

# CH. 4 : Stresses Within a Soil Mass

(1)

## A) Geostatic Stresses :

Stresses due to the body weight of the soil.

هي الاجهادات الناتجة عن وزن عمود التربة فوق نقطة معينة.

Consider the figure:

$\sigma_v$  = Vertical Geostatic Stress

$$\sigma_v = \gamma * z$$

$\sigma_h$  = Horizontal Geostatic Stress

$$\sigma_h = K * \sigma_v$$

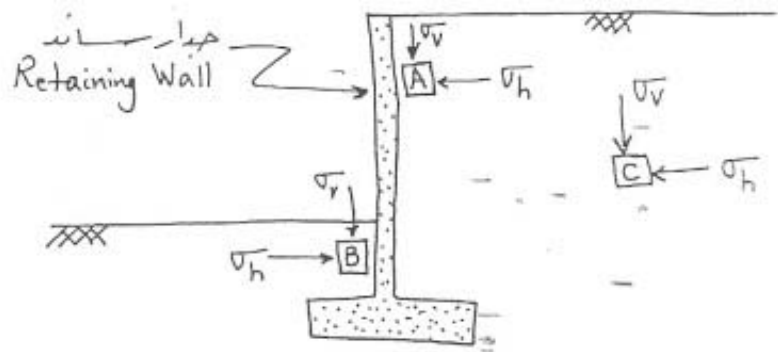
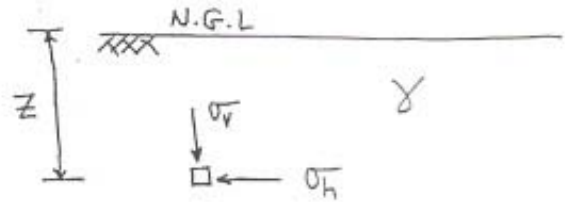
where K is the coefficient of lateral earth pressure

K : عامل ضغط الارض الجانبي. يمكن ان تأخذ K عدة حالات هي :-

$K_0$  at rest عامل ضغط الارض الجانبي عند السكون

$K_a$  active عامل ضغط الارض الجانبي النشط

$K_p$  passive عامل ضغط الارض الجانبي لسببي (غير نشط)



\* اذا كان نموذج التربة لا يعاني اي انفعال جانبي فنستخدم  $K = K_0$  (نموذج C)

\* اذا كان هناك انفعال جانبي (تمدد) فنستخدم  $K = K_a$  (نموذج A)

\* اذا كان هناك انفعال جانبي (تقلص) فنستخدم  $K = K_p$  (نموذج B)

for a fully saturated soil :-

$$\sigma = \text{Total stress}, \quad \sigma = \sum \gamma \cdot z$$

$$U = \text{Pore Water Pressure}, \quad U = h_p \cdot \gamma_w$$

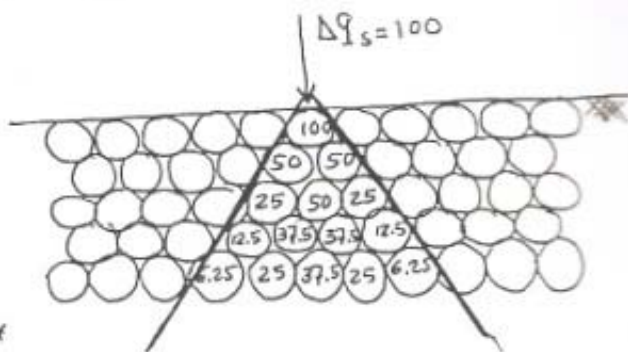
$$\bar{\sigma} = \sigma - U$$

(B) Stresses Induced by Applied Loads:

هي الاجهادات الناتجة عن تسليط احمال اضافية

" مثال تقريبي "

\* يلاحظ بأنه كلما ازداد الارتفاع كلما قلت الزيادة الناتجة عن الحمل السطحي .



\* لاحظ مجدد، يلاحظ بأنه كلما ابتعدنا عن محور التأثير، كلما قلت الزيادة الناتجة عن الحمل السطحي .

اقتربت عدة حلول رياضية لتحديد الزيادة الناتجة عن الحمل السطحي، وتتميز جميع هذه الحلول بالانحراف عن الحقيقة، خاصة عند عمق مرتفع، متجانسة، متساوية الخصائص بأبجتهات مختلفة، وتضع لعانون هيرك .

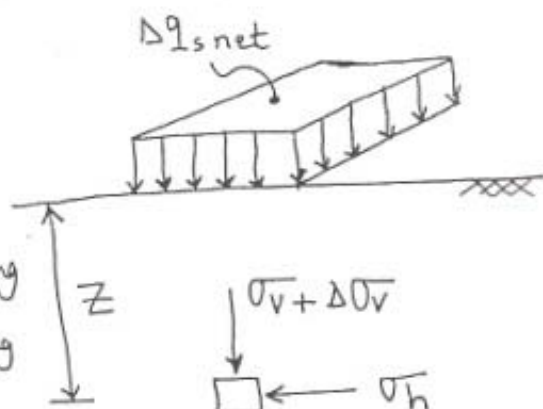
From the figure ;

$\sigma_v$  : from geostatic

$\Delta \sigma_v$  : from applied external loading

$\Delta q_s$  : intensity of surface loading

$\Delta q_s \text{ net}$  : net increase (change) in surface loading

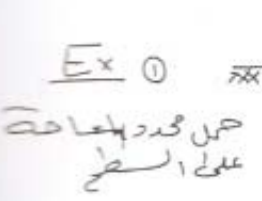


$$\Delta q_s \text{ net} = \Delta q_s - (\gamma \cdot h) \text{ excavation}$$

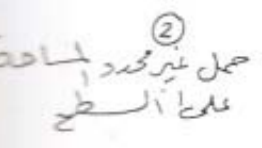
$\Delta q_s$  could be :  $\Delta q_s = \frac{\text{Weight}}{\text{Area}}$

$\Delta q_s = \gamma_{fill} * H_{fill}$

\* التغيير في الاجهاد السطحي ( $\Delta q_s$ ) يساوي عمدة (وزن المنشأ / مساحته)، وفي حالة كون الحمل السطحي هو تربة ردم  $fill$  على مساحة كبير غير محدودة، فإن  $\Delta q_s = \gamma_{fill} * H_{fill}$  [ سعة طبقة الردم  $H_{fill}$  \* كثافة تربة الردم  $\gamma_{fill}$  ]  
 \* التغيير في الاجهاد السطحي الصافي ( $\Delta q_{s,net}$ ) يساوي ( $\Delta q_s$ ) السابقة مطروقا منه قيمة (عمق الحفر \* كثافة التربة المحفورة) وذلك عند وضع اساس المنشأ على عمق ما داخل التربة.

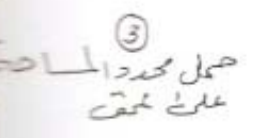


$\therefore \Delta q_s = \frac{Wt}{Area} = \frac{10000 \text{ kN}}{3 \times 4 \text{ m}} = 833.33 \text{ kN/m}^2$



$\therefore \Delta q_s = \gamma_{fill} * H_{fill} = 19 * 3 = 57 \text{ kN/m}^2$

في الحالتين السام  $\Delta q_s = \Delta q_{s,net}$  وذلك لان الحمل على السطح (بدون حفر)



$\therefore \Delta q_s = \frac{Wt}{Area} = \frac{10000}{3 \times 4} = 833.33 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

$\Delta q_{s,net} = \Delta q_s - (\gamma * H) = 833.33 - (2 * 21) = 791.33 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

ولكننا بالسنة اذا كان  $fill$  مصنوع على اعتم معين بعد قسط التربة.

الزوايا في الاجهزات في اي نقطة داخل التربة الناتجة عن تغيير في الحمل السطحي هي  $(\Delta\sigma_v)$  بصورة علامية فان:

$$\Delta\sigma_v = f * \Delta q_{s net}$$

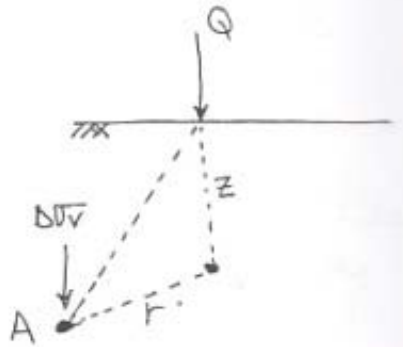
f: عامل يعتمد على نوع وشكل الحمل الخارجي اضافة الى موقع النقطة المعنية.

ملاحظة: في حالة كون الحمل سطحي هو  $f = 1$  فان  $\Delta\sigma_v = \Delta q_{s net}$  for fill only

Stresses induced from external loadings may be from:-

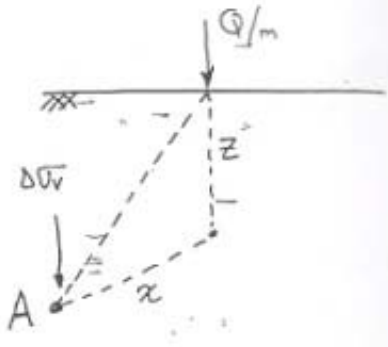
① Point Load:

$$\Delta\sigma_v = \frac{3Q}{2\pi z^2} \left( \frac{1}{1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2} \right)^{5/2}$$



② Line Load:

$$\Delta\sigma_v = \frac{2Q}{\pi} \left[ \frac{z^3}{(x^2 + z^2)^2} \right]$$



Ex: For the soil profile and Loading condition shown. Find the increase in vertical stress at points A, B, C, and D.

اولاً:  $\Delta q_s$  حسي

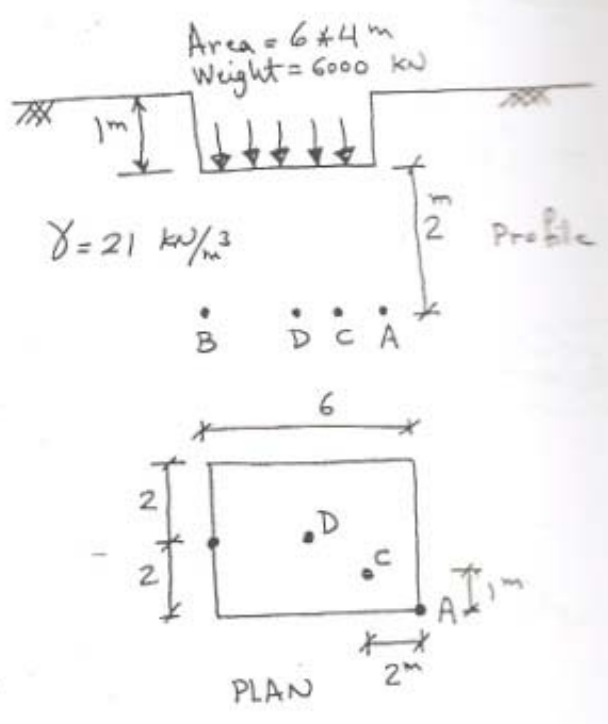
$$\Delta q_s = \frac{Wt}{Area} = \frac{6000}{6 \times 4} = 250 \frac{kN}{m^2}$$

ثانياً:  $\Delta q_{s, net}$  حسي

$$\Delta q_{s, net} = \Delta q_s - (\gamma \times z)$$

$$= 250 - (21 \times 1)$$

$$= 229 \text{ kN/m}^2$$



ثالثاً: تكون شكل العنبر حسب نصيب المساحة  
شكل (8.6) لبيمار (F)

for Point A: B = 6, L = 4, Z = 2

$$\therefore m = \frac{6}{2} = 3, n = \frac{4}{2} = 2$$

(النقطة A تقع تحت مركز العنبر، لذلك سيتم شكل 8.6 مباشرة)  
∴ f = 0.238 from Figure 8.6 with n = 2, m = 3

$$\therefore \Delta \sigma_v = f \times \Delta q_{s, net}$$

$$\Delta \sigma_v = 0.238 \times 229$$

$$\therefore \Delta \sigma_v = 54.5 \text{ kN/m}^2$$

for Point B:

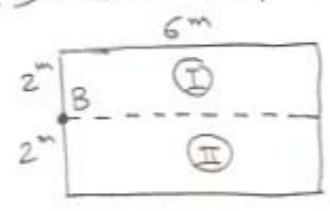
for area ①; L = 6, B = 2, Z = 2

$$m = \frac{6}{2} = 3, n = \frac{2}{2} = 1$$

f = 0.204 من شكل 8.6 نجد أن

$$\therefore \Delta \sigma_v = 0.204 \times 229 \times 2$$

النقطة B لا تقع تحت مركز العنبر، لذلك سيتم تقسيم المساحة بطريقة تكون فيها (B) تحت الركن



لأن مساحة ① هي نفسها، مساحة ②

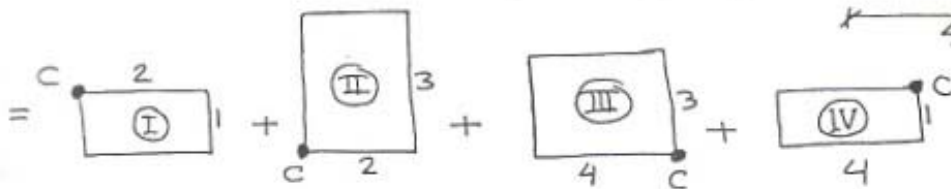
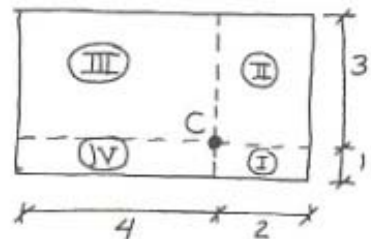
$$\therefore \Delta \sigma_v = 93.4 \text{ kN/m}^2$$

(7)

for Point C:

النقطة C لاتقع تحت ركن التثبيت، لذلك سيتم تقسيم المنشأ بطريقة تكون فيها (C) تحت الركن

بذلك سيكون المنشأ عبارة عن اربعة اجزاء، تقع النقطة (C) في ركن كل واحد منهم :-



for figure ①:  $B=1, L=2, Z=2 \Rightarrow m = \frac{1}{2} = 0.5, n = \frac{2}{2} = 1, f_{①} = 0.12$

②:  $B=2, L=3, Z=2 \Rightarrow m = \frac{2}{2} = 1, n = \frac{3}{2} = 1.5, f_{②} = 0.193$

③:  $B=3, L=4, Z=2 \Rightarrow m = \frac{3}{2} = 1.5, n = \frac{4}{2} = 2, f_{③} = 0.224$

④:  $B=1, L=4, Z=2 \Rightarrow m = \frac{1}{2} = 0.5, n = \frac{4}{2} = 2, f_{④} = 0.135$

$$\therefore \Delta \sigma_v = (0.12 + 0.193 + 0.224 + 0.135) * 229 \Rightarrow$$

$$\therefore \Delta \sigma_v = 153.9 \text{ kN/m}^2$$

for Point D:

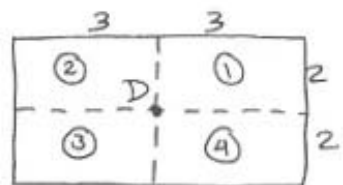
النقطة D لاتقع تحت ركن التثبيت، لذلك سيتم تقسيم المنشأ بطريقة تكون فيها (D) تحت الركن

for any area:  $B=2, L=3, Z=2$

$$\therefore m = \frac{2}{2} = 1, n = \frac{3}{2} = 1.5, f = 0.193$$

$$\therefore \Delta \sigma_v = 0.193 * 229 * 4$$

لانها (4) اجزاء متساوية



$$\therefore \Delta \sigma_v = 176.8 \text{ kN/m}^2$$

يمكن إجراء مقارنة بين  $\Delta\sigma_v$  في النقاط الأربعة الواقعة على  
 مساحة واحدة تحت أساس المنشأ، إلا أنها تختلف في موقعها  
 بالنسبة للقطر الأفقي للمنشأ:

Point	$\Delta\sigma_v$ (kN/m <sup>2</sup> )	
A	54.5	في مركز المنشأ
B	93.4	تحت ضلع منشأ
C	153.9	داخل مساحة منشأ
D	176.8	في منتصف المنشأ

يرد طامن القيم الملاء بآف الزيادة ( $\Delta\sigma_v$ ) تقل كلما ابتعدت، لنقطة عن المركز،  
 وان أكثر زيادة هي التي تحصل في النقطة الواقعة تحت مركز المنشأ (نقطة D)  
 وهي تمثل استجابة من الحالات الأربعة حيث تكون مربع الزيادة في  
 الاجهادات  $\Delta\sigma_v$  هي الأكبر.

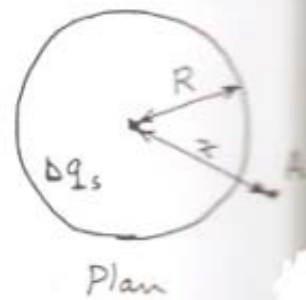
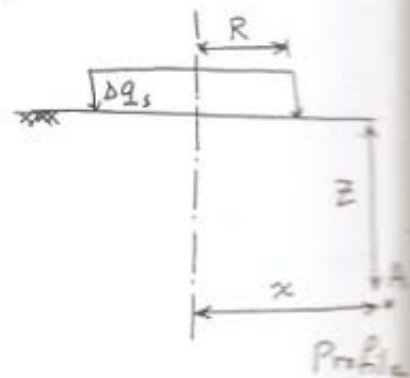
#### ④ Circular Area Carrying Uniform Pressure

\* نستخدم شكل (8.4) من كتاب (Lambe) لإيجاد الجواب (f).

\* عند أولاً نقيم كل من  $\frac{x}{R}$  و  $\frac{z}{R}$

\* نستخدم شكل 8.4

\* نجد  $\Delta\sigma_v$  من خلال:  $\Delta\sigma_v = f' * \Delta q_s$



Ex: Given a circular footing with Diameter = 8m  
 and loading intensity on the surface of  
 (100) kN/m<sup>2</sup>. Required: Determine vertical stress  
 increments at depths 2, 4, 8m under the  
 center of the loading.

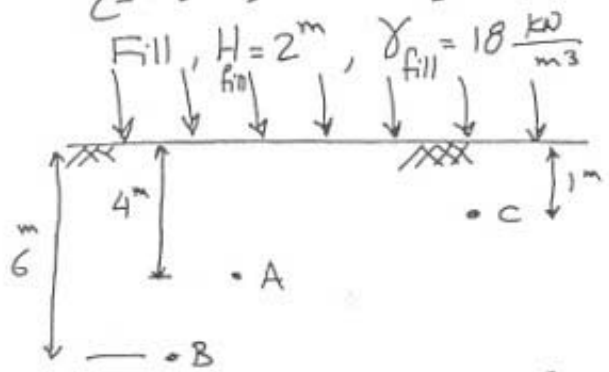
Solution:

$Z$	$x$	$R$	$Z/R$	$x/R$	$f$	$\Delta\sigma_v = f * \Delta q_{snet}$
2	0	4	0.5	0	0.9	90
4	0	4	1	0	0.65	65
8	0	4	2	0	0.28	28

يلاحظ انه كلما ازداد العمق ، تقل الزيادة بالاجهاد ، وكذلك الحال في حالة الابتعاد عن خط المحور (لمستوى واحد) فان الزيادة بالاجهاد تقل تدريجياً .

### 5) Fill Over Extensive (Infinite) Area

في حالة ترشي ترربة ردم على مساحة كبيرة (غير محدودة) فان  $\Delta\sigma_v$  تكون متساوية في جميع النقاط داخل التربة وسواء  $\Delta q_{snet}$



∴ Fill → ∴  $\Delta\sigma_v = \Delta q_{snet}$

$\Delta q_{snet} = \Delta q_s - (\gamma \cdot Z)$

but  $\Delta q_s = H_{fill} * \gamma_{fill} = 2 * 18$

∴  $\Delta q_s = 36 \text{ kN/m}^2$

∴ There is not cut or excavation

∴  $\Delta q_{snet} = \Delta q_s = 36 \text{ kN/m}^2$

∴ Fill over infinite area

∴  $\Delta\sigma_v = \Delta q_{snet} = 36 \text{ kN/m}^2$  at all points A, B, C.



## Approximate Method to Calculate $\Delta\sigma_v$ [2:1 method]

\* هي طريقة تقريبية لحساب الزيادة في الاجهاد العمودي نتيجة الحمل السطحي  
 وتتخذ عادة للتقدير السريع للحالات ارضية غير متفرقة الجداول والاشكال  
 الخاصة بحساب الزيادة في الاجهادات.

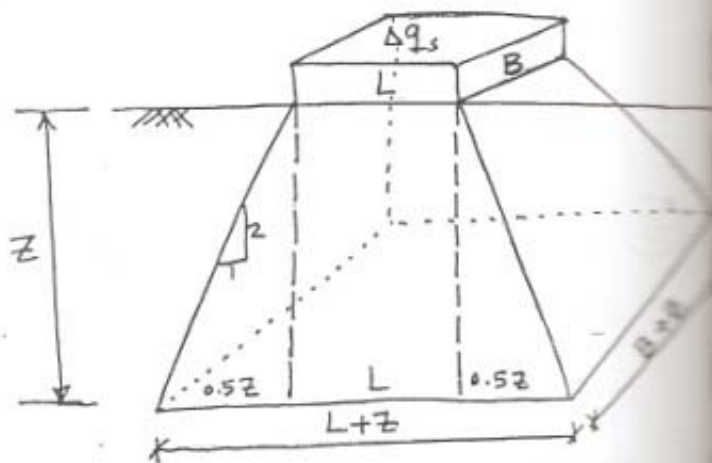
\* تفترض هذه الطريقة بان الحمل السطحي ينتشر بحيل لبياسات (1 اضعف : 2 عمودي)

لحمل المربع (المستطيل)

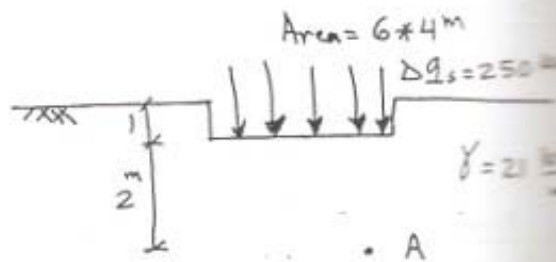
$$\Delta\sigma_v = \frac{\Delta q_{snet} * B * L}{(B+z)(L+z)}$$

لحمل الدائري

$$\Delta\sigma_v = \frac{\Delta q_{snet} * D^2}{(D+z)^2}$$



Ex for the soil profile shown.  
 calculate  $\Delta\sigma_v$  at point A.

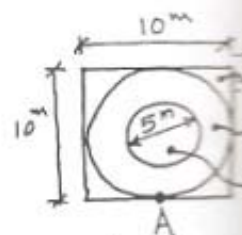


Sol.  $\Delta q_{snet} = \Delta q_s - (\gamma \cdot z)$   
 $= 250 - (21 \cdot 2) = 229 \text{ kN/m}^2$   
 $\therefore \Delta\sigma_v = \frac{229 * 6 * 4}{(6+2)(4+2)} = 114.5 \text{ kN/m}^2$

Ex Find  $\Delta\sigma_v$  at point A, where  $z = 5 \text{ m}$  for

Solu:  $\Delta\sigma_v = \frac{100}{10} + \frac{100}{10} - \frac{100}{5} - \frac{300}{5} - \frac{300}{5}$

Fig 1      Fig 2      Fig 3      Fig 4



for Figure 1;  $B=5, L=10, m=1, n=2, f=0.198$  (same factor for figure 2)

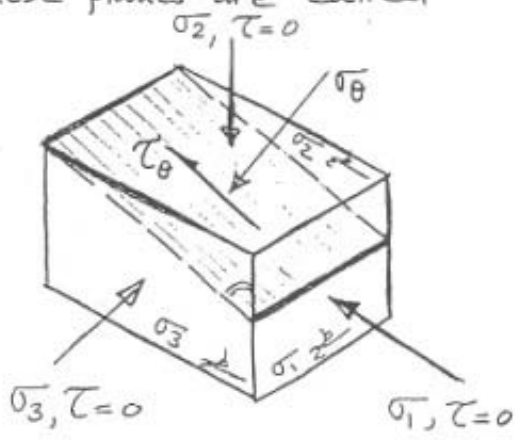
for Figure 3;  $R=5, x=5, z=5, \frac{x}{R}=1, \frac{z}{R}=1, f=0.34$

for Figure 4;  $R=2.5, x=5, z=5, \frac{x}{R}=2, \frac{z}{R}=2, f=0.075$

$\therefore \Delta\sigma_v = 2 * 100 * 0.198 + 200 * 0.34 - 300 * 0.075$   
 $\therefore \Delta\sigma_v = 85.1 \text{ kN/m}^2$

# Principal Stresses الاجهادات الرئيسية

There exist at any stressed point, three orthogonal planes, on which there are (zero shear stresses). These planes are called (principal planes). The normal stresses acting on these planes are called (principal stresses)

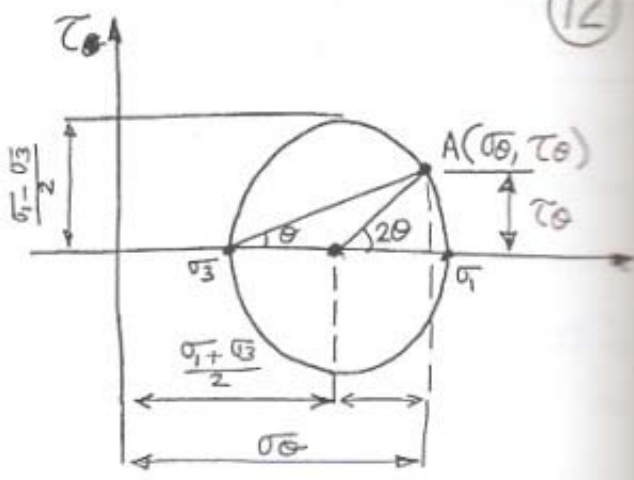
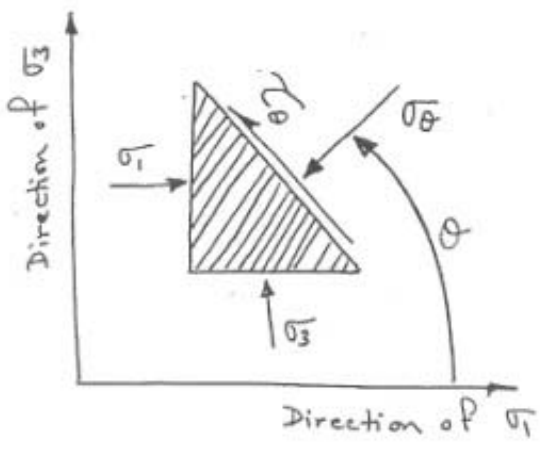


- $\sigma_1$  : Major Principal Stress (Largest)
  - $\sigma_3$  : Minor Principal Stress (Smallest)
  - $\sigma_2$  : Intermediate Principal Stress ( $= \sigma_3$ )
- in soil, we have  $\sigma_2 = \sigma_3$

- ⊕ في اي مستوى آخر غير هذه المستويات الثلاثة، المقاومة (سطح  $\sigma_1$ ) سطح  $\sigma_3$  تكون متجهة ح لا تتساوى صفر. أي ان ما بين الالسطح الرئيسية (Principal Planes) هو انه لا يعمل عليه اجهادات قص ( $\tau = 0$ ) ويعمل عليه اجهادات عمودي ( $\sigma$ ) لذلك يدعى هذا الاجهاد العمودي ب (Principal Stress)
- ⊗ اجهادات القص في اي سطحه تقاوم من متاركة بالمعادلة المتكافئة بالاجهادات العمودية التي تسبب الانفطاط "موجبة"، وتعتبر القص التي تقاوم تدوير النموذج عكس لعربة اسالة "موجبة".

## Mohr Circle دائرة مور

- ⊗ معلومة مقدار واتجاه كل من ( $\sigma_1$  و  $\sigma_3$ ) يمكن تحديده بحساب الاجهاد العمودي واجهاد القص العاملين على اي مستوى آخر بشرط معرفة الزاوية بين سطح  $\sigma_1$  و سطح المستوي المعين.
- \* يمكن من خلال معرفة الاجهادات العاملة على اي سطح، ان يتم تحديد حساب قيم واتجاه كل من الاجهادات الرئيسية ( $\sigma_1$  و  $\sigma_3$ )



From the figures :-

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\theta$$

$$\tau_\theta = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\theta$$

تعريف الزاوية  $\theta$  :

هي الزاوية المحاسبية من  $\sigma_1$  (أو  $\sigma_3$ ) الى  $\sigma_\theta$  (أو  $\tau_\theta$ )  
 يمكن معرفة السالبة موجبة .

- \* اي نقطة تقع على محيط الدائرة (مثل نقطة A) تمثل الاجهادات على مستوى يميل عن مستوى  $(\sigma_1)$  بزاوية مقدارها  $\theta$ .
- \* معلومية الاجهادات العمودية على اي سطحين ، يمكن ان نجد مقدار واتجاه كل من  $(\sigma_1)$  و  $(\sigma_3)$ .
- \* اجهاد القص الاكظم يمكن حسابه من :  $\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$  ويشكل احدى نقطتي في دائرة مور (نصف دائرة).

### Origin of Planes ( $O_p$ )

هي نقطة مميزة ووحيدة تقع على محيط دائرة مور ، لها الخاصية التالية  
 (( الخط المار من  $O_p$  و اي نقطة اخرى تقع على الدائرة (مثل نقطة A)  
 سيكون موازياً للسطح الذي تعمل عليه الاجهادات  $\sigma_A$  و  $\tau_A$  ))