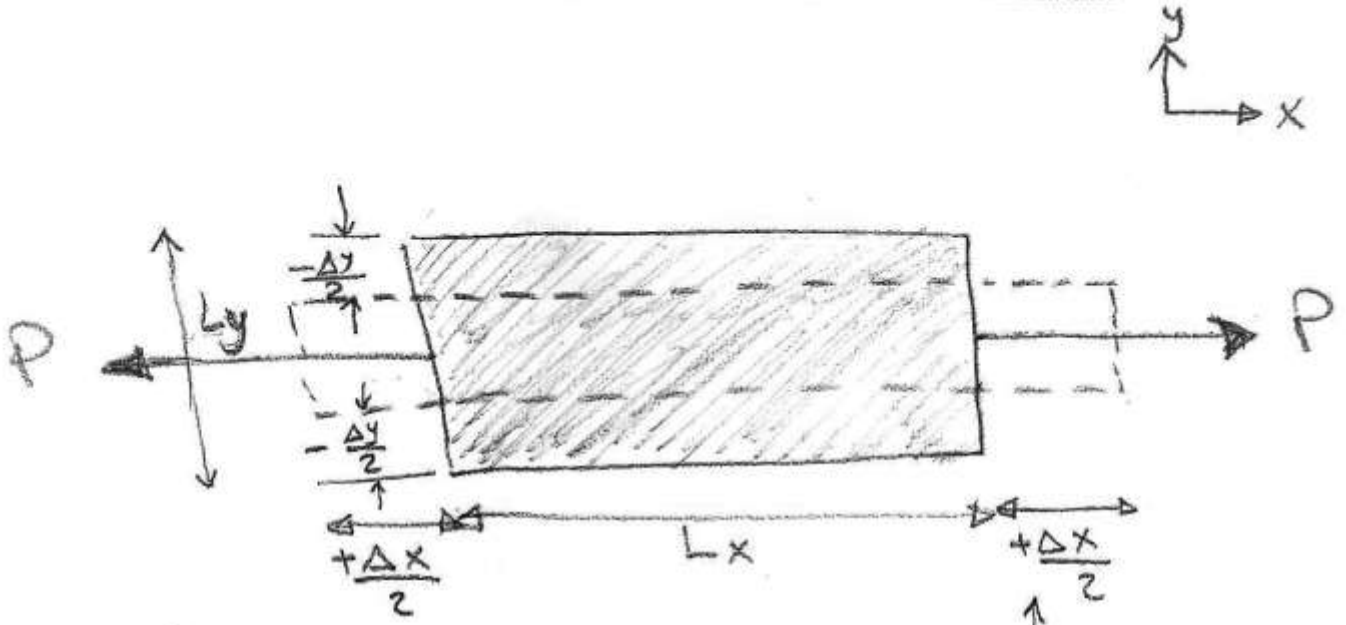
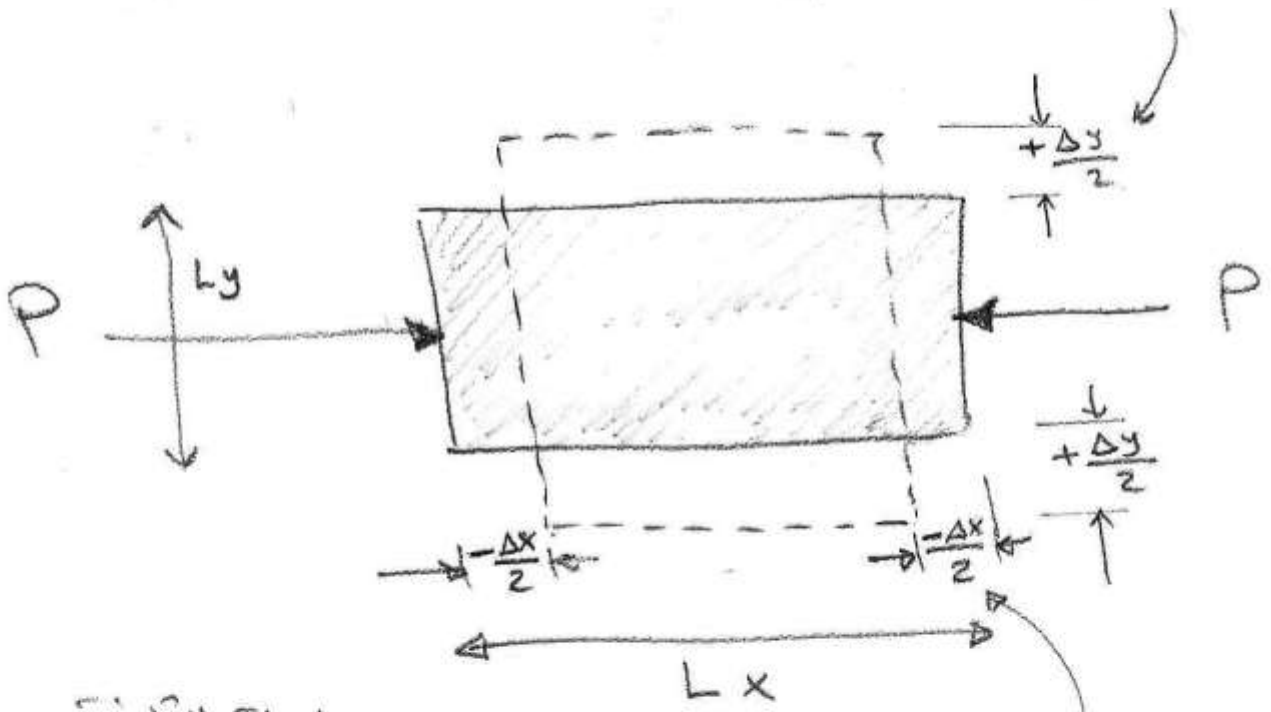
① Poission's Ratio



الحالة الاولى

Tension تسليط قوة

نلاحظ هنا حصل زيادة عن البعد الاصلي للمادة لذلك نضع اشارة + موجبة



الحالة الثانية

Compression تسليط قوة

حصل نقصان عن البعد الاصلي للمادة لذلك نضع اشارة سالبة (−)

② Poisson's Ration

الحالة الاولى : شد بسبب قوة Tension

$$\epsilon_x = \frac{\frac{+\Delta x}{2} + \frac{+\Delta x}{2}}{L_x} = \frac{+\Delta x}{L_x}$$

$$\epsilon_y = \frac{\frac{-\Delta y}{2} + \frac{-\Delta y}{2}}{L_y} = \frac{-\Delta y}{L_y}$$

الاشارة سالبة لانك تعمل بالقانون

$$\text{Poissions Ration } \nu = \frac{-\epsilon_y}{\epsilon_x}$$

الحالة الثانية : شد بسبب قوة ضغط Compression

$$\epsilon_x = \frac{\frac{-\Delta x}{2} + \frac{-\Delta x}{2}}{L_x} = \frac{-\Delta x}{L_x}$$

$$\epsilon_y = \frac{\frac{+\Delta y}{2} + \frac{+\Delta y}{2}}{L_y} = +\frac{\Delta y}{L_y}$$

الاشارة سالبة لانك تعمل بالقانون

$$\text{Poissons Ration } \nu = -\frac{\epsilon_y}{\epsilon_x}$$

(3) Poisson's Ratio

Hook's Law

قوانين هوك

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu\frac{\sigma_y}{E} - \nu\frac{\sigma_z}{E} \quad \text{---} \quad (1)$$

$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \nu\frac{\sigma_x}{E} - \nu\frac{\sigma_z}{E} \quad \text{---} \quad (2)$$

$$\epsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \nu\frac{\sigma_x}{E} - \nu\frac{\sigma_y}{E} \quad \text{---} \quad (3)$$

$$\boxed{E = 2G(1+\nu)} \quad \text{---} \quad (4)$$

G: Modulus of Rigidity N/mm^2

E: Modulus of Elasticity N/mm^2

ν :- Poisson Ratio

لقد كانت فحوصات مختبرية وبحوث علمية بينت ان لكل مادة لها مختلفة بعض الشيء تدعى Poissions Ratio

ν for concrete = (from 0.1 - 0.16)

ν for steel = 0.25

ν for Aluminum = 0.333

ν for Rubber = 0.5

ملاحظة : يمكننا تحديد نوعية المادة من معرفة قيمة ν

(٧) Poisson's Ratio

Example what material must be used in producting a cube having no change in it's volume if it was subjucted to a uniform Pressure.

ما هي نوعية المادة لصناعة مكعب لا يحصل فيه تغير بالحجم عند تسليط ضغط موزع منتظم عليه ؟

الجواب : لغرض الاجابة عن هذا النوع من الاسئلة يجب منهم السؤال اولاً فكل كلمة هي تعني شيئ لذلك من المهم معرفة جيدة باللغة الانكليزية لكل كلمة .

١- المطلوب نوع المادة (material) ويمكننا معرفة نوعية المادة اذا علمنا مقدار قيمة ν (Poission Ratio) وهناك جدول ثابت لهذه الاقيام والمواد

٢- كلمة مكعب (cube) ، اذا الابعاد متساوية

٣- عبارة "no chang in its volume" تعني ان

$$\text{Zero} = \epsilon y = \epsilon y = \epsilon x$$

٤- عبارة "Uniform Pressure" تعني ان

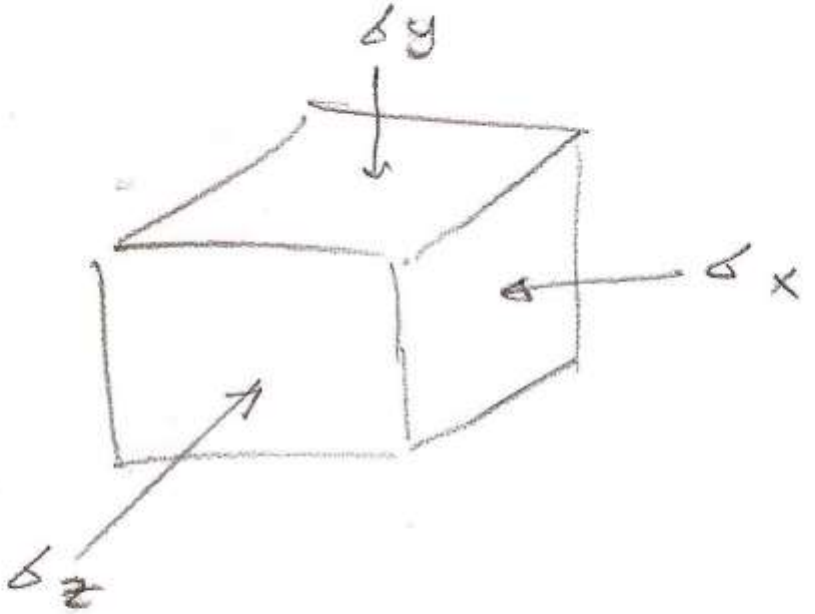
$$\sigma = \sigma z = \sigma y = \sigma x$$

٥- نطبق اي قانون من القوانين الثلاثة وكما يلي :

$$\epsilon x = \frac{\sigma x}{E} - \nu \frac{\sigma y}{E} - \nu \frac{\sigma z}{E} \quad \text{---} \quad (1)$$

(5) Poisson's Ratio

الشكل المعطى بالسؤال كما يلي :-



∴ لان القوى المسلطة هي Compressive لذلك تضع الاشارة سالبة

$$\epsilon x = \frac{-\sigma x}{E} - \nu \frac{-\sigma y}{E} - \nu \frac{-\sigma z}{E}$$

$$0 = \frac{-\sigma}{E} - \nu \frac{-\sigma}{E} - \nu \frac{-\sigma}{E}$$

$$0 = -\frac{\sigma}{E} + \nu \frac{\sigma}{E} + \nu \frac{\sigma}{E}$$

$$0 = -\frac{\sigma}{E} - 2\nu \frac{\sigma}{E}$$

اما $\frac{\sigma}{E} = 0$

$$0 = -\frac{\sigma}{E}(1 - 2\nu)$$

او $1 - 2\nu = 0$

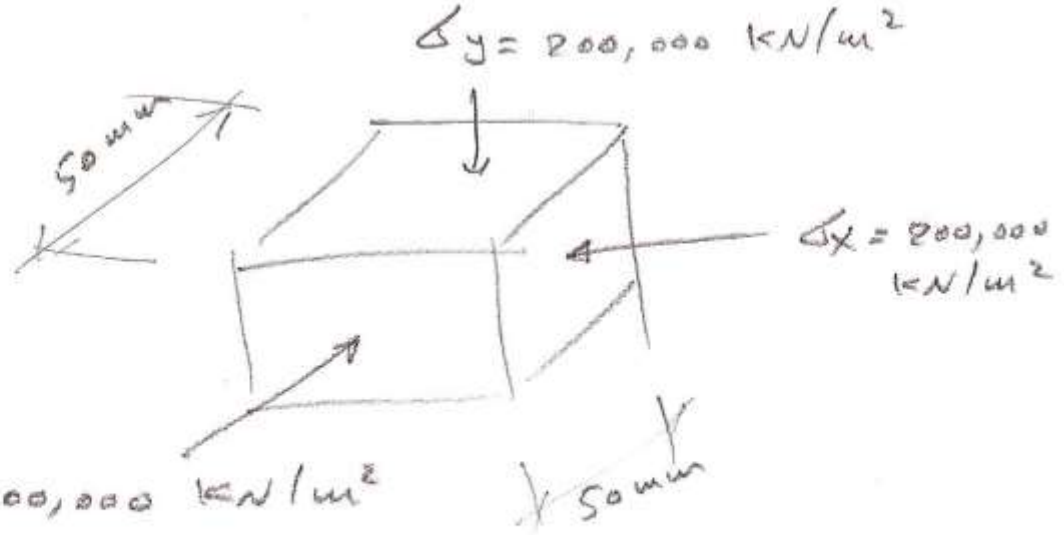
$$1 - 2\nu = 0 \Longrightarrow 1 = 2\nu \Longrightarrow \nu = \frac{1}{2}$$

بالرجوع الى الجدول اعلاه نجد ان المادة هي Rubber

(6) Poisson's Ratio

Example A 50 mm steel cube is subjected to a uniform pressure of 200,000 kN/m^2, acting on all faces. Determine the change in dimension between the two parrallel faces of cube

$E = 2 * 10^5$ MPa , $\nu = 0.25$



الحل :

١- لاحظ ان الضغط المؤثر على المكعب وحداته $\frac{kN}{m^2}$ وهو ليس قوة لان القوة وحداتها kN

٢- المطلوب مقدار التغير بالابعاد بين كل وجهين متوازيين متقابلين لذلك فان المطلوب هو Δ

٣- لان مقدار الضغط المسلط متساوي لجميع الاوجه وهو $200,000 \frac{kN}{m^2}$ وابعاد المكعب متساوية وهي 50 mm لذلك فان $\Delta z = \Delta y = \Delta x$

(7) Poissons Ratio

٤. لذلك سنستخدم فانون واحد لكل واحدة ، ونطبقه على جميع الجهات

$$\epsilon_x = \frac{\Delta x}{L}$$

٥- المطلوب Δx

٦- $L = 50\ mm$

٧- نطبق فانون هوك رقم (١)

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu\frac{\sigma_y}{E} - \nu\frac{\sigma_z}{E}$$

٨- ان قيمة $E = 2 * 10^5\ MPa\left(\frac{N}{mm^2}\right)$ لذلك يجب تحويل وحدات الضغط من $\frac{KN}{m^2}$ الى $\frac{N}{mm^2}$ لتوحيدها وكما يلي :

$$200,000\ \frac{1KN}{m^2} * \frac{1000\ N}{(1000\ mm * 1000\ mm)}$$

$$\therefore 200,000\ \frac{KN}{m^2} = 200\ \frac{N}{mm^2}$$

٩- قيمة $\nu = 0.25$ معطاة بالسؤال

١٠- التعويض على اتجاه الضغط وهو Compression اي اشارة سالبة

$$\epsilon_x = \frac{-200}{2*10^5} - 0.25\frac{-200}{2*10^5} - 0.25\frac{-200}{2*10^5}$$

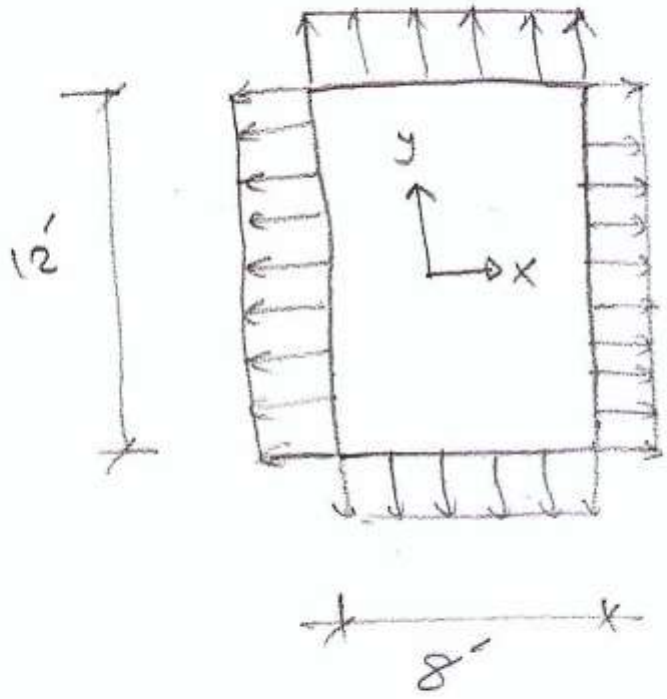
$$\epsilon_x = -5*10^{-4}$$

$$\epsilon_x = \frac{\Delta x}{L} = \frac{\Delta x}{50\ mm} = -5*10^{-4} \Rightarrow \Delta x = -0.025\ mm$$

(8) Poisson's Ratio

Example:- An 8 ft by 12 ft, and 0.5 inch thick steel plate, subjucted to uniform distributed load P_x in the x-direction and P_y in the y-direction. IF the total change in length from the unstressed condition in the x-direction is +0.0768 inch and in the y-direction is +0.0864 inch, what are P_x and P_y in Kips per foot?

$E = 30 * 10^6$ psi and $G = 12 * 10^6$ psi.



(9) Poisson's Ratio

الاحظ ان:

١. لاحظ ان الابعاد للبليت معطاة بالقدم لذلك يجب تحويلها الى انچ

٢. العبء باتجاه الـ y تحولت من البعد باتجاه الـ x لذلك يجب تطبيق المعادلتين ① و ②

٣. لان المعدن المستخدم هو حديد لذلك سنستنتج ان $\nu = 0.25$ وحسب الجدول او حسابه من المعادلة ④ $E = 2G(1+\nu)$

٤. نلاحظ هنا وجود قوة مسلطة وليس ضغط

٥. القوة مسلطة باتجاهين فقط x ، y ، لذلك فلا يوجد اجهاد باتجاه الـ z اي ان $\sigma_z = \text{Zero}$

٦. تطبيق معادلة رقم ①

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu\frac{\sigma_y}{E} - \nu\frac{\sigma_z}{E}$$ ($\sigma_z = 0$)

$$\frac{0.0768}{8(\text{foot}) * 12\ \text{inch}} = \frac{\sigma_x}{30*10^6} - 0.25\frac{\sigma_y}{30*10^6} \quad \text{---} \ (A)$$

(12 للتحويل)

$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \nu\frac{\sigma_x}{E}$$

$$\frac{0.0864}{12' * 12\ \text{inch}} = \frac{\sigma_y}{30*10^6} - 0.25\frac{\sigma_x}{30*10^6} \quad \text{---} \ (B)$$

Solve (A) and (B) to find:-

$\sigma_x = 30400$ Psi and $\sigma_y = 25600$ Psi

$$\sigma_x = \frac{P_x}{A} \Rightarrow 30400 = \frac{P_x}{(12*12)*0.5} \Rightarrow P_x =$$

$$\sigma_y = \frac{P_y}{A} \Rightarrow 25600 = \frac{P_y}{(8*12)*0.5} \Rightarrow P_y =$$