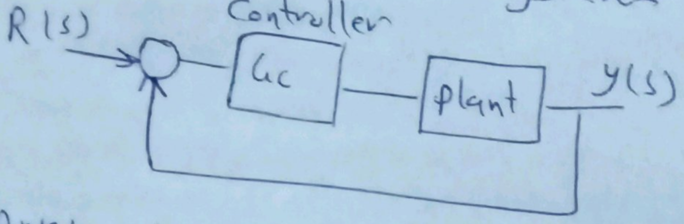
الفصل الثاني Lec-1-

Frequency Response analysis

* بصورة عامة توجد طريقتين لتحليل استجابة المنظومات ودراسة انظمة السيطرة

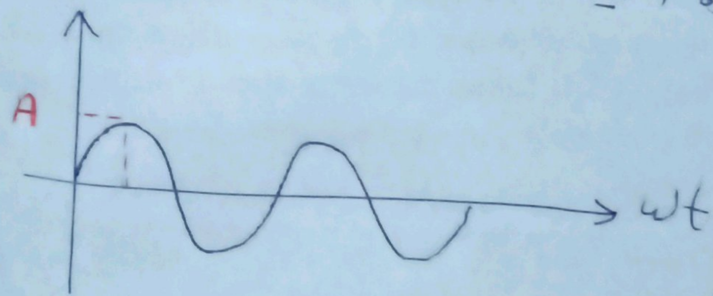
There are two method to study the control system

- Time Response
- Freqency Response



* الاشارة التي تستخدم لاختبار الـ freqeny response هي sinusoidal

$\therefore r(t) = A \sin \omega t$



* حيث ان ω هو التردد الذي يتغير من (zero $\rightarrow \infty$) او ضمن مدى معين

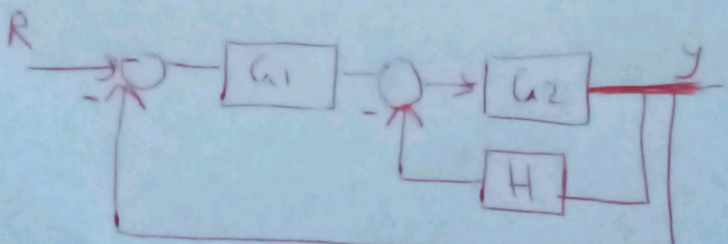
* تحليل الانظمة بواسطة freqency Response له فوائد عديدة تم ذكرها بالمحاضرة الاولية وهي للاطلاع

* بعض الملاحظات المهمة جدا لحل اي سؤال ضمن الـ freq.

① دائما يتم الايجاد على معادلة openloop T.F لحل السؤال

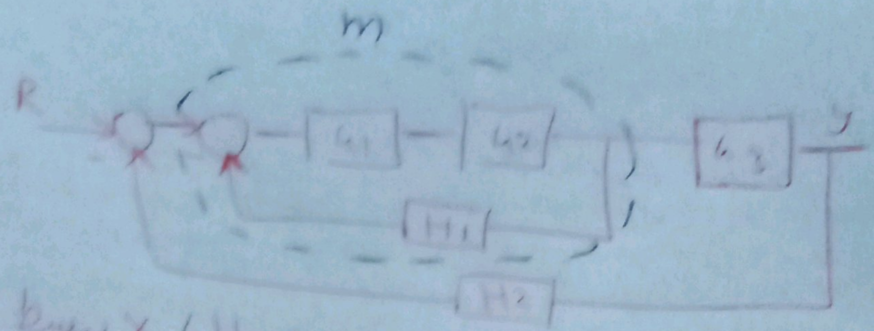
$$O.L.T.F = GH$$

مثلا نشكل التالي



لهذا نشكل $O.L.T.F = G_1 \cdot \frac{G_2}{1+G_2H}$

مثال ١:



- يتم تبسيط كل البلوك فقط الـ f/b الاخير (H_2) لا يبسط ودائما
- يضرب مع المعادلة المبسطة لذلك فان الكل يكون

$$m = \frac{G_1 G_2}{1 + G_1 G_2 H_1} \xRightarrow{\text{ثم}} O.L.T.f = m * G_3 * H_2$$

② الملاحظة الثانية كل (s) بالمعادلة يتم تحويلها الى jw

$\therefore \quad s = jw$

مثلا $\quad G(s) = \dfrac{5k\,(s+1)}{s\,(s+2)} \Rightarrow G(jw) = \dfrac{5k(jw+1)}{jw(jw+2)}$

initial condition لا تعتمد على $G(jw)$ المعادلة بدلالة

③ ملاحظة رقم 3 ان المعادلة
لذلك فان

$$G(s) \longrightarrow G(jw) = M e^{j\theta} = M \angle \phi$$

where M = amplitude ratio of o/p and i/p sinusoidal

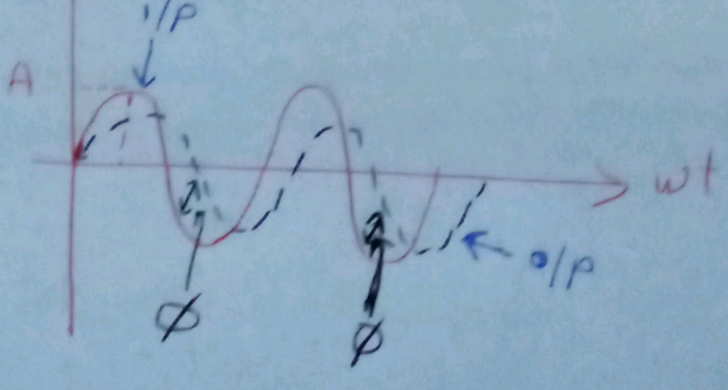
$\theta = \phi$ = phase shift between i/p and o/p

اي انها تعادل اشارة $e(t)$ بدلالة time
الخطأ

ولكن الادخال هو $r(t) = A\sin(wt)$

- شكل التالي يوضح ذلك

الفرق بين i/p
و o/p هو
ϕ



④ ملاحظة رقم 4 يتم حساب (output at steadystate) حسب طريقة frequency response

$$y_{s.s}(t) = M e^{j\theta} * i/p$$
$$= M \cdot A \sin(\omega t + \phi)$$

. يتم استخدام هذا القانون عندما يكون السؤال مطلوب حله بطريقة frequency response

. الامثلة التالية توضح ذلك

Ex1: Find $y_{s.s}(t)$ for $G(s) = \frac{k}{Ts+1}$, $H = 1$ if i/p is
$r(t) = X \sin \omega t$

<u>sol</u> $O.L.T.F = G(s)H(s) = \frac{k}{Ts+1} * 1 = \frac{k}{Ts+1}$

حتى نطبق القانون التالي $y_{s.s}(t) = M e^{j\theta} * i/p$

* نحتاج نحسب M و $e^{j\theta}$ ⟸ حيث ان M هي القيمة المطلقة

$$M = |G(j\omega)| = \frac{|k|}{|Tj\omega + 1|}$$

* يتم حساب M باخذ القيمة المطلقة للبسط والمقام

* الحد الثابت k او اي رقم تكون القيمة المطلقة له نفسه

* . $|Tj\omega+1|$ ⟸ يتم حسابها حسب طريقة complex number لذلك

$$|Tj\omega+1| = \sqrt{(real)^2 + (j\ \text{معامل})^2}$$
$$= \sqrt{1 + (T\omega)^2}$$

لذلك فان ⟸ $M = |G(j\omega)| = \frac{k}{\sqrt{1+(T\omega)^2}}$

اما حساب $e^{j\theta}$ فيكون باستخدام قانون $\tan^{-1}\frac{Imag.}{real}$ كحساب الزوايا

$\therefore$ $e^{j\theta} = \angle\phi =$ زوايا البسط − زوايا المقام

* في هذا السؤال لا توجد زوايا البسط لان زاوية الثابت لا تكون صفر
المقام نستخدم قانون $\tan^{-1}\frac{\text{جزء خيالي}}{\text{جزء حقيقي}}$ لذلك فان

$$\phi = -\tan^{-1}\frac{T\omega}{1}$$

لذلك فان القانون النهائي لـ $y_{ss}(t)$ يكون

$$\boxed{y_{ss}(t) = M.A\sin(\omega t + \phi)}$$

$$= \frac{k}{\sqrt{1+(T\omega)^2}} * \left(X.\sin\left(\omega t - \tan^{-1}\frac{T\omega}{1}\right)\right)$$

$$y_{ss}(t) = \frac{X k * \sin\left(\omega t - \tan^{-1}\frac{T\omega}{1}\right)}{\sqrt{1+(T\omega)^2}}$$

Ex2: find $y_{s.s}(t)$ for $G(s) = \frac{k}{s(s+1)}$, $H = (s+2)$
if $i/p = 5\sin(\omega t)$

sol

$$y_{s.s}(t) = M.A\sin(\omega t + \phi)$$

$$H(j\omega) = (j\omega+2), \quad G(j\omega) = \frac{k}{j\omega(j\omega+1)}$$

$$M = |O.L.T.F| = |G(j\omega)H(j\omega)|$$

$$= \left|\frac{k(j\omega+2)}{j\omega(j\omega+1)}\right|$$

يتم اخذ القيمة المطلقة لكل حد

القيمة المطلقة لثابت هو نفسه

$$= \frac{|k|.|(j\omega+2)|}{|j\omega|.|(j\omega+1)|}$$

هنا فقط جزء خيالي وجزء حقيقي صفر

$$= \frac{k.\sqrt{(2)^2+\omega^2}}{\sqrt{0+(\omega)^2}.\sqrt{1+\omega^2}} = \boxed{\frac{k\sqrt{4+\omega^2}}{\omega.\sqrt{1+\omega^2}}}$$

حساب الزوايا ϕ = زوايا البسط - زوايا المقام

$$\phi = \left(\tan^{-1}\frac{0}{k} + \tan^{-1}\frac{w}{2}\right) - \left(\tan^{-1}\frac{w}{0} + \tan^{-1}\frac{w}{1}\right)$$

$$= \left(0 + \tan^{-1}\frac{w}{2}\right) - \left(\underbrace{\tan^{-1}\infty}_{= 90 \text{ زوايا}} + \tan^{-1}\frac{w}{1}\right)$$

$$= \left(\tan^{-1}\frac{w}{2} - 90 - \tan^{-1}\frac{w}{1}\right)$$

$$\boxed{\therefore\ y_{s.s}(t) = \frac{5k\sqrt{4+w^2}}{w\cdot\sqrt{1+w^2}}\sin\left(wt + \tan^{-1}\frac{w}{2} - 90 - \tan^{-1}\frac{w}{1}\right)}$$

EX3: Consider the network given by $G(s) = \dfrac{s+\frac{1}{T_1}}{s+\frac{1}{T_2}}$

find $y_{s.s}(t)$ if i/p is $= X\sin(wt)$

sol $y_{s.s}(t) = M.A.\sin(wt + \phi)$

$$\text{O.L TF} = G(s)H(s) = \frac{s+\frac{1}{T_1}}{s+\frac{1}{T_2}} * 1$$

نقوم بحساب (M , ϕ)

$$G(j\omega)H(j\omega) = \frac{j\omega+\frac{1}{T_1}}{j\omega+\frac{1}{T_2}} \Rightarrow M = |G(j\omega)H(j\omega)| = \frac{|j\omega+\frac{1}{T_1}|}{|j\omega+\frac{1}{T_2}|}$$

$$M = \frac{\sqrt{w^2+\left(\frac{1}{T_1}\right)^2}}{\sqrt{w^2+\left(\frac{1}{T_2}\right)^2}} = \frac{\sqrt{w^2+\frac{1}{T_1^2}}}{\sqrt{w^2+\frac{1}{T_2^2}}}$$

ϕ = مجموع زوايا البسط - مجموع زوايا المقام

$$= \tan^{-1}\frac{w}{\frac{1}{T_1}} - \tan^{-1}\frac{w}{\frac{1}{T_2}} \Rightarrow = \tan^{-1}wT_1 - \tan^{-1}wT_2$$

$\therefore y_{s.s}(t) = M.A\sin(wt + \Phi)$

$$y_{s.s}(t) = \frac{\sqrt{w^2 + \frac{1}{T_1^2}}}{\sqrt{w^2 + \frac{1}{T_2^2}}} \cdot X\sin(wt + \tan^{-1} wT_1 - \tan^{-1} wT_2)$$

---

* توجد عدة طرق لتحديد استقرارية المنظومة C.L.T.F بالاعتماد على (طريقة frequency Response و O.L.T.F) وهذه الطرق هي

① polar method plot or Nyquist method plot
② bode diagram or logorithmic plot
③ Nichols plots

* في هذه المحاضرة سيتم شرح الطريقة الاولى

Polar method plot

Polar plot: represent magi. (Magnitude) Versus phase plot in polar cordinate as w is varied from $0 \longrightarrow \infty$

* هذه الطريقة تتضمن تغير Magnitude (M) و phase Φ لقيم التردد المتغير من $(0 \longrightarrow \infty)$

* وبما انه من الصعب تغير $(M + \Phi)$ لكل $w = 0 \longrightarrow \infty$ لذلك نكتفي بتحديد $(M + \Phi)$ عند التردد Zero وعند تردد ∞

* ملاحظة هامة مهمة (جميع الزوايا بصيغة $\tan^{-1} 0 = 0$)

كل s بالبسط او المقام (s او 1/s) زاويتها $90°$

$=$ s^2 بالبسط او المقام (s^2 و $1/s^2$) زاويتها $180°$

كل زاوية بصيغة $\tan^{-1}\infty$ للحد الواحد زاويتها $90°$

* تقدمنا طريقة حل اي سؤال لتحديد استقرارية المنظومة (system) بطريقة polar plot الخطوات التالية

① determine the Magnitude M and phase ϕ by

$O.L.T.F = G(s)H(s) \xrightarrow{\text{نحول}} G(j\omega)H(j\omega) = M\angle\phi$

$M = |G(j\omega)H(j\omega)|$

$\phi =$ مجموع زوايا البسط − مجموع زوايا المقام

② find $GH(j0) = M_0\angle\phi$

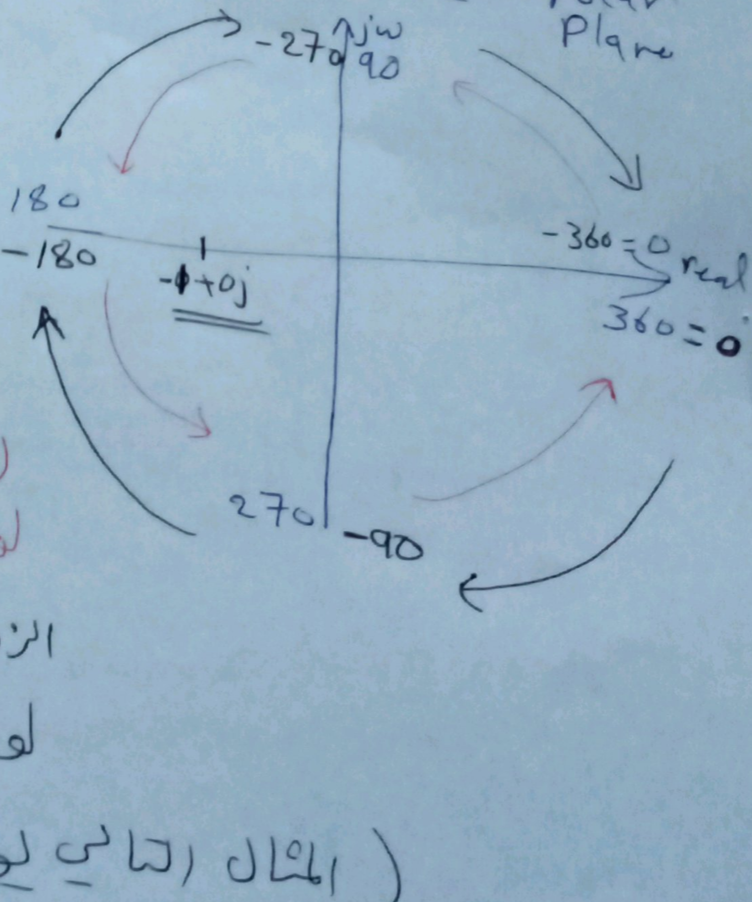
and $GH(j\infty) = M_\infty\angle\phi$

③ draw polar plot on polar palne

يتم تاشير الارقام التي تم ايجادها من نقطة رقم ② على الاحداثيات

حيث ان الاحداثيات تتضمن رقم M وقيمة الزاوية ϕ

polar plane هنا ⇒



المؤشر على زوايا الارباع {

زوايا (0, 90, 180, 360) كنا نسير

لو تحركنا عكس عقرب الساعة

الزوايا (0, -90, -180, -270, -360

لو تحركنا باتجاه عقرب الساعة

(المثال التالي لوضح الخطوات 1 و 2 و 3)

النظام يكون مستقر اذا كان الرسم قبل النقطة $-1+0j$

EX1: draw polar plot and determine the stability of the C.L.T.F for $G(s) = \dfrac{k}{(s+1)(2s+1)}$, $H=1$

sol ① let $s = j\omega \longrightarrow O.L.T.F = GH(j\omega) = \dfrac{k}{(j\omega+1)(2j\omega+1)}$

$$M = |GH(j\omega)| = \frac{|k|}{|j\omega+1| \cdot |2j\omega+1|} = \frac{k}{\sqrt{1+\omega^2} \cdot \sqrt{1+(2\omega)^2}}$$

زوايا البسط

$$\phi = \left(\tan^{-1}\frac{0}{k}\right) - \left(\underbrace{\tan^{-1}\frac{\omega}{1}}_{\text{زاوية المقام } (j\omega+1)} + \underbrace{\tan^{-1}\frac{2\omega}{1}}_{\text{زاوية المقام } (2j\omega+1)}\right)$$

$(j\omega + 1)$: $j\omega$ = Img , 1 = real

② $GH(0j) = M_0 \angle \phi$ $\longleftarrow$ يتم تحديد M, ϕ عند التردد Zero

M عند Zero

يتم تعويض $(\omega = \text{Zero})$ بمعادلة M او $GH(j\omega)$ لايجاد

$$O.L.T.F|_0 = \frac{k}{(0+1)(0+1)} = k = M_0$$

$$\phi_0 = 0 - \left(\underbrace{\tan^{-1}\frac{0}{1}}_{} + \underbrace{\tan^{-1}\frac{0}{1}}_{}\right)$$

كل $0 = \tan^{-1} 0$

كل زاوية $\tan^{-1}\infty$ تكون $90°$

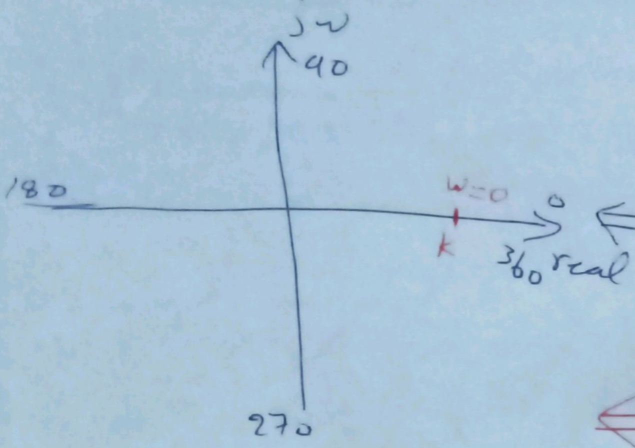
$\therefore \phi_0 = 0°$

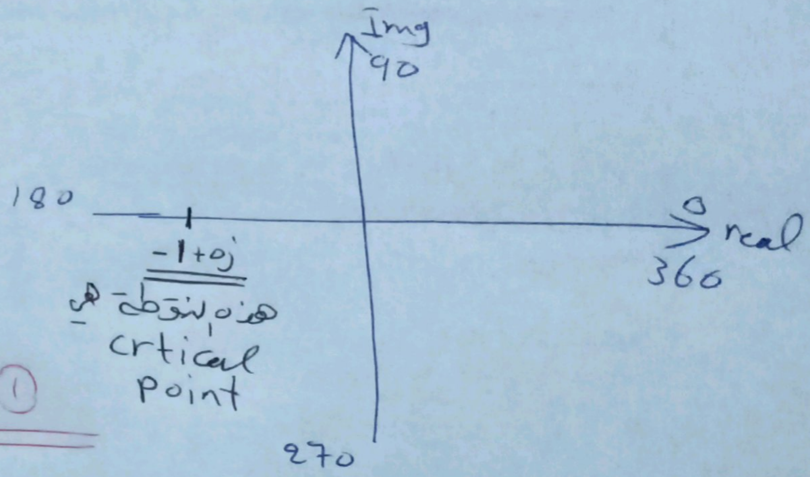
$\therefore GH(0j) = M \angle \phi = k \angle 0°$

$GH(\infty j) = M_\infty \angle \phi = 0 \angle -180°$

بنفس الخطوات اعلاه يتم ايجاد $GH(\infty j)$

③ خطوه رقم 3 تتضمن تأشير النقاط $4H(0j)$ & $4H(\infty j)$





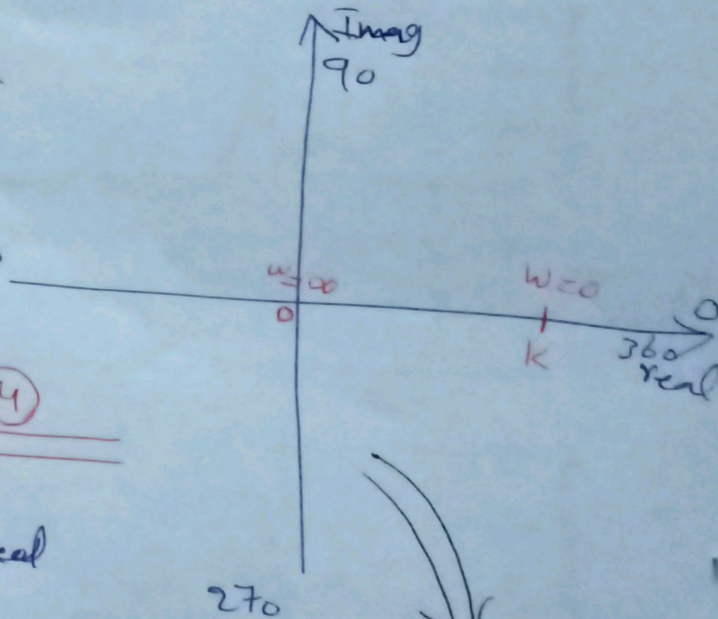
الاحداثيات قبل تأشير $4H(0j)$ & $4H(\infty j)$

$4H(0j) = K \angle 0°$

Mag

الزاوية

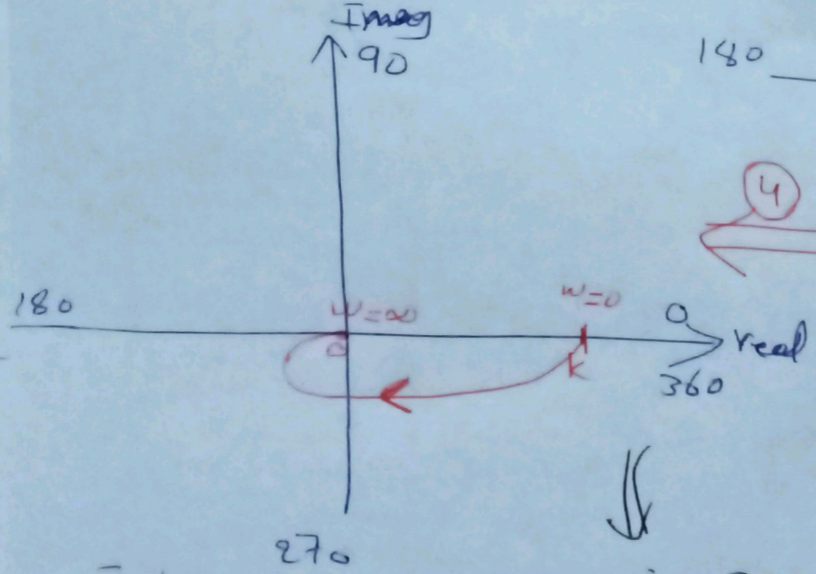
لذا تم تأشيرها بالربع الاول لان K موجبة والزاوية zero



هنا تم تأشير $4H(0j)$ و ايضا $4H(\infty j) = 0 \angle -180$

Mag

الزاوية



تم هنا التوصيل بين نقطة البداية ونقطة النهاية $4H(\infty j)$ وذلك باتجاه عقرب الساعة والسبب للتحرك بهذه بالاتجاه وذلك اننا نطرح زاوية البداية وزاوية النهاية فيكون الفرق $-180°$ لذلك نتحرك باتجاه عقرب الساعة

the system (C.L.T.F) stable

لان الرسم قبل النقطة $-1+0j$