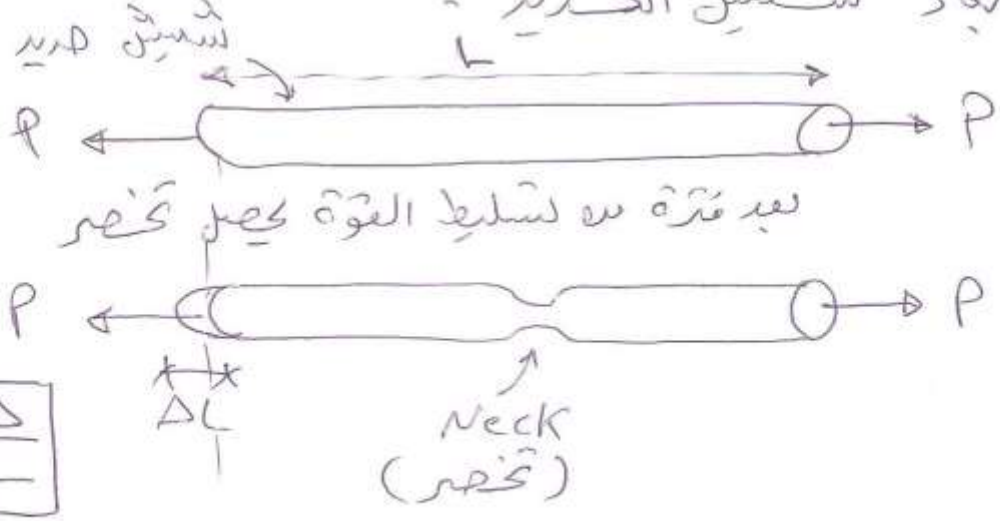
①

Stress and Strain

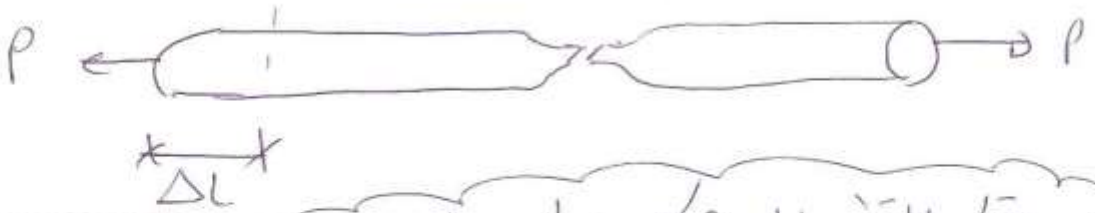
When external forces are applied to objects made of elastic materials, they produce change in shape and size of the object.

عند تسليط قوة خارجية على مادة مرنة (elastic) مثل (سلك حديد) فان هذه القوة ستؤثر على تغير شكل وابعاد سلك الحديد.



$$\epsilon = \frac{\Delta}{L}$$

وبعد فترة من تسليط القوة P ينقسم سلك الحديد من منطقة التخصر الى قسمين ويزداد طول السلك بمقدار ΔL



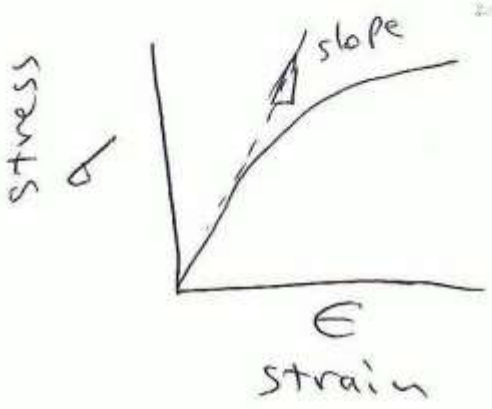
∴ مقدار التغير بالشكل والحجم لجسم نتيجة تسليط قوة خارجية هو ما يسمى بـ

Strain الانفعال

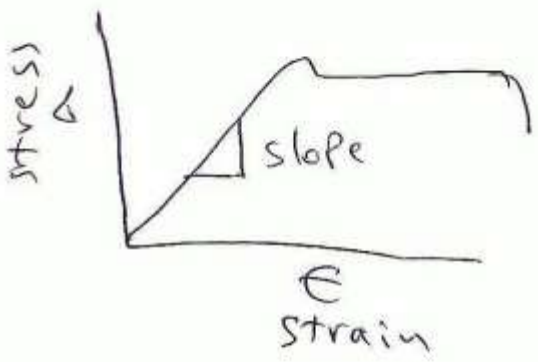
∴ (Strain) $\epsilon = \frac{\Delta}{L}$

(2)

هذا الكسر تختلف فيما لو حللنا مادة هشة (غير مرنة) (Brittle) فانه مقدار التحمل (Neck) سوف يكون اقل او معدوم حسب مقدار المرونة للمادة .



Brittle Material



elastic Material

الميل : $\frac{\text{التغير}}{\text{المدى}}$

$$slope = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

↓

هذا الميل سمي الصلابة

Elastic Modulus or Modulus of Elasticity

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

ووحداته $\frac{N}{mm^2}$

$$\therefore \boxed{\sigma = E\,\epsilon}$$

$$\because \sigma = \frac{P}{A} \quad ; \quad \because \epsilon = \frac{\Delta}{L}$$

$$\therefore \frac{P}{A} = E * \epsilon \Rightarrow \frac{P}{A} = E * \frac{\Delta}{L}$$

$$\therefore \boxed{\Delta = \frac{PL}{AE}}$$

Δ ← deformation (mm ; in)

معامل المرونة :

مقدار تحمل الجسم للإجهاد المسلط عليه قبل ان يحصل فيه تشوه

مثال :

علق جسم وزنه 10 KN بسلك من الفولاذ طوله 4 م ومساحة مقطعه 100 mm² فزاد طول الجسم مقدار 1 مم . احسب σ ، ϵ ، E

الحل :

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{10\times10^3 N}{100\ mm^2} = 100\ N/mm^2$$

$$\epsilon = \frac{\Delta}{L} = \frac{1\ mm}{4\times10^3\ mm} = 2.5\times10^{-4}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{100\ \frac{N}{mm^2}}{2.5\times10^{-4}} = 400\times10^3\ N/mm^2$$

لو قلنا المثال : كلاب جسم وزنه 10KN بسلك من الفولاذ معامل المرونة له 0.4 N/mm² ومساحة مقطعه = 100 mm² وطوله 4 م ، احسب مقدار الاستطالة

$$\Delta = \frac{PL}{AE} = \frac{10\times10^3 N * 4\times10^3\ mm}{100\ mm^2 * 400\times10^3\ \frac{N}{mm^2}} = 1\ mm$$

(4)

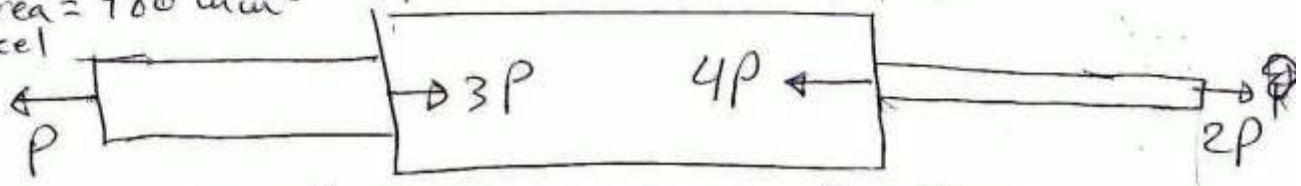
Example: For the bar shown, find the max P that will not exceed deformation of 3 mm.

given:-

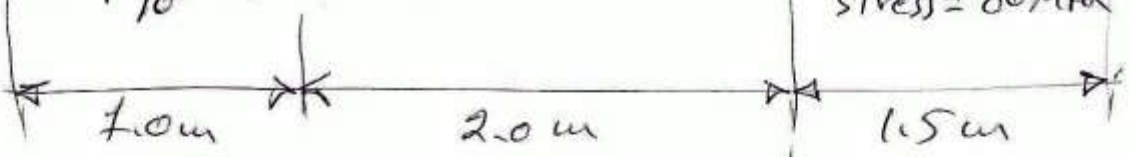
steel
$E_{steel} = 200\ GPa$
$Area = 480\ mm^2$
steel

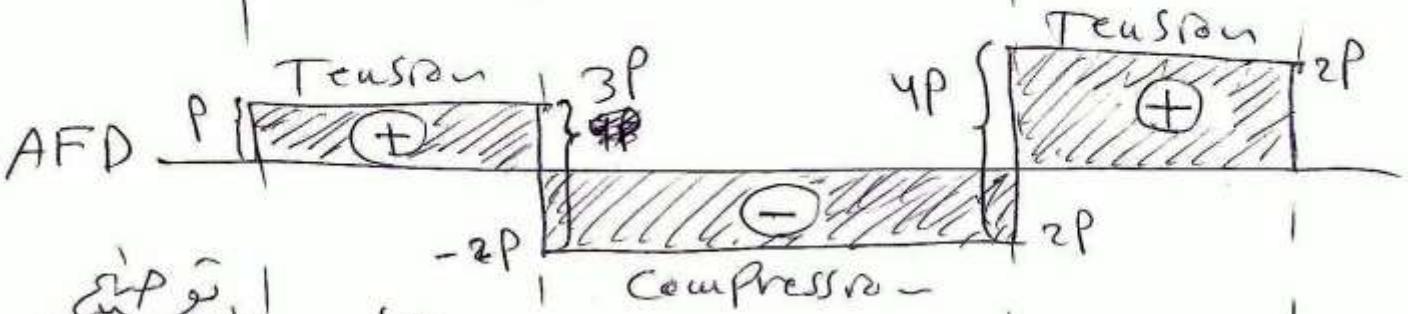
Bronze
$E_{Br} = 83\ GPa$
$Area\ Bronze = 650\ mm^2$

Aluminum
$E_{Al} = 70\ GPa$
$A_{Al} = 320\ mm^2$

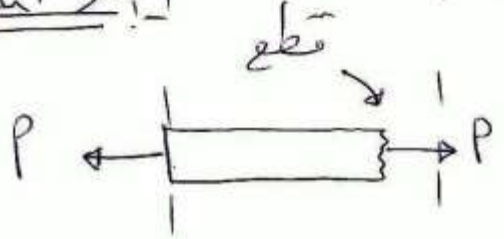


steel stress = 120 MPa Bronze stress = 120 MPa Aluminum stress = 80 MPa

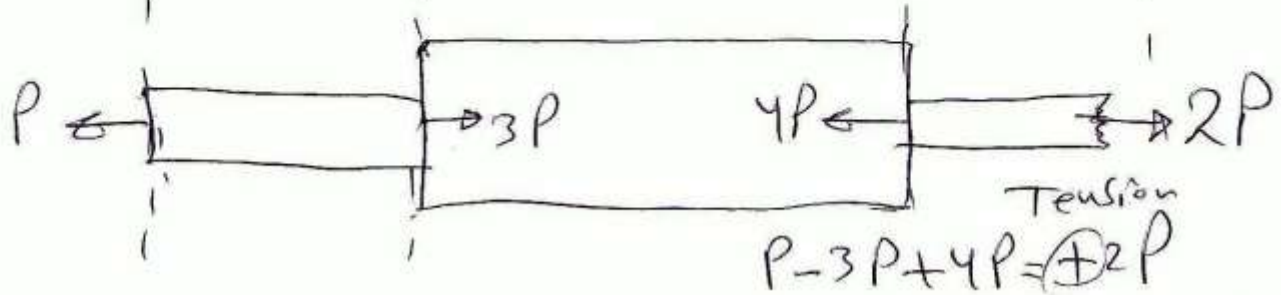




نوع الإجهاد:-



اذا كانت قطع في هذا المكان نحتاج قوة P وهو نوع Tension كما موضح في AFD



$P - 3P + 4P = +2P$

(4=1)

$$\sigma_{steel} = \frac{P_{steel}}{Area_{steel}} \Rightarrow 140 = \frac{P}{180}$$

$$\therefore P_{steel} = 67.2\ kN$$

$$\sigma_{Bronze} = \frac{P_{Bronze}}{A_{Bronze}} \Rightarrow 120 = \frac{2P}{650}$$

$$\therefore P_{Bronze} = 39\ kN$$

$$\sigma_{Aluminum} = \frac{P_{Al}}{Area_{Al}} \Rightarrow 80 = \frac{2P}{320}$$

$$\therefore P_{Aluminum} = 12.8\ kN$$

---

(5)

ملاحظات :

① يجب رسم الـ (Axial force diagram) AFD

② صيغ :

$$\Delta = \frac{PL}{AE}$$

- P = مقدار القوة المؤثرة على الـ bar
- L = طول الـ bar
- A = مساحة مقطع الـ bar
- E = معامل مرونة الـ bar

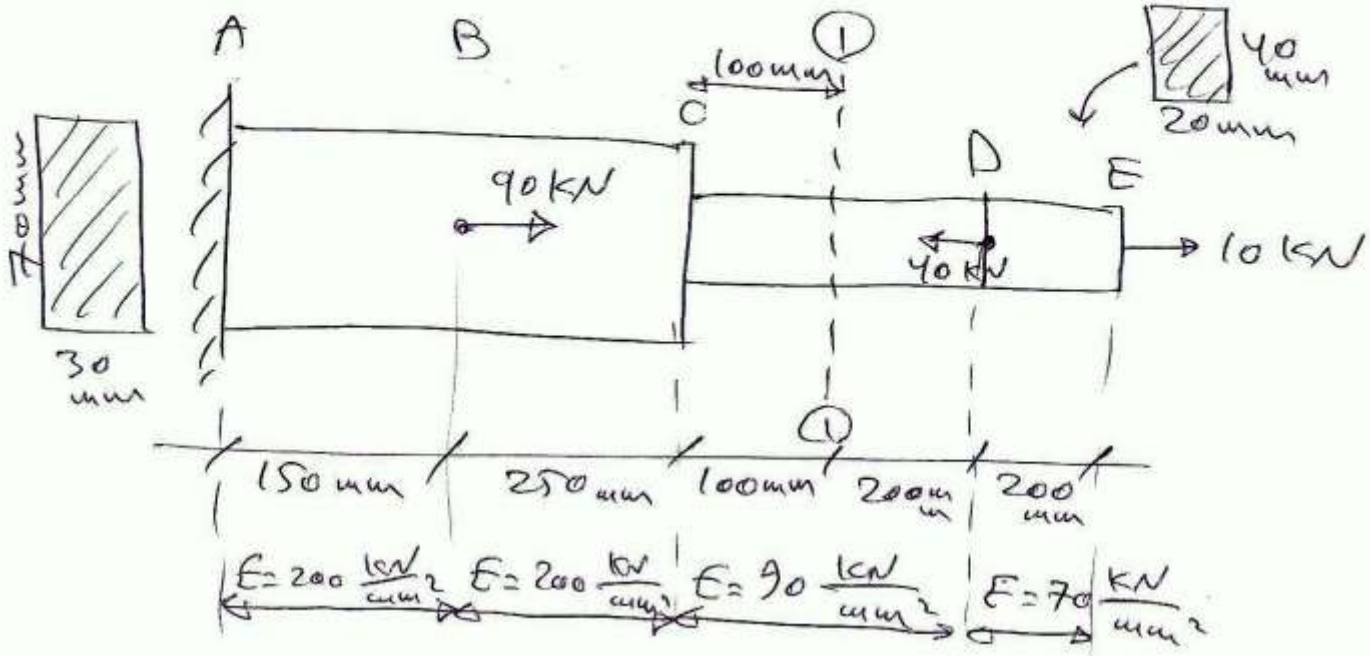
③ عند التعويض توحيد الوحدات

$$\Delta = \Delta_{Steel} + \Delta_{Bronze} + \Delta_{Aluminum}$$

$$3\ mm = \frac{+P*1000}{480*200*10^3} + \frac{-2P*2000}{650*83*10^3} + \frac{+2P*1500}{320*70*10^3}$$

$$\therefore P = 42.73\ kN \qquad \therefore P_{min} = 12.8\ kN$$

Example :- Find the deformation @ section B, C, D, E and section ①-①?



(6)

① Calculate Ax =

$\sum F_x = 0 \Rightarrow$

← Ax سوف نفرضه باتجاه

$Ax + 90 + 10 - 40 = 0$

$\therefore Ax = -60$ kN

هذه الاشارة السالبة لاتعني Compression وانما تعني ان اتجاه الرصينة بالعكس فعندما فرضنا اتجاه Ax ← ظهرت القيمة سالبة اي ان الاتجاه الصحيح لـ Ax هو ←

$\therefore Ax = 60$ ←

ولو كنا نا فرضين اتجاه Ax ←

$\sum F_x = 0$

$-Ax + 90 - 40 + 10 = 0$

$\therefore Ax = +60$ kN

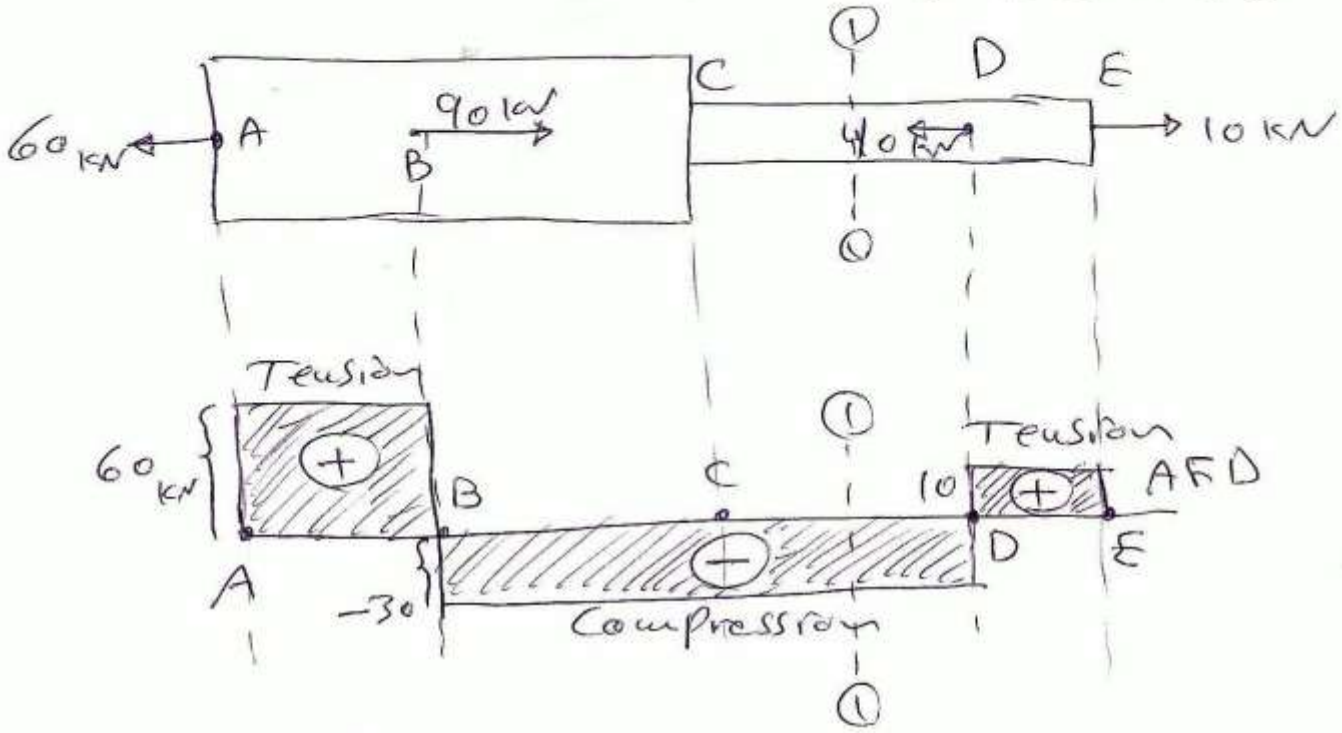
اما اشارة الموجبة لاتعني بالضرورة ان القوة هي Tension وانما تعني ان الرصينة باتجاه ← هي صحيحة

$\therefore Ax = 60$ ← kN

(7)

Ans (2) Draw Axial force diagram

- نبدأ من اليسار، الى اليمين
- رسم الـ AFD لابد له علاقة بـ A او E او L



$$\Delta_A = \frac{60*10^3 * Zero}{(70*30)+200*10^3} = Zero$$

bar طول الـ
A نقطة ثابتة Zero
لأنه معروف بـ Fix
او ممكن لو كان بأي قوة غير الصفر طول

$$\Delta_B = \Delta_{(B\to A)} = \frac{(60*10^3)*(150)}{(70*30)*(200*10^3)} = 0.0214 \text{ mm}$$

$$\Delta_C = \Delta_{(C\to A)} = \Delta_{C\to B} + \Delta_B$$

$$= \frac{(-30*10^3)*(250)}{(70*30)*(200*10^3)} + 0.0214$$

$$= -0.0178 + 0.0214 = 0.00354 \text{ mm}$$

$$\Delta_D = \Delta_{(D\to A)} = \Delta_{(D\to C)} + \Delta_C$$

$$= \frac{(-30\times10^3)\times(300)}{(40\times20)\times(90\times10^3)} + 0.00354 = -0.121 \text{ mm}$$

$$\Delta_E = \Delta_{E\to A} = \Delta_{E\to D} + \Delta_D$$

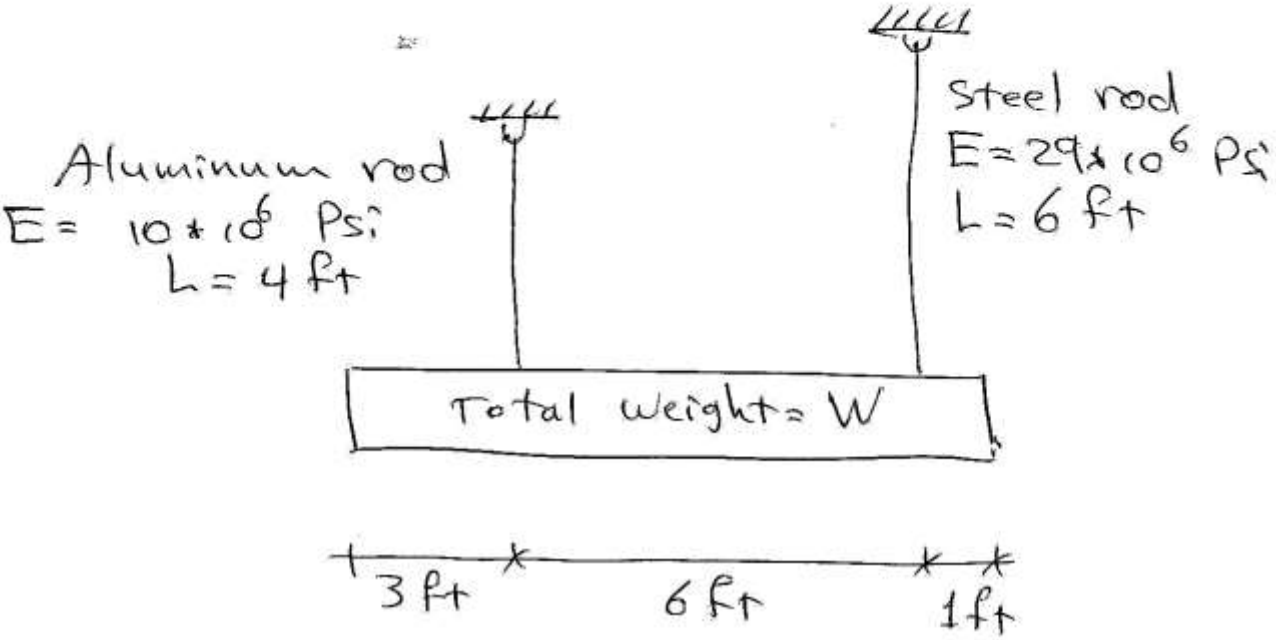
$$= \frac{(10\ \text{KN})\times(200)}{(40\times20)\times(70\ \frac{\text{KN}}{\text{mm}^2})} + (-0.121) = -0.0857 \text{ mm}$$

$$\Delta_{1-1} = \Delta_{1-1\to A} = \Delta_{1-1\to C} + \Delta_C$$

$$= \frac{(-30\times10^3)\times100}{(40\times20)\times(90\times10^3)} + 0.00354 = -0.0381 \text{ mm}$$

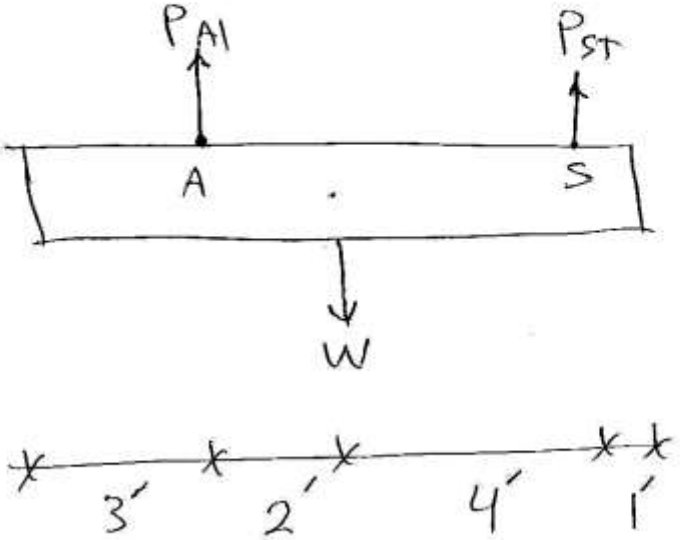
(9)

Example :- Determine the ratio of Areas of the rods so that the slab will remain level.



Solution

* Free body diagram is :-



(10)

* Find Reactions:

$+\circlearrowright \sum M_A = 0 \Rightarrow W*2 - P_{St}*6 = 0 \Rightarrow P_{St} = \frac{W}{3}$

$+\circlearrowright \sum M_S = 0 \Rightarrow P_{Al}*6 - W*4 = 0 \Rightarrow P_{Al} = \frac{2}{3}W$

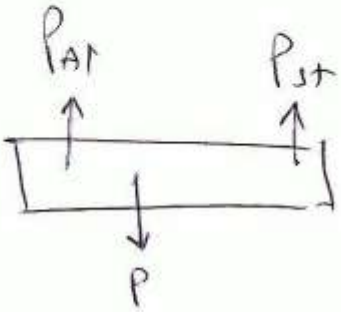
or $+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow -W + P_{St} + P_{Al} = 0$

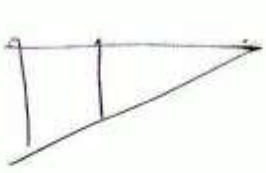
$-W + \frac{W}{3} + P_{Al} = 0 \Rightarrow P_{Al} = \frac{2}{3}W$

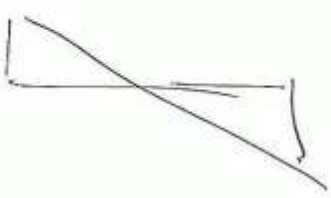
س/ ماهو السبب ؟ (Δ steel = Δ Aluminum)

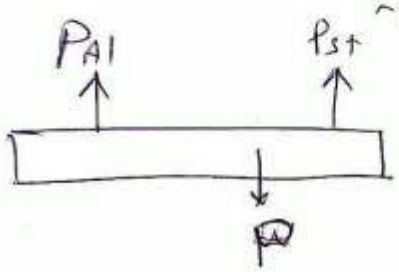
ج/ طالما ان W في مركز الـ beam يجب ان يكون الشوه في الـ Steel rod = الشوه في الـ Aluminum rod

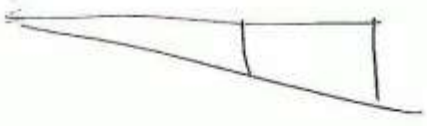
اما في حاله ان الـ W على احد الجانبين فيستحيل ان يكون الشوه متساوي باكمله وانا لشوف مثلاً لو كان بـ

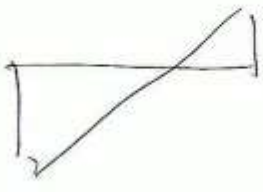












(11)

$$\left[\frac{PL}{AE}\right]_{St} = \left[\frac{PL}{AE}\right]_{Al}$$

للتحويل من طن الى ايج

$$\frac{\frac{W}{3}*(6*12)}{A_{St}*(29*10^6)} = \frac{\frac{2}{3}W*(4*12)}{A_{al}*(10*16^6)}$$

$$\frac{A_{al}}{A_{St}} = 3.867 \quad \text{Answer}$$

Stress and Strain

When external forces are applied to objects made of elastic materials, they produce change in shape and size of the object.

عند تسليط قوة خارجية على مادة مرنة مثل شيش حديد فان هذه القوة سوف تغير من شكل وابعاد شيش الحديد. ويمكن ملاحظة ذلك عند وضع شيش حديد تسليح في جهاز فحص الشد (Universal Tensile Testing Machine). وعند الشد يتخصر حديد التسليح يقل قطره ويزيد طوله ثم ينقطع من الوسط.

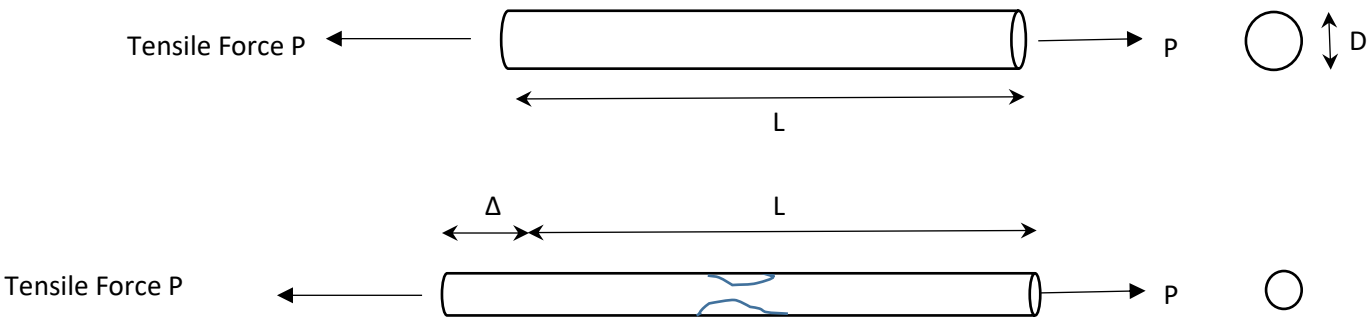
سؤال/ هل يعتبر حديد التسليح مادة مرنة

الجواب / نعم ولذلك يستخدم في الخرسانة المسلحة

سؤال/ هل يعتبر الكونكريت مادة مرنة؟

الجواب / كلا بل تعتبر مادة هشة غير مرنة وتسمى (Brittle).

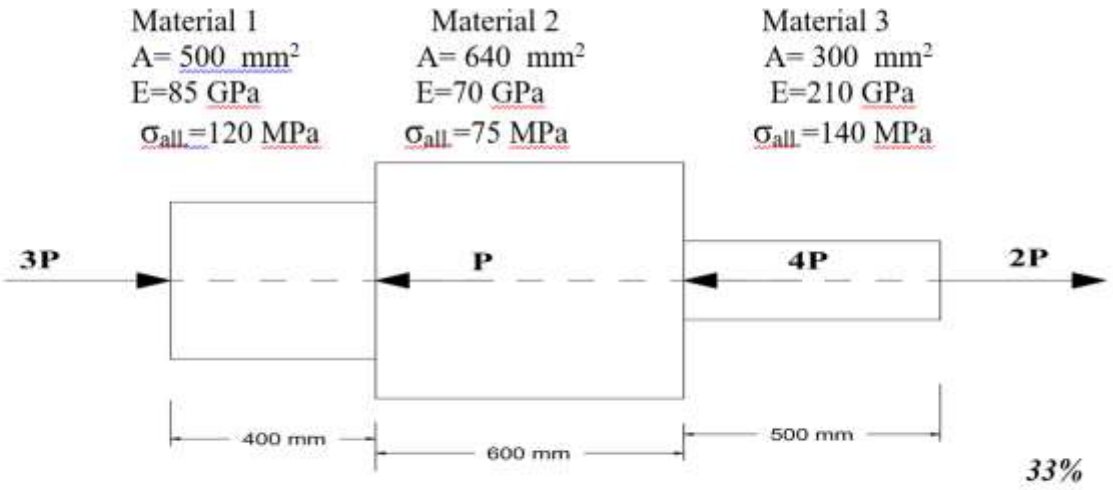
في التجربة التالية نجلب قطعة من الحديد قطرها D وطولها L، ثم نضعها في جهاز الشد لايجاد مقدار الانفعال Strain:



وعند زيادة تسليط الحمل يحصل تخصر بالوسط في شيش الحديد وينقطع نصفين مؤديا بزيادة في طوله بمقدار دلتا Δ ، ونقصان في القطر. وهذا ما يسمى بالانفعال Strain:-

$$Strain\ (\varepsilon) = \frac{\Delta}{L}$$ وهي قيمة بدون وحدات.

Q 4: For the rod of variable cross sectional area and different materials find the max. safe force P. If the total deflection is 0.4 mm shortening .



33%