكل 5 يمكـن إسقاط شكل الزوايا والمحاور لتحديد الأربع زوايا الزوجيه شكل 6. ومن هنـا يجـب تعريف الاتى:



شكل 6

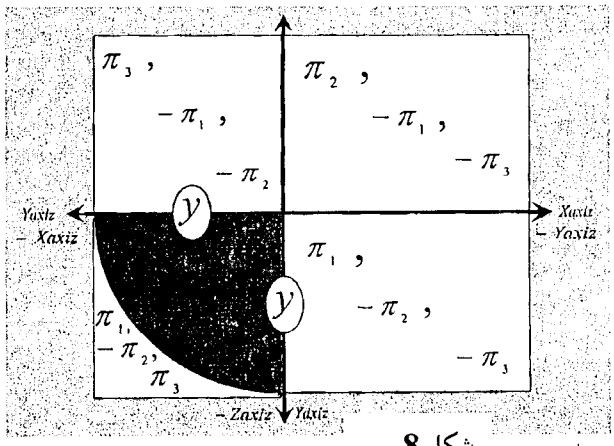
- المسـتوى المنصـف الأول "مستوى التماثل" وهـو الـذى ينصف الزاويه الزوجيـه الأولـى والثالثه وفيه z= +y, -z = -y شكل 6
- المستوى المنصـف الثـانى "مستوى الانطباق" الذى ينصف الزوايا الزوجيه الثانيـه والرابعـه وفيه +y= -z, -y=+z شكل 6.



شكل 7

من شكل 5 يتحدد طبيعه المستويات الثلاثه العموديه ولكن هم الأن فى الفراغ، لذا كيف يتم توقيع النقاط الفراغيه كما فى الأشكال 2,5,1 داخل مستوى الورقه؟ إجابه هذا السؤال تحتاج الى أن ننظر إلى شكل 5 جيدا ثم يتم عمل الأتى:

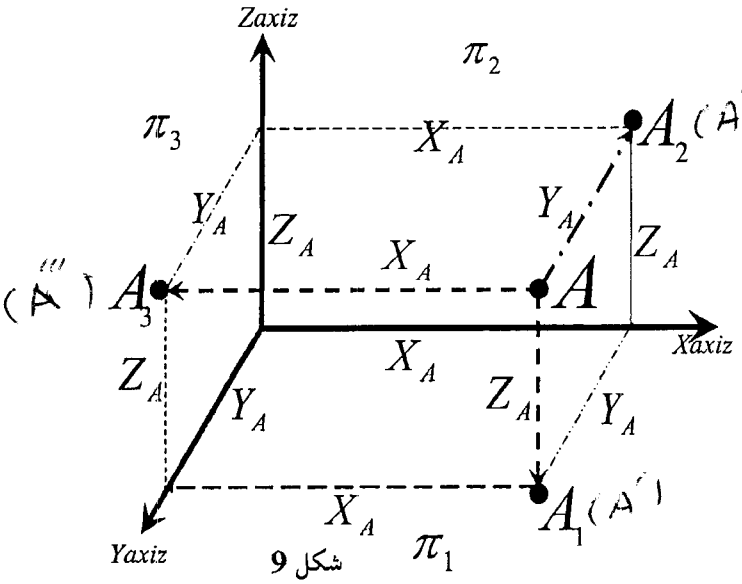
1. نحاول أن نقطع المحور y وما يماثله فى الخلف إلى خطين متوازيين كما فى شكل 7 .
2. ندور بالمستوى الأفقى عكس عقارب الساعه فينطبق الجزء السالب الخلفى من المستوى الأفقى $-\pi_1$ على الجزء الموجب العلوى من π_2 والعكس صحيح فى النصف السفلى حيث ينطبق الجزء السالب السفلى من المستوى الرأسى $-\pi_2$ على الجزء الموجب الأمامى من π_1 وكل ذلك الدوران يتم حول محور x من خلال محور الإنطباق الذى ينصف الزاويه الثانيه والرابعه. بعد زلك يتم دوران المستوى الثالث العمودى π_3 حول محور Z مع عقارب الساعه الى أن ينطبق على المستويين الباقيين فينتج شكل 7 من شكل 8 وتتضح الصوره كامله ويظهر أماكن المستويات السالبه والموجبه.



شكل 8

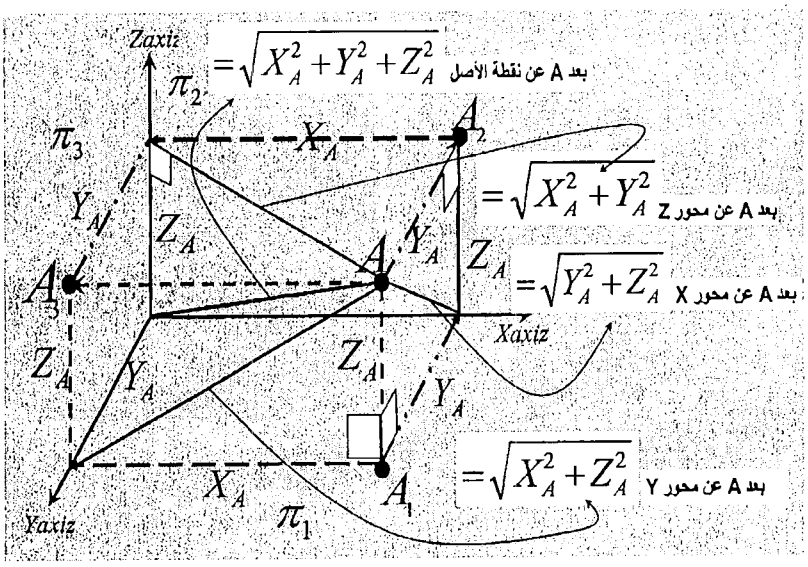
النقطة

تمثيل النقطة فى الفراغ



شكل 9

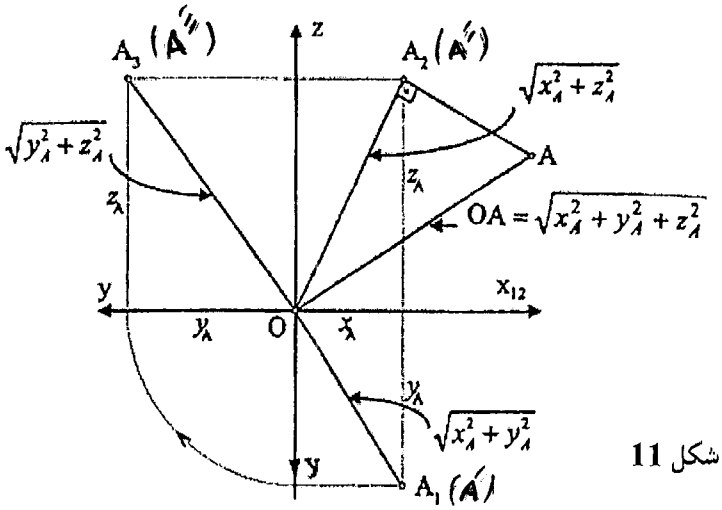
يتم تمثيل الإسقاط "للهندسة الوصفية" فى الفراغ على أحد أركان الفراغ الموجبة الإحداثيات من مجمل أجزاء الإسقاط شكل 9 ، وهو الذى يشمل الأبعاد الموجبة لكل من المحاور الثلاثة **X,Y,Z** وبالتالى يتم الإسقاط على المستويات العامة التى تكونها هذه المحاور. لذا نجد أن أى نقطة **A** فى الفراغ لو تم النظر عليها فى الإتجاه العمودى على أى مستوى ينتج مسقط لها " أى ظل عمودى أو صوره لها" هذا المسقط يسمى بإسم النقطة ورقم المستوى الذى تم النظر عليه. فإذا نظرنا عمودى على المستوى الأفقى فإن النقطة **A** ينتج لها ظل أو مسقط على المستوى الأفقى يسمى المسقط الأفقى للنقطة ويكون حينئذ هذا المسقط فى π_1 أى يأخذ إسم النقطة مع رقم المستوى الواقع فيه فيكون A_1 وكذلك المسقط فى المستوى الرأسى يكون A_2 وايضا فى المستوى الجانبى يكون A_3 شكل 9.



شكل 10

مثال: عين بعد نقطة A=(2,3,5) عن كل من : محور X ، محور Y ، محور Z ، نقطة الأصل

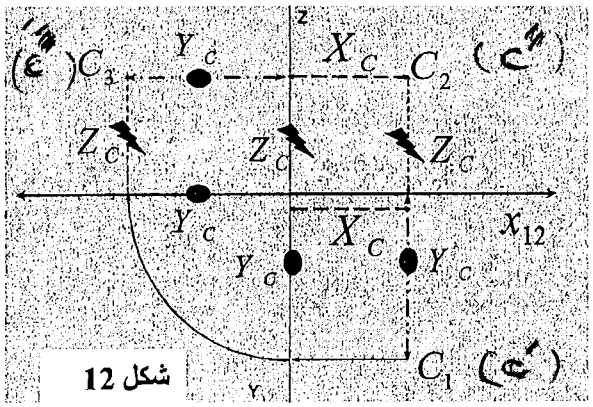
الحل: شكل **10** و شكل **11**



شكل **11**

التمثيل الوصفى للنقطة

نستخدم الحروف اللاتينية الكبيرة للرمز للنقاط مثل (A,B,C,D,.....). وتمثيل النقطة **C** الواقعة فى الفراغ وصفيا يتم من خلال مساقطها الثلاثة على المستويات الثلاثة من خلال بيانات النقطة (X_C,Y_C,Z_C) :



شكل **12**

أولا : من نقطة الاصل نوقع قيمه X_C على المحور X، فاذا كانت قيمه X_C موجبه يكون القياس ناحيه اليمين واذا كانت سالبه يكون القياس ناحيه اليسار شكل **12**.

ثانيا : من نهايه قياس X_C يتم توقيع البعد Y_C، فاذا كانت Y_C موجبه فانها توقع لاسفل فى إتجاه محور Y الموجب والعكس صحيح. فيجب أن تعلم أن بعد كل الوحايد عن خط الأرض هى y، أى أنه طالما كان الإسم مثلا C_1 أي كان مكانه بالنسبة لخط الأرض فوق أو تحت فإن بعده عن خط الأرض هو y بالسالب أو بالموجب تبعا لوضعه شكل **12**.

ثالثا : من نهايه قياس X_C يتم قياس البعد Z_C وهو أيضا بنفس إسلوب قياس Y ، حيث يجب أن نعلم أن بعد كل الإثنينات عن خط الأرض هو Z أى أن طالما كان الإسم مثلا C_2 أى كان مكانه بالنسبة لخط الأرض فإن بعده عن خط الأرض هو Z سواء كان تحت "سالب" أو فوق "موجب" تبعا لوضعه شكل 12و 13و 14.

رابعا : إستنتاج المسقط الجانبى مثل C_3 يمكن أن يتم بطريقتين :

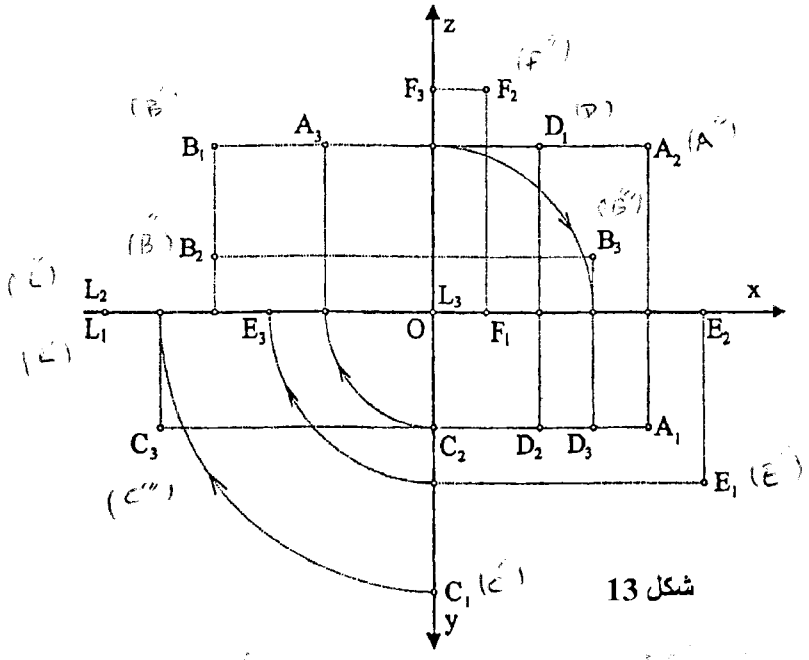
الأولى: أنها على نفس إرتفاع المسقط الرأسى للنقطة C_2 وتبعد عن محور Z مسافه Y_C فنوجد C_3 .

الثانيه : أن نعتمد على دوران البعد Y_C كما بالشكل 12 فى إتجاه الأسهم حتى يتقابل مع المناظر الأفقى للإرتفاع من المسقط الرأسى C_2 فينتج المسقط الثالث C_3. شكل 12

مثال: أوجد المساقط الثلاثة للنقاط الأتية :

A(4,2,3), B(-4,-3,1), C(0,5,-2), D(2,-3,-2), E(5,3,0), F(1,0,4), L(-6,0,0)

الحل: شكل 13



شكل 13

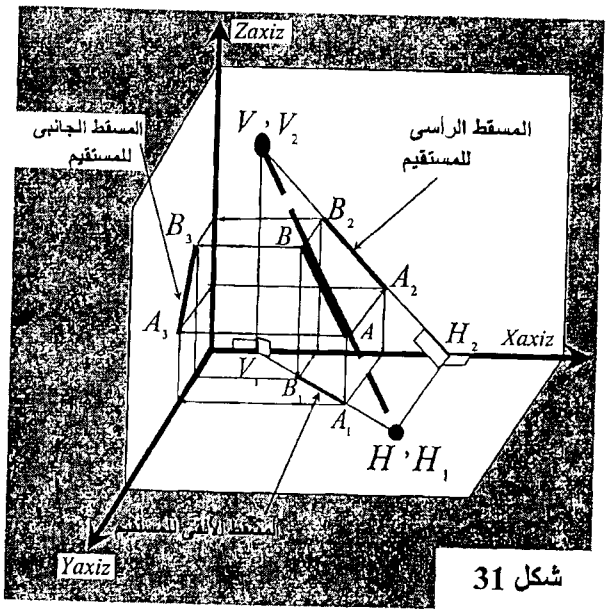
المستقيم

نجد أن أى مستقيم يتم تمثيلة إما بنقطتين فيكون المستقيم العام، وإما بنقطة وإتجاة فتكون الأوضاع الخاصة للمستقيم.

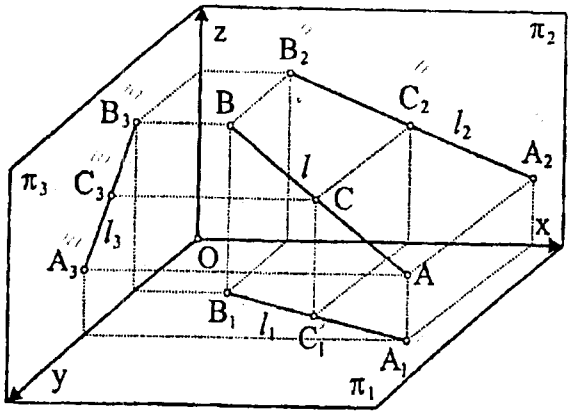
وعامة يستخدم لتمثيل المستقيمات الرموز الصغرى للغه الإنجليزيه (**a,b,c,d,e,.....**).

المستقيم العام

نجد أن لو كان هناك نقطتين **A, B** فإن الخط الواصل بينهما هو خط مستقيم، وبالتالى المسقط الواصل بين المسقطين الأفقين للنقطتين A_1, B_1 هو المسقط الأفقى للمستقيم، والمسقط الواصل بين المسقطين الرأسيين للنقطتين A_2, B_2 هو المسقط الرأسى للمستقيم، والمسقط الواصل بين المسقطين الجانبيين للنقطتين A_3, B_3 هو المسقط الجانبى للمستقيم (شكل **31–32**).



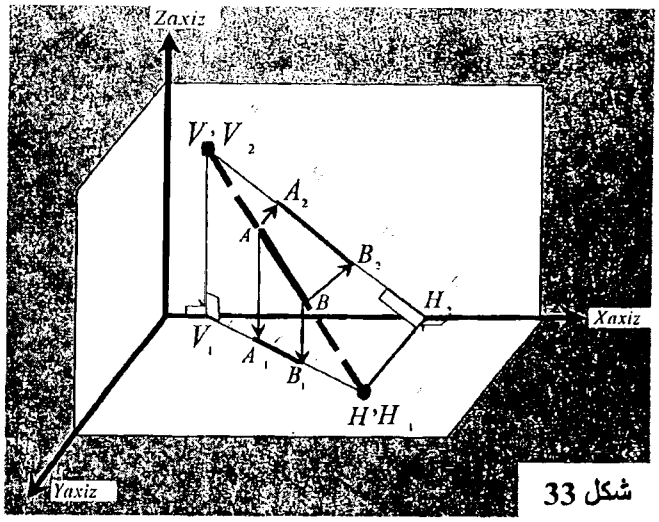
شكل 31



شكل 32

من شكل 32 نجد أن مساقط المستقيم على المستويات الثلاثة تتم بالإسقاط على المستويات الثلاثة وكذلك ترتبط مساقط النقاط على المستقيم بمساقط المستقيم.

ومن الشكلين 31 و 33 نجد أن لو تم توصيل النقطتين A,B ومد إتجاههم فإن هذا المستقيم يقطع كل من π_1، π_2، π_3 فى نقطة لكل منهما، نقطة تقاطع المستقيم مع π_1 تسمى الأثر الأفقى للمستقيم H، ونقطة تقاطع المستقيم مع π_2 تسمى الأثر الرأسى للمستقيم V. ونقطة تقاطع المستقيم مع المستوى الجانبى π_3 هى الأثر الجانبى للمستقيم S، وكل من هذة النقاط لها مساقط سيتم الحديث عنها لاحقا.



شكل 33

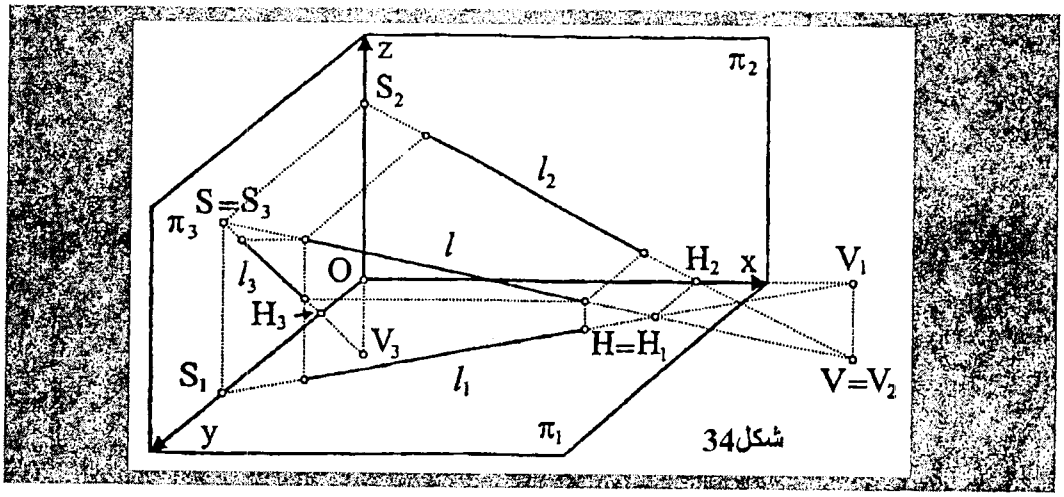
والأن نريد تعريف ماهو *الأثر للمستقيم* لأن أثار المستقيمات هى من النتائج المطلوبة دائما والتى سنعتمد عليها فى كثير من المعطيات القادمة.

والتعريف العام لأثر المستقيم *هو نقطة تقاطع المستقيم مع مستوى اسمه*، حيث أن الأثر الأفقى للمستقيم هو نقطه تقاطع المستقيم مع المستوى الأفقى، الأثر الرأسى للمستقيم هو نقطة تقاطع المستقيم مع المستوى الرأسى، الأثر الجانبى للمستقيم هو نقطة تقاطع المستقيم مع المستوى الجانبى. وتمثيل مكان الاثر الأفقى والرأسى والجانبى للمستقيم يظهر فى شكلى 31و 32 ومنهم سيتم شرح طبيعة الأثار للمستقيمات.

الأثر الأفقى للمستقيم : (Horizontal)

الأثر الأفقى للمستقيم هو نقطة تقاطع المستقيم مع المستوى الأفقى ويرمز له بالرمز H ، وهو كأى نقطة له ثلاث مساقط ، وهو النقطة التى تقع على المستقيم وفى π_1 وهى H_1 ، أى أن قيمة المسافة لها فوق π_1 هى Z_H تساوى صفر أى $Z_H = 0.0$ ، وطالما Z_H تساوى صفر فإنها مثل أى نقطة Z لها تساوى صفر أى مسقطها الرأسى على خط الأرض وبالتالى H_1 تقع فى π_1 على بعد Y_H من خط الأرض و H_2 تقع على X حيث $Z_H = 0.0$ ، والمسقط الجانبى للأثر الأفقى هو H_3 *يقع على محور Y فى المستوى الجانبى* π_3 . و يمكن الأن وضع الإحداثيات للأثر الأفقى

حيث $H(X,Y,Z) = H(X,Y,0) = H_1(X,Y)$ حيث أصل النقطة H أصبح هو نفس مكان المسقط الأفقى لنفس النقطة H_1 لأن النقطة H فى الواقع تقع فى π_1 لأن العمود الساقط منها على المستوى الأفقى=0، وعليه فلابـد أن نعلم أنه لن يوجد H بعد ذلك لأن H تعنى أنها H_1 وإحداثياته هو X,Y ويتم تمثيله كما فى شكل 33و 34 حيث نوقع H_1 بالإحداثيات X_H, Y_H وتكون H_2 بالإسقاط المباشر على خط الأرض و H_3 تقع على محور Y الأفقى فى المسقط الجانبى.



شكل34

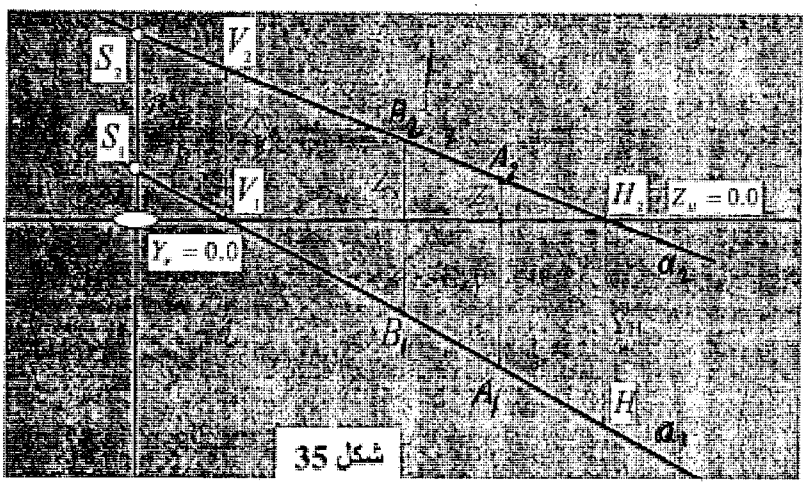
الأثر الرأسى للمستقيم : (Vertical)

الأثر الرأسى للمستقيم هو نقطة تقاطع المستقيم مع المستوى الرأسى ويرمز له بالرمز V شكل 34و 35، وهو كـأى نقطة له ثلاث مساقط ، وهو النقطة التى تقع على المستقيم وفى π_2 ، أى أن قيمة Y_V تساوى صفر أى $Y_V = 0.0$ لأن العمود الساقط منها على المستوى الرأسى Y_V=0، وطالما Y_V تساوى صفر فإنها مثل أى نقطة Y لها تساوى صفر أى مسقطها الأفقى على خط الأرض وبالتالى V_2 تقـع فى π_2 علـى بعـد Z_V ، و V_1 تقـع علـى X أشـكال 33و34و35 . يمكن الأن وضع الإحداثيات للأثر الرأسى حيث $V(X,Y,Z) = V(X,0,Z) = V_2(X,Z)$ حيـث أصل النقطة V أصبح هو نفس مكان المسقط الرأسى لنفس النقطة V_1 لأن النقطة V أصلا تقع فى π_2 ، وعليه فلابد أن نعلم أنه لن يوجد V بعد ذلك لأن V تعنى أنها V_2 وإحداثياته هو X,Z ويتم تمثيلها كما فى شكل 34 حيـث

نوقع V_2' بالإحداثيات X,Z وتكون V_1' بالإسقاط المباشر على خط الأرض و V_3' تقع على نفس إرتفاع V_2' ولكن مسقطها على محور **Z**.

الأثر الجانبى للمستقيم : (Side)

الأثر الجانبى للمستقيم هو نقطة تقاطع المستقيم مع المستوى الجانبى ويرمز له بالرمز S ، وهو كأى نقطة لـه ثـلاث مساقط كم بالأشكال 34و 35 ويعرف بأنه النقطة التى تقع على المستقيم وفى π_3 ، أى أن قيمة X_S تساوى صـفر أى $X_S = 0.0$ ، وطالما $X_S = 0.0$ تساوى صفر فإن مسقطها الأفقى والرأسى على العمودى على خط الأرض مـن نقطة الأصل وبالتالى S_2' تقع على محور **Z** فى π_2 على بعد $\mathbf{Z_S}$ ، $\mathbf{S_1'}$ تقع على محور **Y** اللرأسى فى π_1 على بعـد Y_S ، $X_S = 0.0$. يمكن الأن وضع الإحداثيات للأثر الجانبى حيث $S(0,Y,Z) = S(0,Y,Z) = S_3''(Y,Z)$ حيـث أصل النقطة أصبح هو نفس مكان المسقط الجانبى لنفس النقطة S لأن النقطة S أصلا تقع فى π_3 ، وعليه فلابـد أن نعلم أنه لن يوجد S بعد ذلك لأن S تعنى ألها S_3'' وإحداثياته هو Y,Z ويتم تمثيله كما فى شكلى 34و 35 حيـث نوقع S_3'' بالإحداثيات Y,Z وتكون S_1', S_2' بالإسقاط المباشر على العمودى على خط الأرض أو العكس.

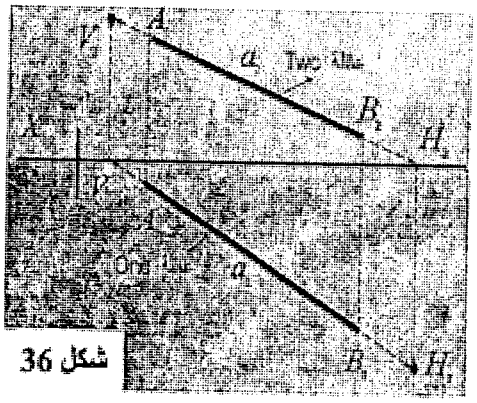


شكل 35

إستنتاج الأثـار مـن المساقط

شكل 35 يوضح كيـف يمكن إيجاد النقاط التى تقع على المسـتقيم وتقـع فى المستوى الأفقى والرأسـى والجانبى والتى تُستنتج بالإمتدادات الخاصه بالمساقط للمستقيم. ومن شكل 34 الذى يوضح وضع المستقيم فى الفـراغ وكذلك مساقطه يتضح فيه أوضاع الاثار كنقاط أصليه واقعة فى مستوياتها وكذلك مساقطها وكيف أن المساقط تتفاعل مع إمتداداتها مع أصل المستقيم فى الفراغ. من شكل 35 نلاحظ ان المستقيم a يقع عليه نقطة A,B وكل منهما لها Y,Z. والمطلوب إيجاد النقاط التى تقع على المستقيم وتقع فى المستوى الأفقى والرأسى والجانبى. لذا نلاحظ ان النقطة

التى تقع على المستقيم a وتقع فى المستوى الأفقى تكون Z لها تساوى صفر لذلك فاننا نبحث على المسقط الرأسى للمستقيم وهو a_2 عن النقطه التى Z لها تساوى صفر (حيث أن المساقط الرأسية هى التى تحمل القيم Z وبالتالى نبحث تقاطع المسقط الرأسى مع خط الأرض) فتكون H_2 تقع على X وبالتالى H_1' تكون بالتناظر على a_1 وتسمى هذة النقطة بالاثر الأفقى للمستقيم. لذلك تابع معى بعينيك شكل 35 و36 هذه المقولة: لو معطى المساقط للمستقيم *فإننا بديهيا لو وصلنا المسقط الرأسى حتى يقطع خط الأرض ثم أقمنا عمود حتى يقابل المسقط الأفقى فانة سيقابلة مباشرة فى الاثر الأفقى للمستقيم* H_1' . من الشكل 35 و36 نلاحظ أن النقطة التى تقع على المستقيم a وتقع فى المستوى الرأسى تكون Y لها تساوى صفر لذلك فاننا نبحث على المسقط a_1 عن هذة النقطه (حيث أن المساقط الأفقية هى التى تحمل القيم Y وبالتالى نبحث تقاطع المسقط الأفقى مع خط الأرض) فتكون V_1' تقع على X وبالتالى V_2' تكون بالتناظر على a_2 وتسمى هذة النقطة بالاثر الرأسى للمستقيم لذلك لذلك تابع معى بعينيك شكل 35 وهذه المقولة: لو معطى المساقط للمستقيم *فإننا بديهيا لو وصلنا المسقط الأفقى حتى يقطع خط الأرض ثم أقمنا عمود حتى يقابل المسقط الرأسى فإنة سيقابلة مباشرة فى الاثر الرأسى للمستقيم* V_2.



شكل 36

من الشكلين 34و 35 يتضح مكان S_1', S_2' وهما المساقط للأثر الجانبي عند الإحداثى $X = 0.0$. لذلك فان المعطيات بالنسبه إلى H تكون هى H_1' اى ان إحداثياتها X, Y وكذلك المعطيات بالنسبه إلى V تكون V_2' اى ان إحداثياتها X, Z ، وأيضا المعطيات بالنسبه إلى S تكون S_3'' اى ان إحداثياتها Y, Z . ويمكن تلخيص القاعده السابقة فى النتيجه الأتية بالنسبة للأثر الأفقى والرأسى:

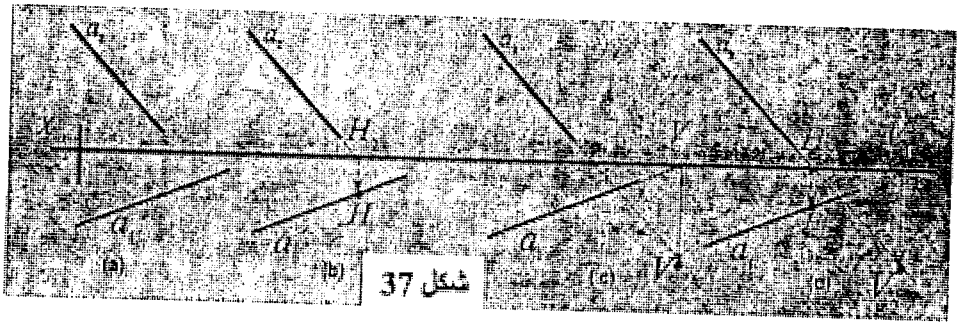
عندما يكون معطى المساقط ومطلوب الأثار يتم تطبيق القاعدة [*وصل وقيم عمود*] وتطبق وتحفظ وتجـرب

وأنت تقرأها كالأتي :

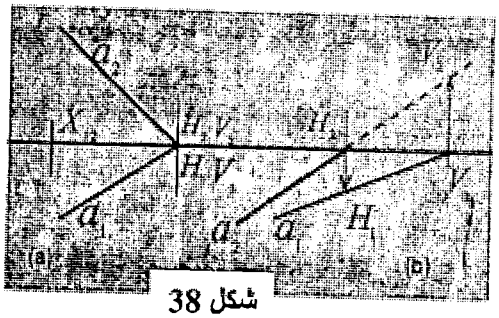
1. وصل المسقط الأفقي (حتى يقابل خط الأرض) قيم عمود يقابل المسقط الرأسي إذا هذا هو الأثر الرأسي. شكل 36 و 37

2. وصل المسقط الرأسي (حتى يقابل خط الأرض) قيم عمود يقابل المسقط الأفقي إذا هذا هو الأثر الأفقي شكل 36.

ويمكن الأن أستعراض بعض الأمثلة التى توضح إستخدام هذه القاعدة كالأتى:

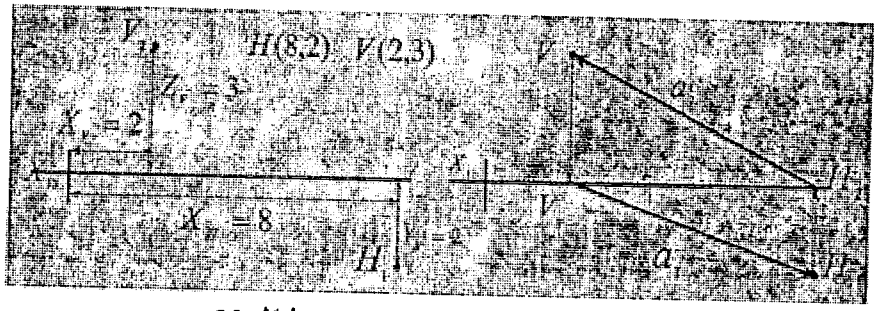


شكل 37



شكل 38

من شكل37 –a معطى مسقطين لمستقيمين ومن الشـكل b–37 يتضح كيفية تطبيق القاعـدة بـنفس المنطـوق لإستنتاج الأثر الأفقى ثم مـن الشـكل c–37 يتضـح إسلوب إيجاد الأثر الرأسى والشكل d–37 يوضـحهما معا. ومن الشكل 38– b-a يتضح كـذلك وضـعين أخرين لمستقيمين وكيفية تطبيـق القاعـدة لإستنتاج الأثار.



a- 39 شكل

b- 39 شكل

إستنتاج المساقط من الاثار

مثال: إذا علمت أن الأثر الأفقى للمستقيم a هو $H(8,2)$ والاثر الرأسى له هو $V(2,3)$ مثل المستقيم a بمساقطة.

شكل 39. فى المثال شكل **39-a** معطى الأثر الأفقى **H** والرأسى **V** ونحن قد رأينا مما سبق أن معنى H تعنى أنهـا H_1 وإحداثياته هو X,Y و V تعنى أنها V_2 وإحداثياته هو X,Z وبالتالى بعد توقيع المعطيات يكون موجود H_1 و V_2 وعلية يمكن أن نسقط عمود من H_1 على خط الأرض نحصل على H_2 وبالتالى لو وصلنا H_2 ب V_2 فإننا نحصل على a_2 شكل**39-b** حيث أنها كلها تحمل رقم 2، ونسقط عمود من V_2 على خط الأرض نحصل على V_1 وعلية لو وصلنا H_1 ب V_1 فإننا نحصل على a_1 حيث أنها كلها تحمل رقم **1** شكل**39-b** .وبالتالى نستنتج القاعدة القادمة

لإستنتاج المساقط من الاثار

لو *معطى الأثار ومطلوب المساقط* للمستقيم نتبع القاعدة [إسقط عمود ووصل] وتحفظ وتطبق وتجرب كـالأتى مـن شكل**39-b** : من H_1 أسقط عمود على خط الأرض نحصل على H_2 و V_2 H_2 هو a_2 إذا نصـل H_2 ب V_2. ومن V_2 أسقط عمود على خط الأرض نحصل على V_1 و V_1 H_1 هو a_1 إذا نصل H_1 ب V_1. ولابد أن نقولها كمـا ذكرت لك وتحفظ بهذا الشكل حتى لايتم الخطأ مهما كان التطبيق صعب وذلك تبعا للأوضاع المختلفة الـتى سـتأتى لكل H_1 و V_2.

الهندسه الوصفيه(Descriptive Geometry)

تمثيل الخط المستقيم

يحدد الخط المستقيم في الفراغ بمسقطيه الأفقي و الرأسي , اى ان المستقيم AB في الفراغ يكون مسقطه الأفقي (A'B') ومسقطه الرأسي (A"B") . وأى نقطة تقع على المستقيم أب تقسمه في الفراغ بنفس نسبة تقسيمها في المساقط .

أى ان اذا كانت(C) تقسم أب مثلا بنسبة 1 : 3 في الفراغ فإ(C') تقسم (A'B') بنسبة 1 : 3 .. وهكذا.اي ان

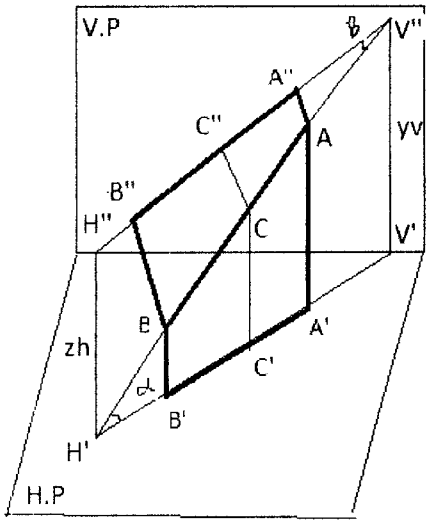
AC/CB=A'C'/C'B'=A"C"/C"B"=1/3

يمكن رسم مساقط الخط المستقيم كالتالي:

1. بمعلومية احداثيات نقطتي نهايتيه الراسية (Y) والافقية (Z) والمسافة بين خطي التناظر في اتجاه موازي لخط الارض (G.L).
2. بمعلومية الاحداثيات الثلاثة (X,Y,Z).

ملاحظة*

اذا وازى الخط المستقيم أي من المستويات الثلاثة فأن مسقطه على ذلك المستوي يمثل الطول الحقيقي للمستقيم ,واذا لم يوازي أي من المستويات فيكون مسقطه على المستوي المسقط اقصر من طوله الحقيقي



الأثر// هو نقطة تقابل المستقيم او امتداده في الفراغ مع المستوي

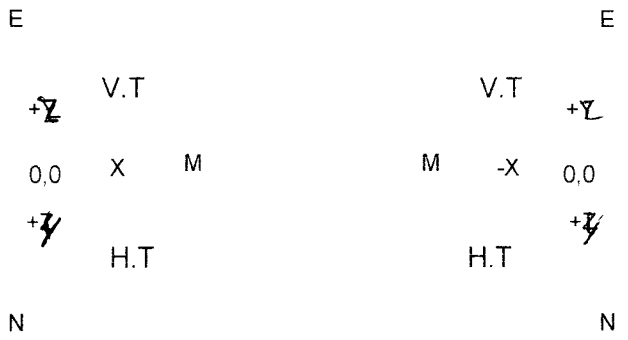
- الأثر الأفقي : هو تقابل المستوي الأفقي مع المستقيم او تقابل المستقيم مع مسقطه الافقي ويرمز له بالرمز((H)) .

4 -بمعلومية نقطة تقابله مع المحاور الثلاثة.

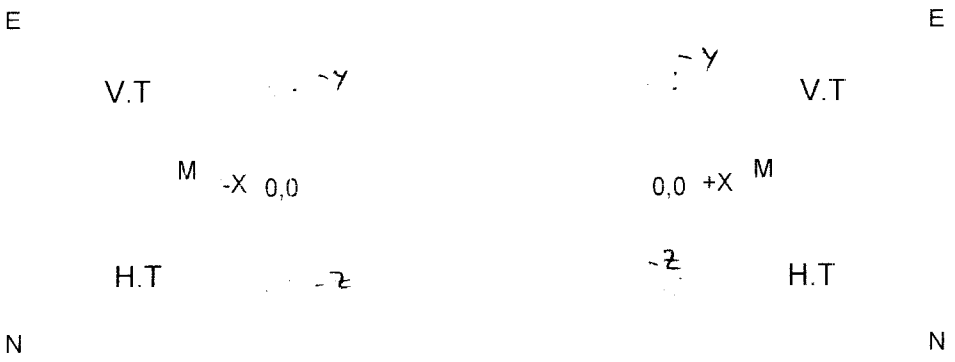
وتكون صيغة النقطة (X,Y,Z)

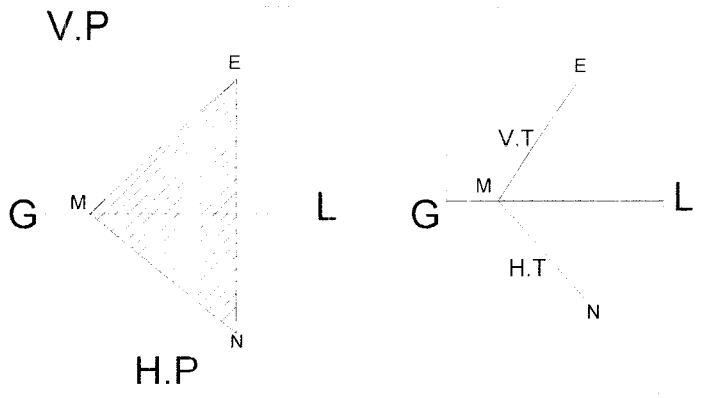
* اذا كانت اشارة X موجبة ناخذ النقطة M على يمين نقطة الاصل واذا كانت سالبة ناخذ Mعلى يسار نقطة الاصل ويكون اتجاه الاثرين للمستوي عكس اتجاه الاخر.

* نحدد الاحداثي الراسي Y والاحداثي الافقي Z على خط التناظر من نقطة الاصل كما في الاشكال التالية:



* اذا كانت اشارة كل من (y,z) فان تحديدهما بالنسبة للy تحت خط الالرض و z فوق خط الارضويكون اتجاه الاثرين للمستوي ايضا عكس اتجاهما

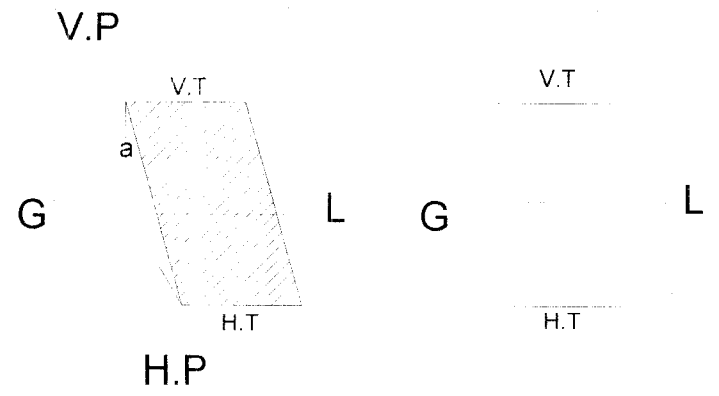



V.P
E
G
M
L
N
H.P
E
V.T
M
G
L
H.T
N

6. المستوي الموازي لخط الارض

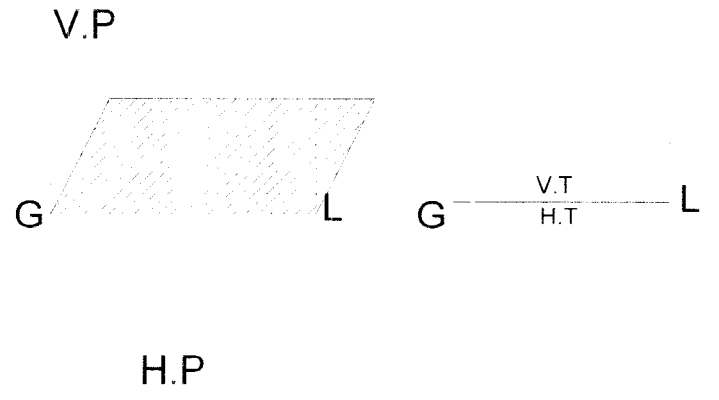
هو المستوي المائل على كل من المستوي الافقي والمستوي الراسي وعمودي على المستوي الجانبي ويكون اثري المستوي (V.T,H.T) يوازيان خط الارض.

*يكون مجموع الزاويتين (α+β) =90



7. مستوي مائل على المستوي الافقي والراسي ويمر بخط الارض

هو المستوي العمودي على المستوي الجانبي المار بخط الارض واثراه (V.T, H.T) منطبقان على خط الارض.



8. مستوي مائل على المستوي الافقي والراسي و الجانبي

هو المستوي المائل على المستويات التلاثة وله (H.T, V.T, S.T)

*زاوية ميلان الاثر لا تمثل زاوية ميلان المستوي على مستويات الاسقاط الثلاثة

(Descriptive Geometry)الهندسه الوصفيه

The plane المستوى

المستوي : هو السطح الذي يمكن توصيل أي نقطتين من نقاطه بخط مستقيم وهذا الخط المستقيم يقع داخل المستوي .

يتحدد المستوي في الفراغ بمعلومية:

1. ثلاثة نقط ليست على استقامة واحدة.
2. مستقيم ونقطة.
3. مستقيمان متقاطعان.

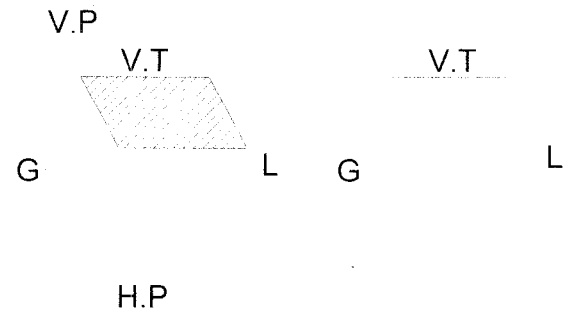
- **أثار المستوى Trace the plane**

أي مستوي في الفراغ توجد له علاقة بمستويين اساسيين للاسقاط بواسطة امتدادة وتقابله مع المستوي الافقي (H.P) والمستوي الراسي او العمودي (V.P) وخط تقاطع المستوي مع المستوي الافقي يسمى بالاثر الافقي (H.T) وخط تقاطع المستوي مع المستوي الراسي يسمى بالاثر الراسي (V.T).

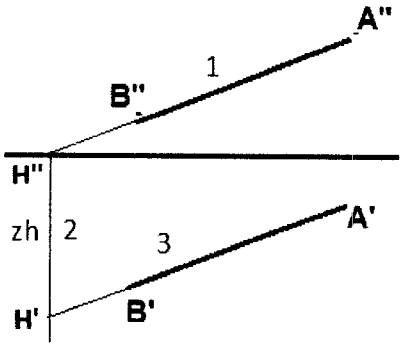
- **اوضاع المستوى فى الفراغ Situation in space plane**

يتحدد وضع المستوي في الفراغ بالنسبة الى مستوي الاسقاط .

1. مستوي افقي :هو المستوي الذي يوازي المستوي الافقي وعمودي على المستوي الراسي.فمسقطه الافقي يظهر شكله الحقيقي ومسقطه الراسي يقع على الاثر الراسي (V.T) في هذه الحالة يكون له اثر راسي فقط.

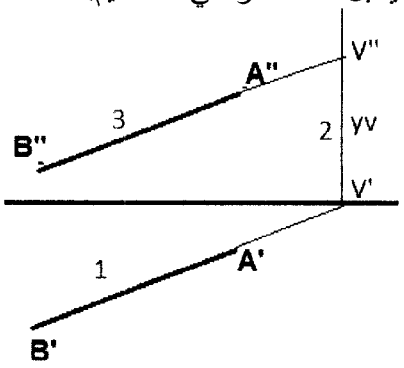


ولإيجاد الأثر الأفقي نمد المسقط الرأسي للمستقيم الى ان يقابل خط الأرض ثم نرسم منه عمودا على خط الأرض الى ان يقابل المسقط الأفقي



2- الأثر الرأسي : هو تقابل المستوي الرأسي مع المستقيم تقابل المستقيم مع مسقطه الراسي ويرمز له بالرمز((V)) .

ولإيجاد الأثر الرأسي نمد المسقط الأفقي للمستقيم الى ان يقابل خط الأرض ثم نرسم منه عمودا على خط الأرض حتي يقابل السقط الرأسي للمستقيم.



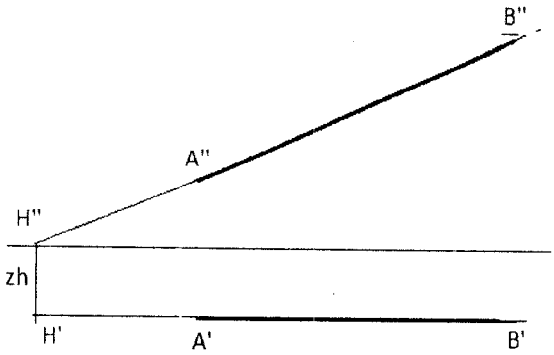
3- زاوية ميل المستقيم على المستوي الافقي (α) :هي الزاوية المحصورة بين المستقيم AB او امتداده ومسقطه الافقي 'A'B او امتداده.

4- زاوية ميل المستقيم على المستوي الراسي(β) :هي الزاوية المحصورة بين المستقيم AB او امتداده ومسقطه الراسي "A"B او امتداده

<u>المواضع المختلفة للمستقيمات بالنسبة لمستويات الاسقاط :-</u>

1- مستقيم في وضع عام أى لا يوازي أحد مستويات الاسقاط ويتحدد بمعلومية مسقطي أى نقطتين عليه وله اثر افقي H واثر راسي V , و يكون على هذه الصورة

....له أثر أفقي وليس له أثر رأسي.



4- مستقيم جانبي : أى يوازي المستوي الجانبي

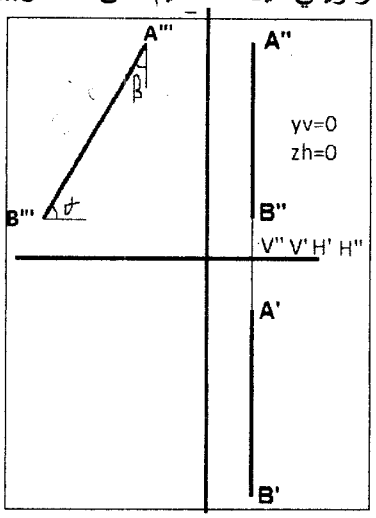
....كل نقطة بعدها ثابت عن المستوي الجانبي.

....المسقطين الأفقي والرأسي يتعامدان مع خط الأرض.

....المسقط الجانبي يظهر بطوله الحقيقى.

....له أثرين أفقي ورأسي.

....تظهر زاويتي ميل المستقيم على المستويين الرأسي لأفقي بشكلهما الحقيقي.



5- مستقيم رأسي : أى مستقيم عمودي على المستوي الأفقي ويوازي المستوي الراسي.

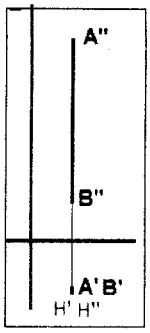
....يظهر بطوله الحقيقي على المسقط الرأسي.

....مسقطه الرأسي عمودي على خط الأرض.

....يظهر كنقطة في المستوي الأفقي.

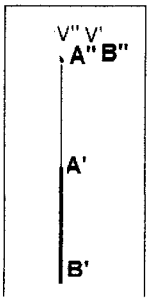
....له أثر افقي يقع على نفس النقطة وليس له أثر رأسي.

$\alpha = 0$



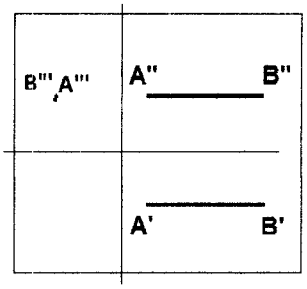
6- مستقيم عمودي على المستوي الرأسي:
....مسقطه الأفقي عمودي على خط الأرض.
....يظهر بطوله الحقيقي في المسقط الأفقي.
....مسقطه الرأسي عبارة عن نقطة.
....له أثر رأسي وليس له أثر أفقي.

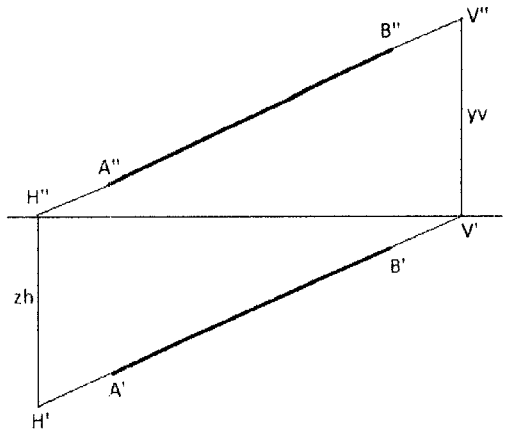
$\beta=0$



7- مستقيم عمودي على المستوي الجانبي:
.... مسقطيه الأفقي والرأسي يوازيان خط الأرض .
....المسقطين الأفقي والرأسي يظهران بطولهما الحقيقي.
....المسقط الجانبي يظهر كنقطة.
....ليس له اثر أفقي ولا راسي ولكن له أثر جانبي.

$\beta=0$ و $\alpha = 0$





2- مستقيم افقي : اى يوازى المستوى الأفقي

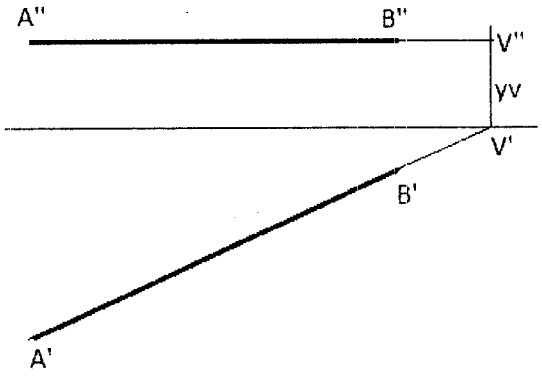
....كل نقطة على هذا المستقيم بعدها ثابت على المستوى الأفقي.

....المسقط الرأسي يوازي خط الأرض .

....المسقط الأفقي يظهر بطوله الحقيقي.

....الزاوية بين المسقط الأفقي وبين خط الأرض تساوي زاوية .. ميل المستقيم على المستوى الرأسي.

....له أثر رأسي وليس له أثر افقي



3- مستقيم وجهي : أى يوازي المستوي الرأسي (عكس الأفقي)

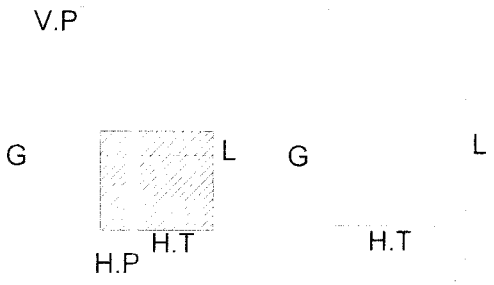
....كل نقطة على المستقيم بعدها ثابت عن المستوي الرأسي.

....المستوي الأفقي يوازي خط الأرض.

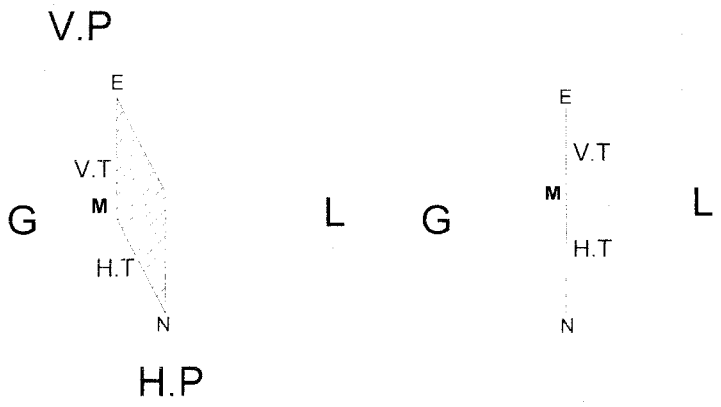
....المستقيم الرأسي يظهر بطوله الحقيقي.

....الزاوية بين المسقط الرأسي وخط الأرض تساوي زاوية ميل .. المستقيم على الأفقي

2. المستوي الراسي:يكون موازي للمستوي الراسي وعمودي على المستوي الافقي وله اثر افقي فقط (H.T) .

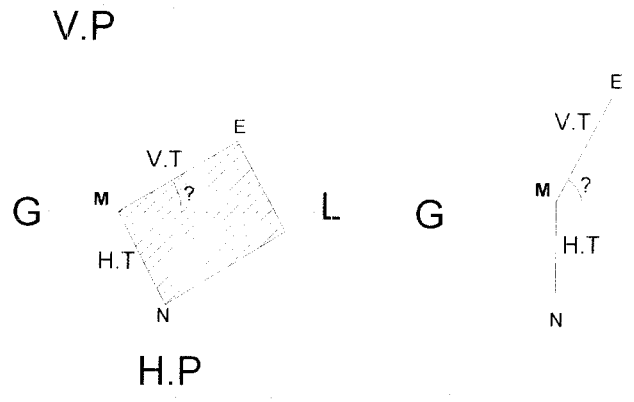


3. المستوي الجانبي: ويكون موازي للمستوي الجانبي وعمودي على كل من المستوي الافقي والراسي وله اثر راسي واثر افقي يقعان على اسقامة واحدة بالتعامد مع خط الارض.



4. مستوي عمودي على الراسي مائل على الافقي.

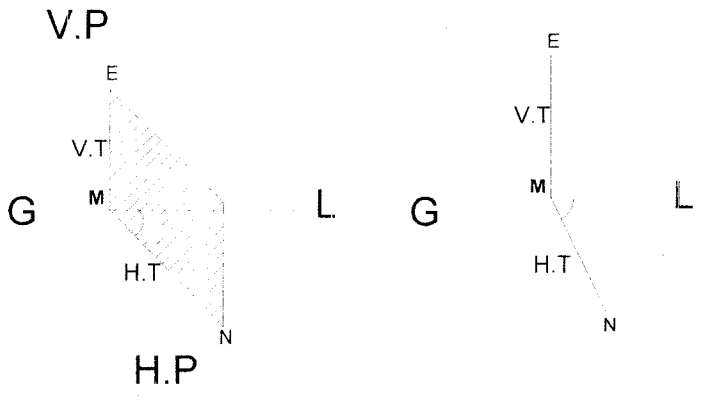
يكون المستوي مائل على المستوي الافقي وعمودي على المستوي الراسي ويميل المستوي بزاوية (α) على المستوي الافقي وفي هذه الحاله فان زاوية ميله على المستوي الافقي تمثل ميل الاثر الراسي (V,T) على خط الارض(G.L) وفي هذه الحالة يكون الاثر الافقي عمودي على خط الارض.



*ملاحظة : أي شكل يحتوي المستوي فان مسقطه الراسي يقع على (V.T) بينما مسقطه الافقي يقع غلى يمين او يسار (H.T).

5. مستوي عمودي على المستوي الافقي مائل على المستوي الراسي

يكون المستوي مائل على المستوي االراسي وعمودي على المستوي الافقي ويميل المستوي بزاوية (β) على المستوي الراسي وفي هذه الحاله فان زاوية ميله على المستوي الراسي تمثل ميل الاثر الافقي (H,T) على خط الارض(G.L) وفي هذه الحالة يكون الاثر االراسي عمودي على خط الارض.



* ملاحظة : أي شكل يحتوي المستوي فان مسقطه الافقي يقع على (H.T) بينما مسقطه الراسي يقع غلى يمين او يسار (V.T).

طرق تعيين اثرى المستوى

1 -بمعلومية زاويتي ميل اثريه على خط الارض:

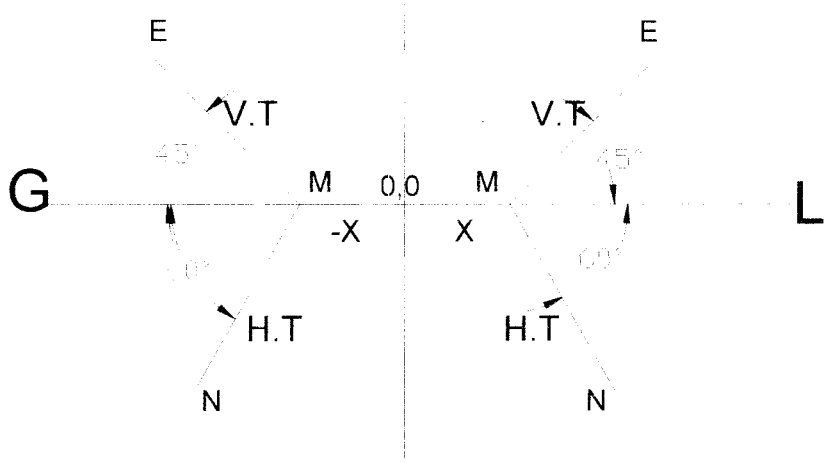
يمكن تعيين اثري المستوي اذا علم زاويتي ميل اثريه على خط الارض وكذلك بعد نقطة تقاطعهما عن نقطة الاصل سواء كان البعد موجب او سالب ويكون نموذج النقطة هكذا(x, v.t, h.t): حيث

X: بعد نقطة تقاطع الاثرين عن نقطة الاصل.

v.t : ميل الاثر الراسي على خط الارض.

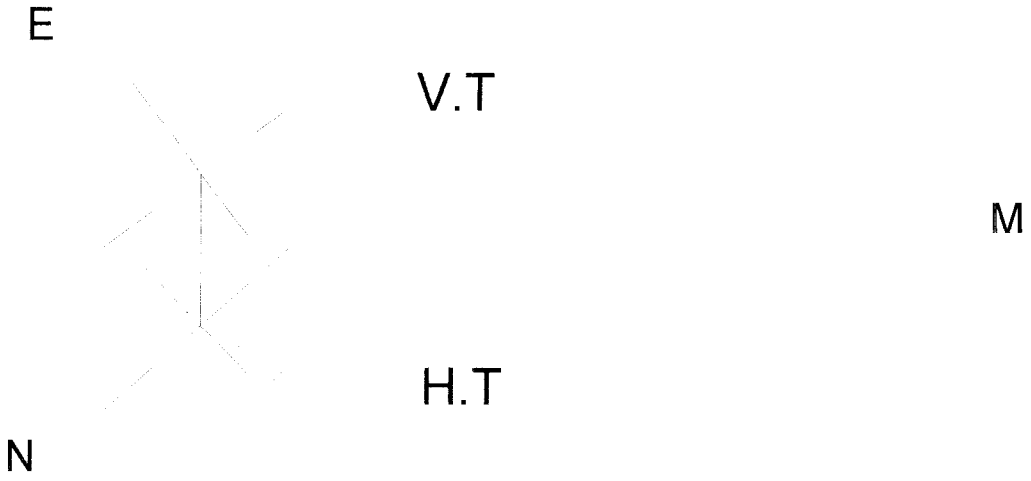
h.t : ميل الاثر الافقي على خط الارض.

مثال: عين اثري المستوي EMN حيث (1,45,60) , (-1,45,60)



2 -بمعلومية نقطة ومستقيم معلوم:

المستقيم AB في وضع عام معلوم مسقطه الافقي والراسي ونقطة مثل C معلوم مسقطها الافقي والراسي, نعين اثري المستوي بتحويلهما الى مستقيمين متقاطعين وذلك بان نصل نقطة C الى نقطة واقعة على المستقيم AB ولتكن نقطة D فيصبح عندنا المستقيم CD ,بعدها نعين الاثر الافقي والراسي للمستقيمين AB,CD ,نصل الاثرين الراسيين سوية للمستقيم AB,CDفنحصل على الاثر الراسي للمستوي (V.T) والاثرين الافقيين سوية للمسقيمين AB,CD فنحصل على الاثر الافقي للمستوي (H.T) كما في الشكل التالي.



3 -بمعلومية ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة:

المفروض ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة هي A,B,C نصل النقطتين A,B ثم A,C فنحصل على مستقيمين متقاطعين هما AB وAC .

,بعدها نعين الاثر الافقي والراسي للمستقيمين AB,AC ,نصل الاثرين الراسيين سوية للمستقيم AB,ACفنحصل على الاثر الراسي للمستوي (V.T) والاثرين الافقيين سوية للمسقيمين AB,AC فنحصل على الاثر الافقي للمستوي (H.T) كما في الشكل التالي.