

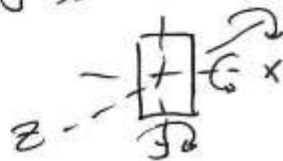
d

① Moment of Inertia
عزم القصور الذاتي

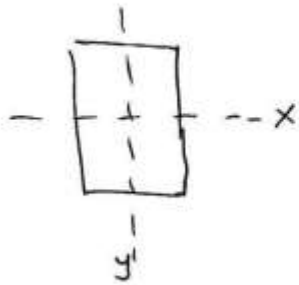
سأ ماعنى Inertia باللغة العربية ؟
ع / اذا كان الشئ لا يعجل وكسول يعلق عليه
inert اي غير فعال ، جامد ، كسلان ، عاجز
وهو عدم القدرة على العمل او تحمل أعباء العمل
والصفة هي inertness .

اما بالنسبة للاعضاء الانسانية elements
التي لا تؤثر عليها اي فعل او قوة (load)
ولا تتحمل اي احمال فتتسلخ فاملة inertia
وهو القصور في تحمل اي ضغط او load لكن يجب
ان تكون متوازنة ومستقرة بحيث لا تتأثر بالجاذبية
الارضية .

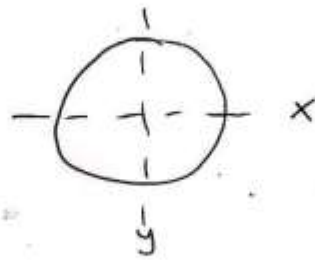
سأ ماعنى عزم القصور الذاتي ؟
ع / وهو العزم الذي يتولد نتيجة عدم توازن واستقرار
العضو الانساني هتأ لو لم يؤثر عليه اي قوة خارجية
والتأثير الرئيسي هو الجاذبية الارضية لذلك من الضروري
ان يدور بعزم لكي يستقر حول مركز الثقل
Center of gravity ، وان دورانه غير محدد باتجاهه
محدد ودرجتيه حول محور ال X او محور Y او محور Z



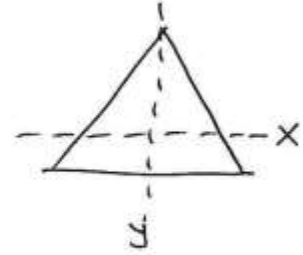
② structure element ۱۱ مابعد ۱۰



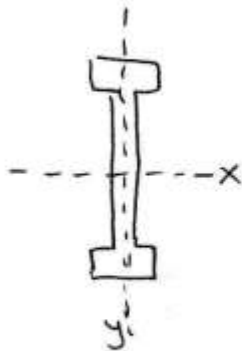
Rectangular



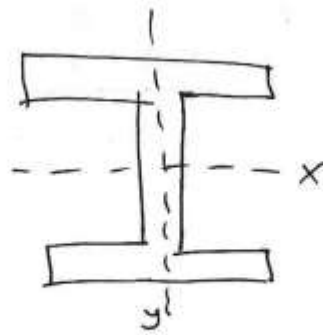
circle



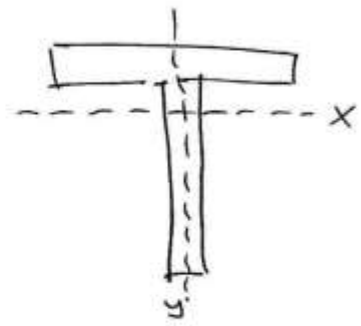
Triangle



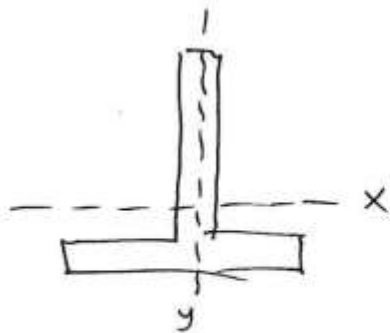
I-beam



wide flange



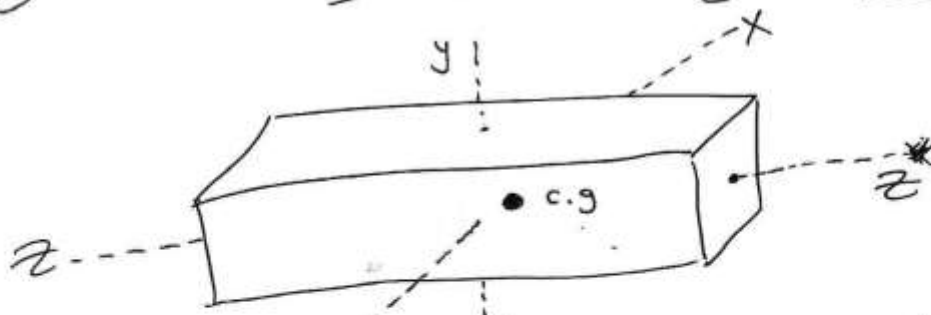
T-section



Inverted T-section

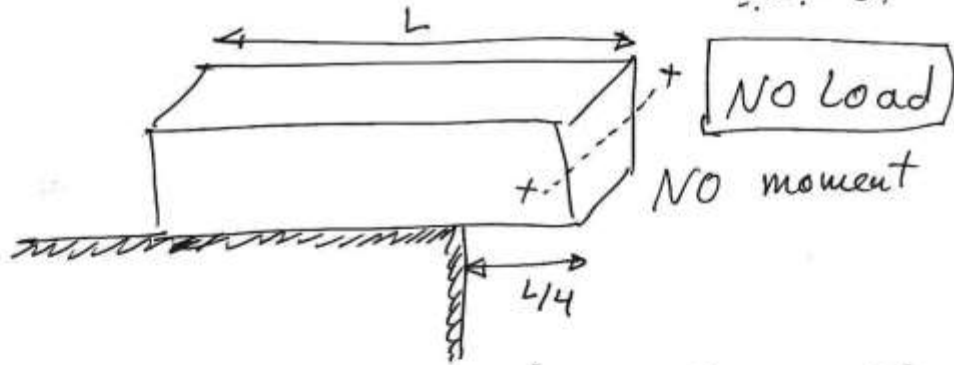
3

سؤال حول تأثير عزز المقصور الذاتي

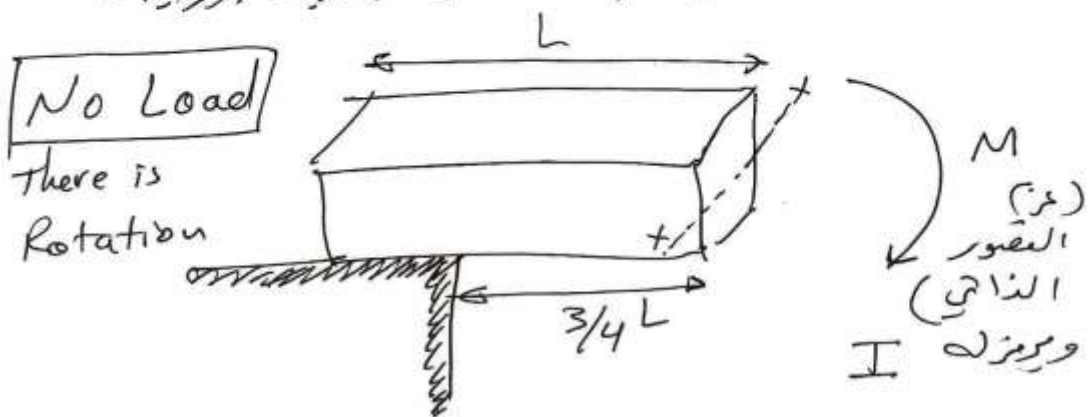


ان مركز ثقل هذا العنصر الثاني يكون في منتصف اعاده الثلاثة - ثلثه وثلثه من حده بحيث ان مركز ثقله يقع في الجرافيكه سوف لن يسقط او ينقلب بعقل الجاذبية

Center of gravity

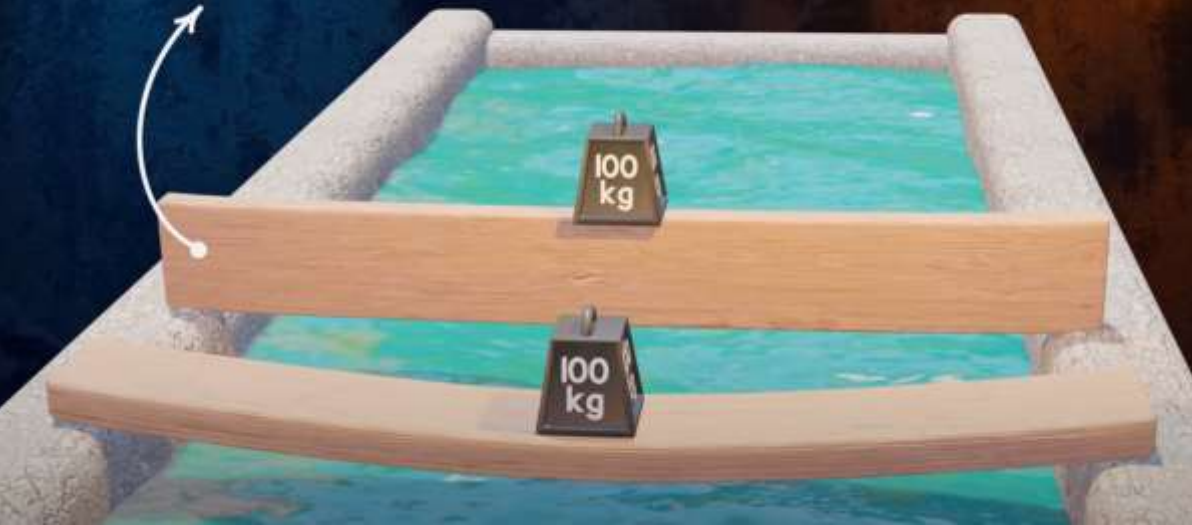


لكنه سوف تنقلب دوراناً حول محور ال ~~X~~ بمجرد ان يتم تركيبه حول مكانه حتى لا يستقر حيث لا تؤثر عليه الجاذبية الارضية

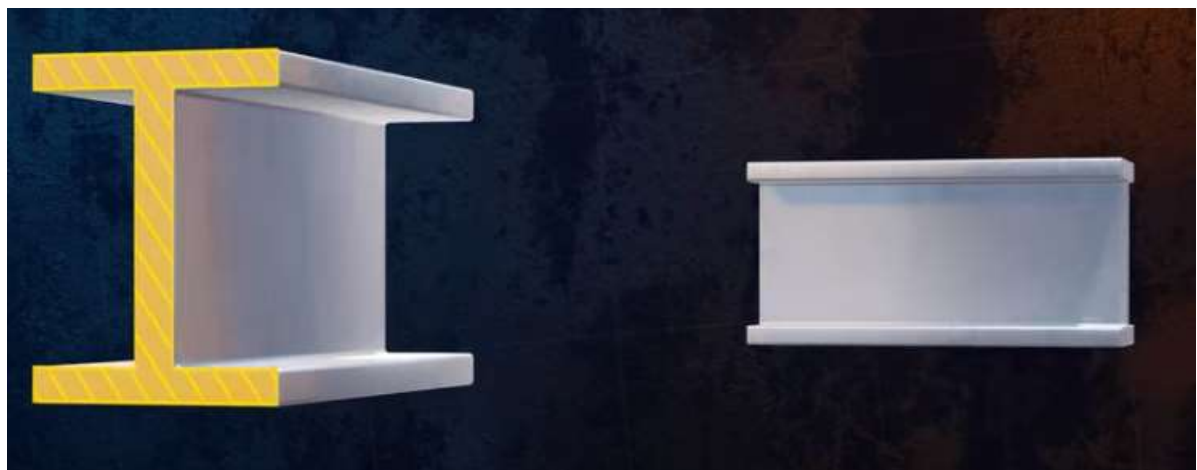
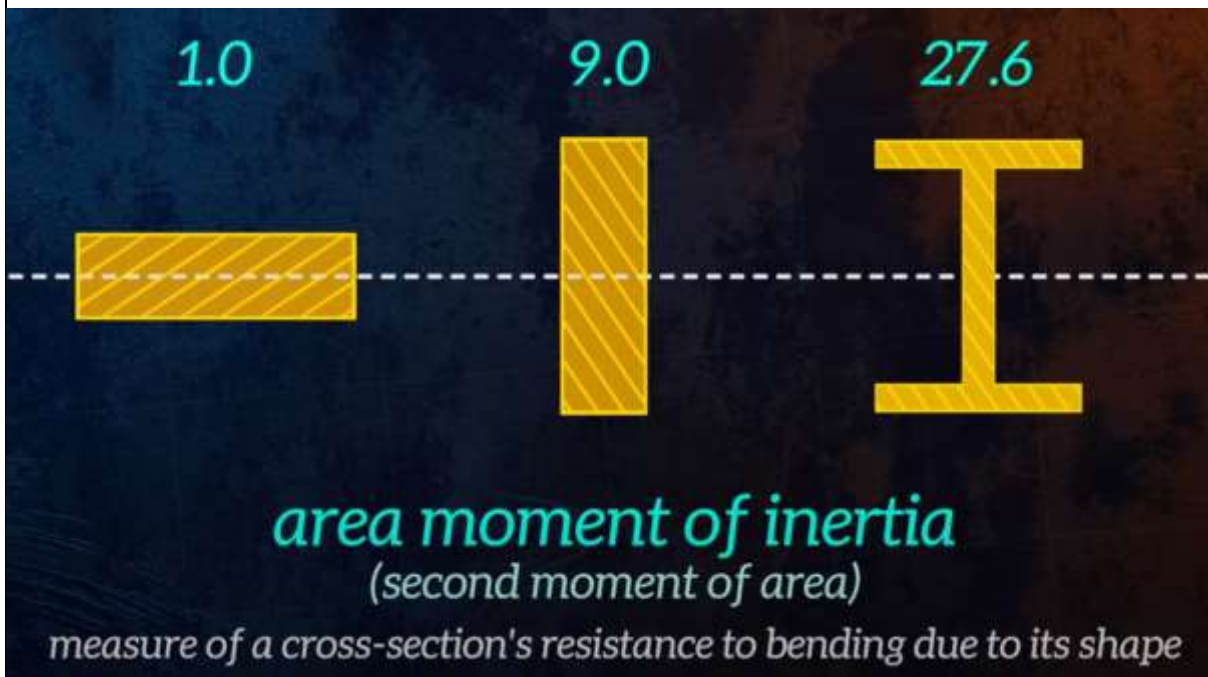
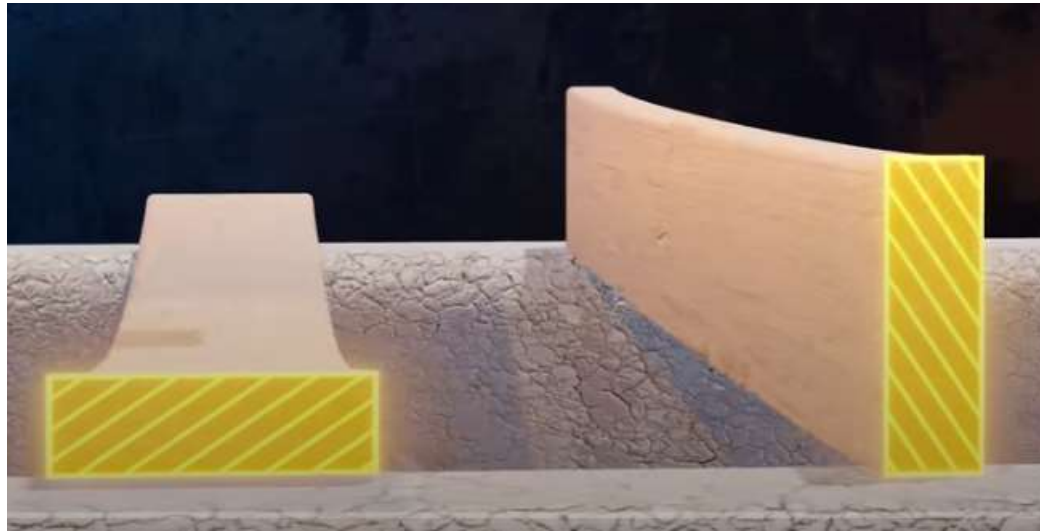




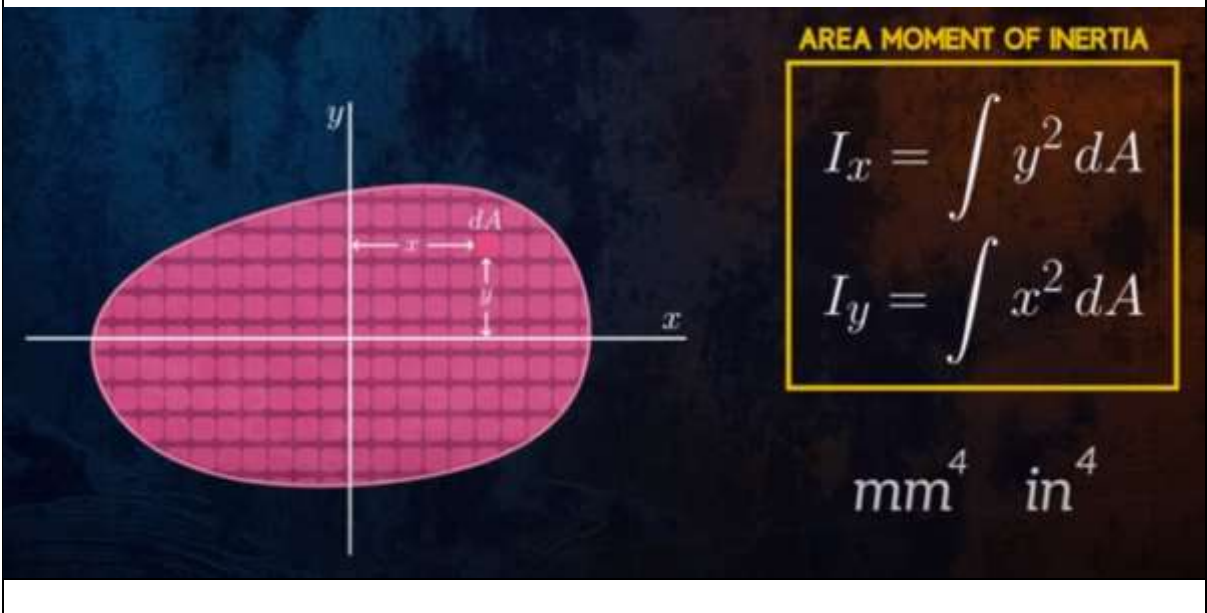
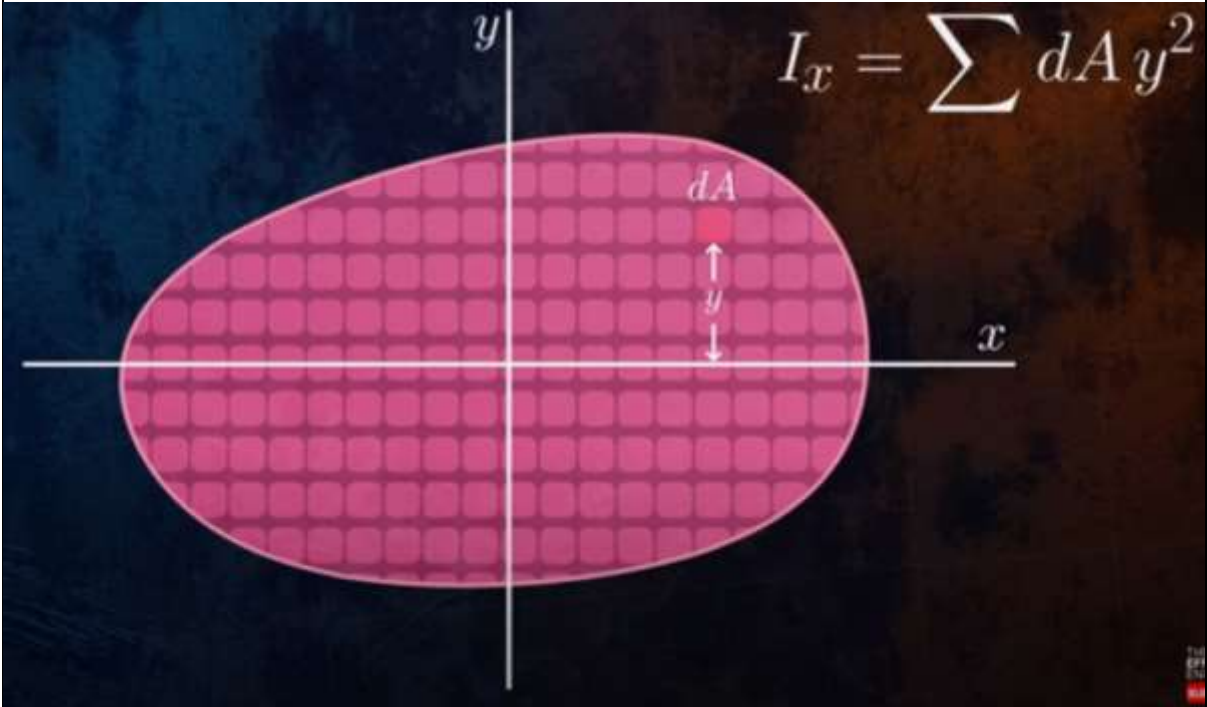
better able to resist bending



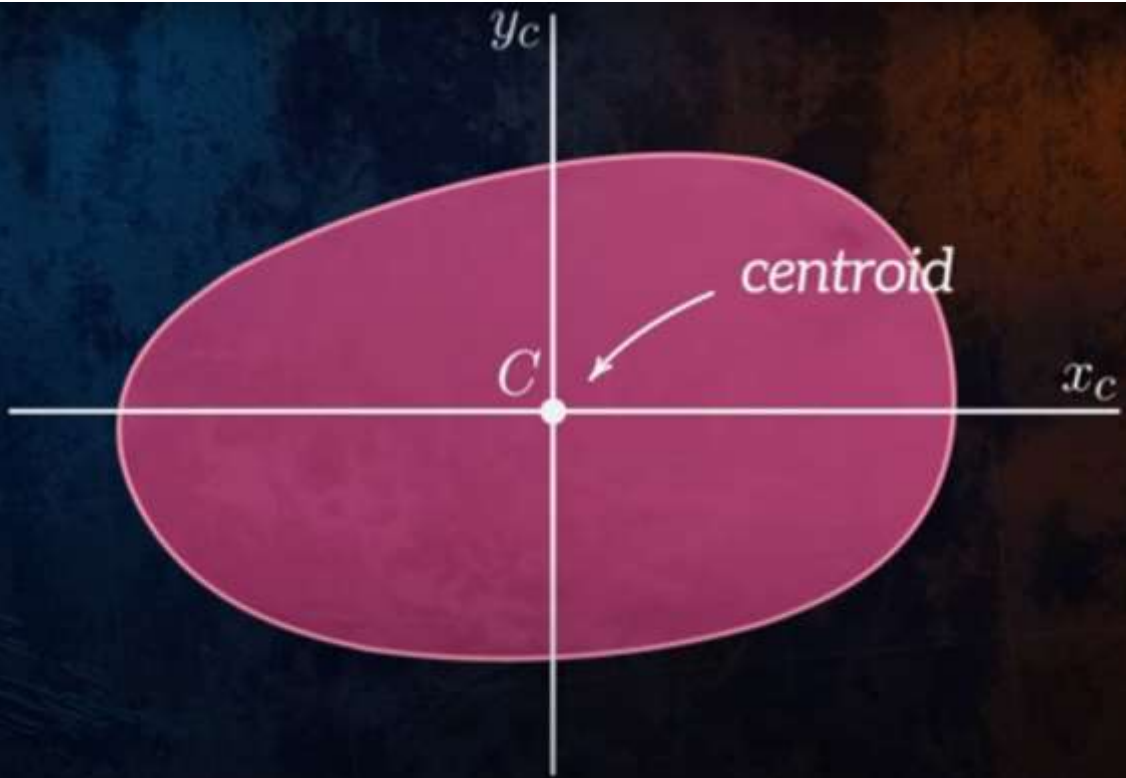
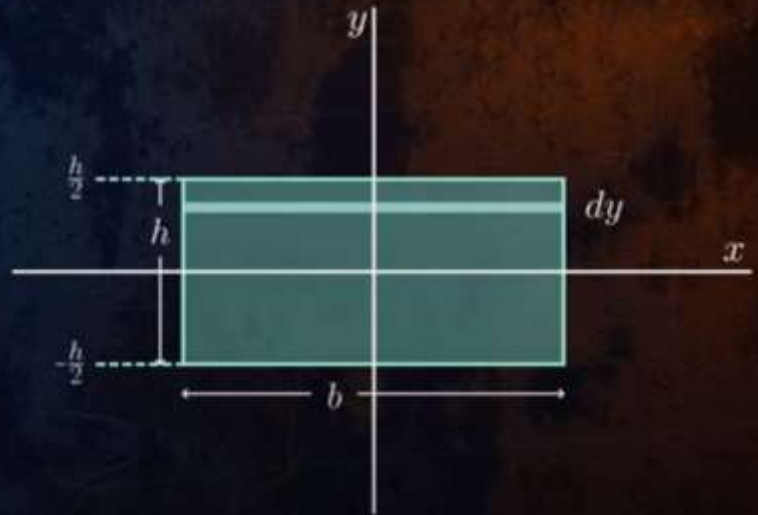
تلاحظ ان حساب عزم القصور الذاتي له علاقة قوية بحساب الاجهادات على ذلك المقطع وهل تسبب تلك الاجهادات انحناء او هطول عند تسليط جهد معين على ذلك المقطع. لذلك نحن نبحث عن المقطع المثالي لقوة معينة او اجهاد معين حتى نوفر المال من جهة ونمنع الفشل في العضو الانشائي من جهة اخرى.



لكونه ذات كفاءة عالية لذلك يستخدم بالبناء

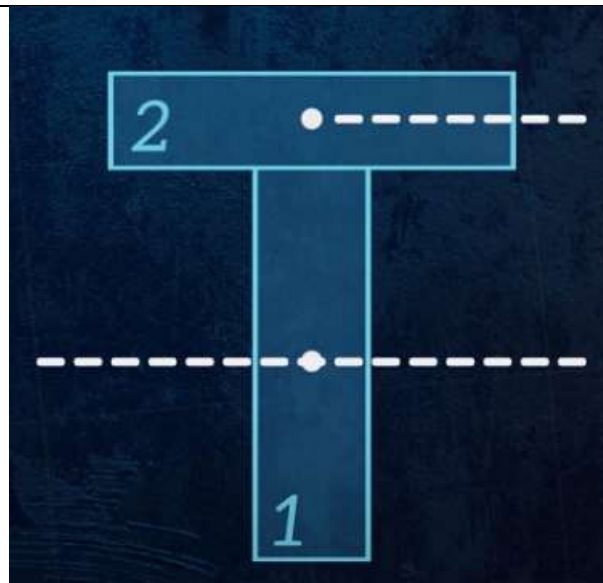
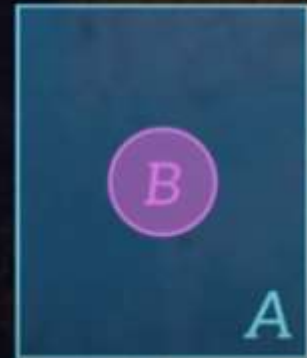


$$I_x = \frac{bh^3}{12} \quad I_y = \frac{b^3h}{12}$$



adding and subtracting area moments of inertia

$$I = I_A - I_B$$



AREA

moment of inertia

$$I = \int y^2 dA$$

mm⁴

MASS

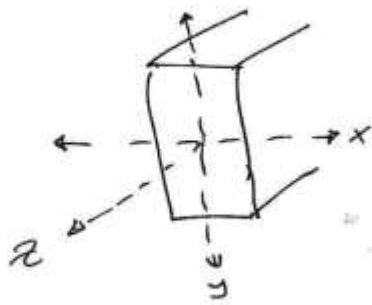
moment of inertia

$$I = \int r^2 dm$$

kg m²

(4)

القوانين المطلوبة لتطبيق حساب الـ I



- طالما هناك ثلاثة محاور لذلك

هناك I_x, I_y, I_z

رئيسياتنا حاليا سنفرغ

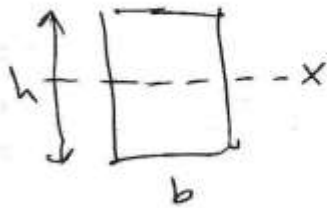
نقطة I_x لذلك سنحفر

النسبة فقط I

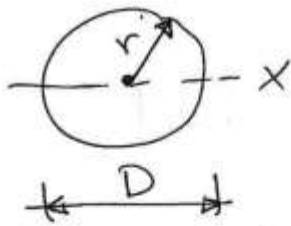
- لكن هندسة يجب ان نحدد نوع الـ I

- ان حساب مركز القصور الذاتي يكون بدوران المقطع حول الـ C.G.
للجسم

مثال 1



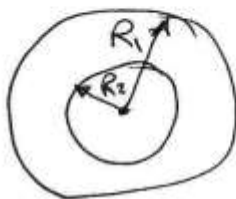
$$I = \frac{bh^3}{12}$$



$$I = \frac{\pi}{4} r^4 \quad \text{or}$$

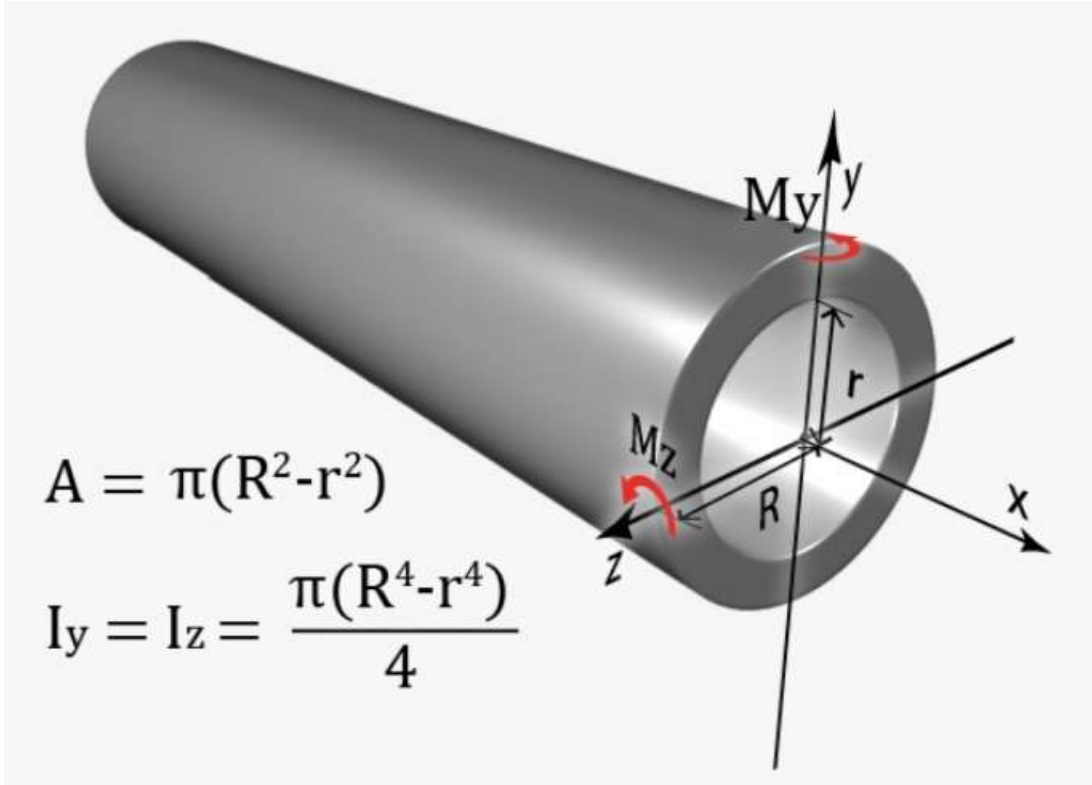
$$I = \frac{\pi}{64} D^4$$

where:- $r = \text{radius}$
 $D = \text{Diameter}$



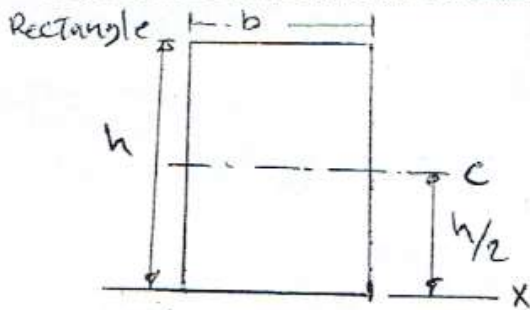
$$I = \frac{\pi}{4} (R_1^4 - R_2^4) \quad \text{or}$$

$$I = \frac{\pi}{64} (D_1^4 - D_2^4)$$



Geometric area

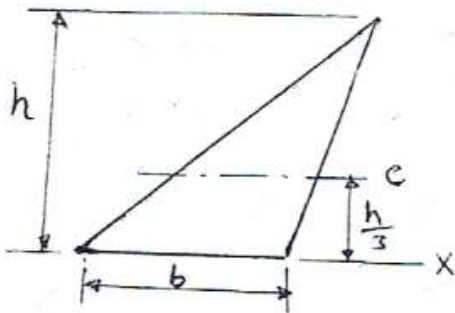
Moment of Inertia



$$I_c = \frac{bh^3}{12}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{3}$$

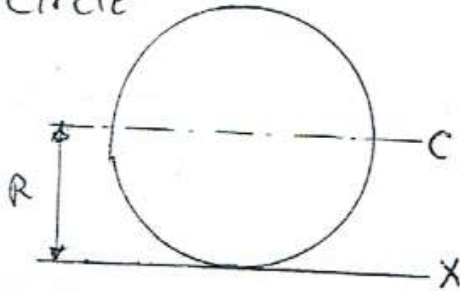
Any triangle



$$I_c = \frac{bh^3}{36}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12}$$

Circle



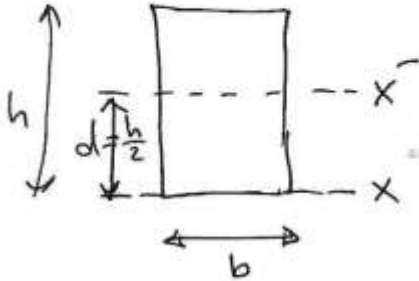
$$I_c = \frac{\pi R^4}{4}$$

$$I_x = \frac{5\pi R^4}{4}$$

5

ماترون تحويل الـ I من محور الـ محور موازي

مثال



$$I_{\bar{x}} = \frac{bh^3}{12}$$

لمعرفة ماهي قيمة الـ I حول محور x كما يلي:

$$\left[I_x = \frac{bh^3}{12} + Ad^2 \right] \longrightarrow \text{ماترون}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12} + \left[(b \cdot h) \cdot \left(\frac{h}{2} \right)^2 \right]$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12} + \left[b \cdot h \cdot \frac{h^2}{4} \right]$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12} + \frac{bh^3}{4}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12} + \frac{3}{3} \cdot \frac{bh^3}{4}$$

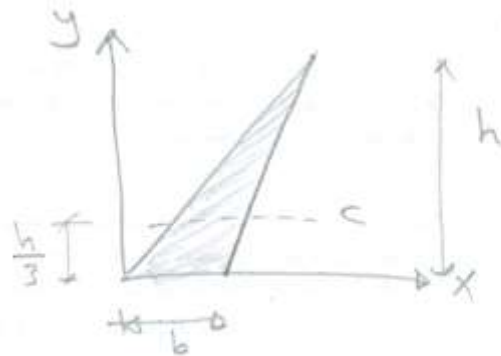
$$I_x = \frac{4bh^3}{12}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{3}$$

$$\bar{I} = I + Ad^2$$

صحت d هي المسافة
من منتصف المسافة
الـ المحاور القطريين أو
Reference line

② Example Find I_x



$$\therefore I_c = \frac{bh^3}{36}$$

$$\therefore I_x = \frac{bh^3}{36} + Ad^2$$

$$= \frac{bh^3}{36} + \left[\left(\frac{1}{2} * b * h \right) * \left(\frac{h}{3} \right)^2 \right]$$

$$= \frac{bh^3}{36} + \left[\frac{1}{18} * b * h^3 \right]$$

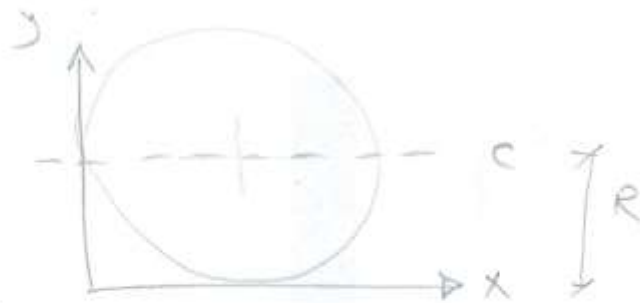
$$= \frac{bh^3 + 2bh^3}{36}$$

$$= \frac{3bh^3}{36}$$

$$= \frac{bh^3}{12}$$

③ Example: find I_x

$$I_c = \frac{\pi R^4}{4}$$



$$I_x = \frac{\pi R^4}{4} + Ad^2$$

$$= \frac{\pi R^4}{4} + (\pi R^2 * R^2)$$

$$= \frac{\pi R^4}{4} + \frac{4(\pi R^2 * R^2)}{4}$$

$$= \frac{\pi R^4 + 4\pi R^4}{4}$$

$$I_x = \frac{5\pi R^4}{4}$$

(4)

X Compute the moment of Inertia of the Composite area shown in fig. about the X-axis.

Solution For Area A

$$I_x = I_c + A d^2$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12} + (100 \times 150)(75)^2$$

$$I_x = \frac{100 \times (150)^3}{12} + (100 \times 150)(75)^2$$

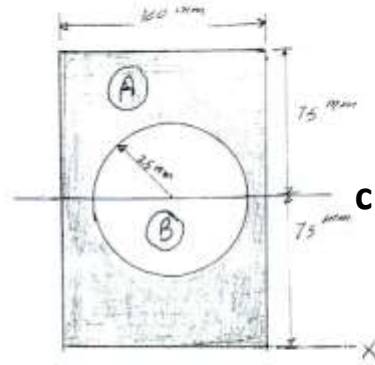
$$I_x = 112.5 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

For Area B

$$I_x = I_c + A d^2$$

$$= \frac{1}{4} \pi (25)^4 + \pi (25)^2 (75)^2 = 11.4 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_x = 112.5 \times 10^6 - 11.4 \times 10^6$$
$$= 101 \times 10^6 \text{ mm}^4$$



مكتبة الطالب
داخل كلية الهندسة

٩٧

Ex Compute the moment of Inertia of the beam's cross sectional area shown in fig. about the X-axis and Y-axis.

Solution

For Rectangle A

$$I_x = \frac{100 \times 300^3}{12} + (100 \times 300)(200)^2$$

$$I_x = 1.425 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

$$I_y = \frac{300 \times 100^3}{12} + (300 \times 100)(250)^2$$

$$= 1.9 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

Rectangle B

$$I_x = \frac{600 \times 100^3}{12} = 0.05 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

$$I_y = \frac{100 \times 600^3}{12} = 1.8 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

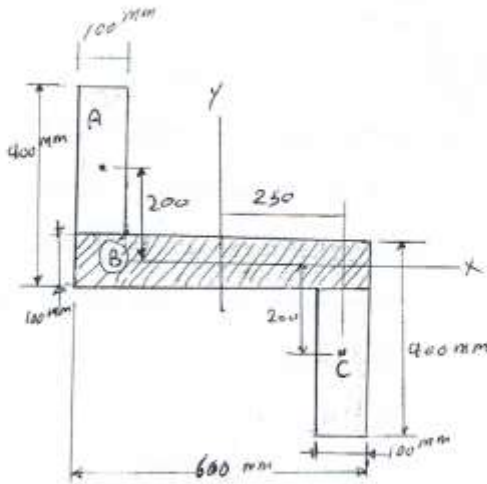
Rectangle C

$$I_x = \frac{100 \times 300^3}{12} + (100 \times 300)(200)^2 = 1.425 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

$$I_y = \frac{300 \times 100^3}{12} + (100 \times 300)(250)^2 = 1.9 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

$$I_x = 1.425 \times 10^9 + 0.05 \times 10^9 + 1.425 \times 10^9 = 2.9 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

$$I_y = 1.9 \times 10^9 + 1.8 \times 10^9 + 1.9 \times 10^9 = 5.6 \times 10^9 \text{ mm}^4$$



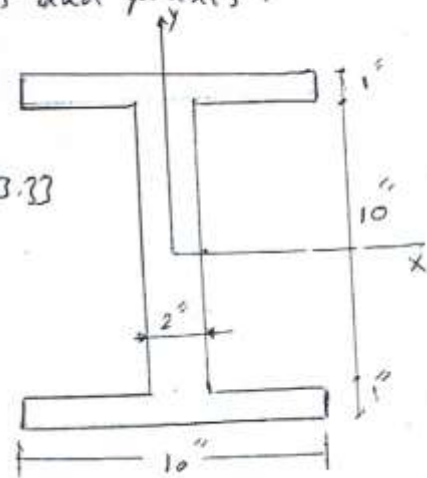
Ex Determine the moment of Inertia of the shaded Area with respect to the X-axis and Y-axis.

Solution

$$I_x = \left[\frac{2 \times 10^3}{12} \right] + \left[\frac{10 \times (1)^3}{12} + (1 \times 10)(5+0.5)^2 \right] + \left[\frac{10 \times (1)^3}{12} + (1 \times 10)(5+0.5)^2 \right] = 166.667 + 303.33 + 303.33$$

$$\bar{I}_x = 773.33 \text{ in}^4$$

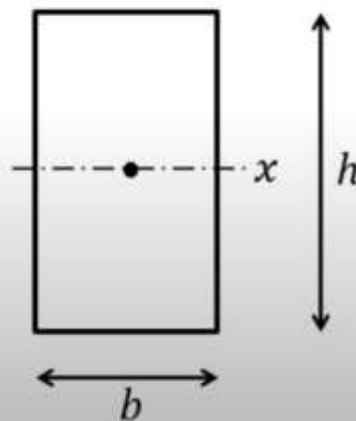
$$I_y = \frac{10 \times (2)^3}{12} + \frac{1 \times (10)^3}{12} + \frac{1 \times (10)^3}{12} = 173.33 \text{ in}^4$$



Moment of Inertia of a Rectangle

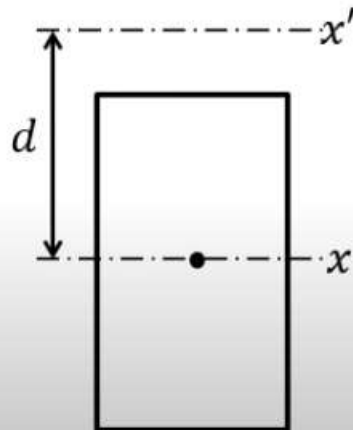
$$I_x = \frac{1}{12} b h^3$$

This equation is for an axis passing through the centroid of the rectangle



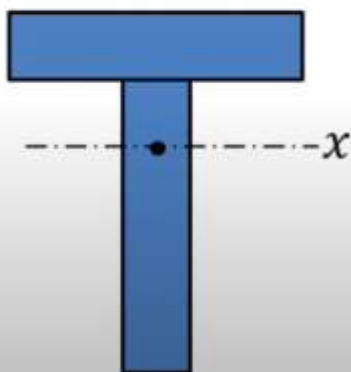
For any axis parallel to the centroidal axis,

$$I_{x'} = I_x + Ad^2$$



Compound Area

- For beam bending applications, we need the moment of inertia about the neutral axis of the cross section, which passes through the centroid of the section

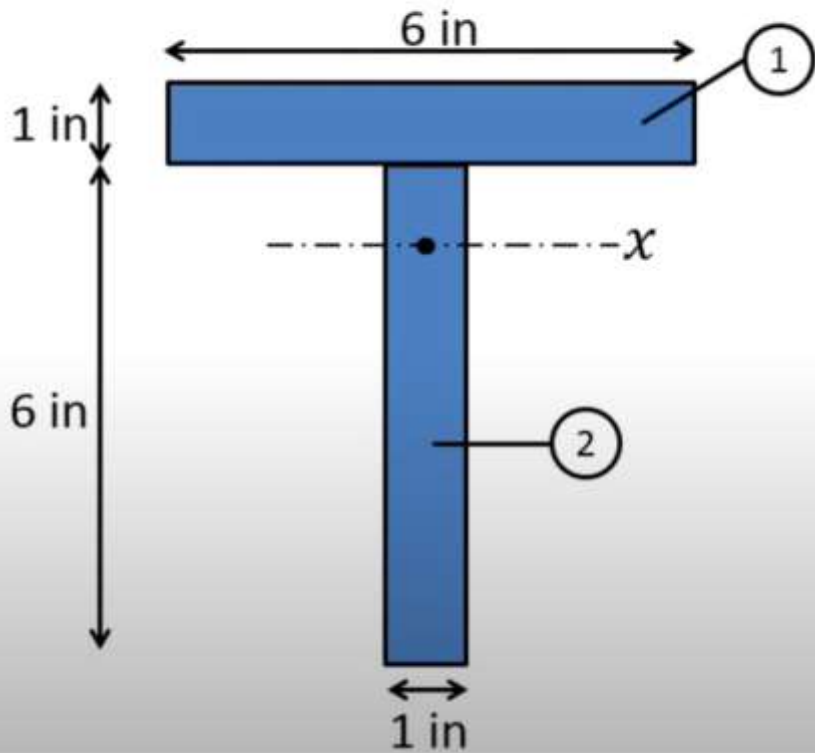


- Procedure:
 - Locate centroid
 - For each rectangular region, find I_x using parallel axis theorem
 - Sum values for all regions to find I_x for the entire section

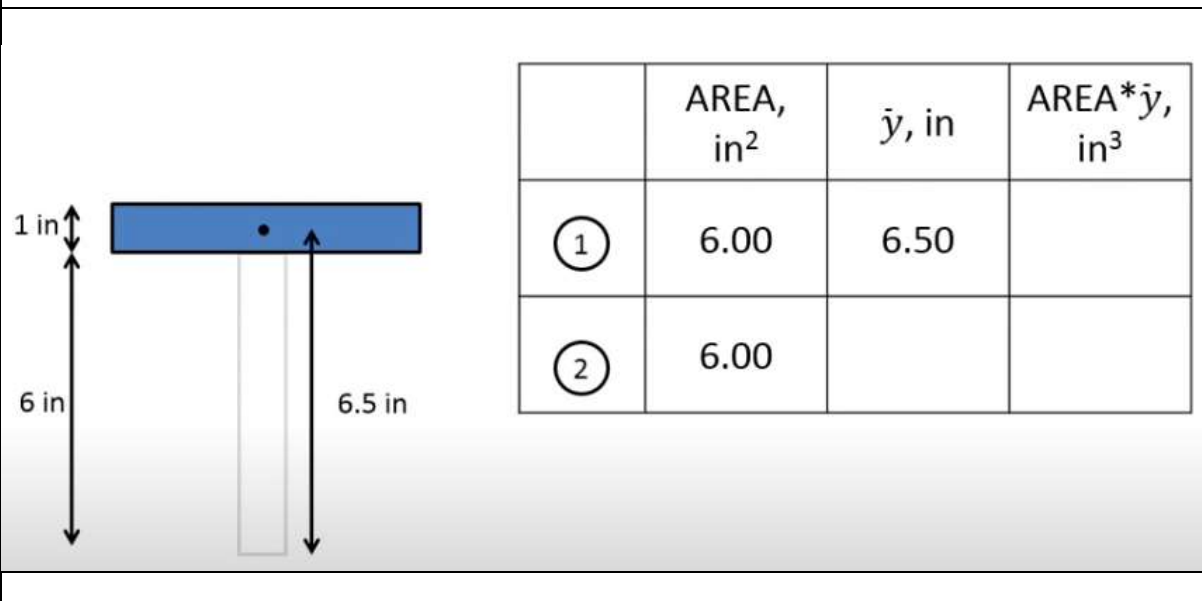
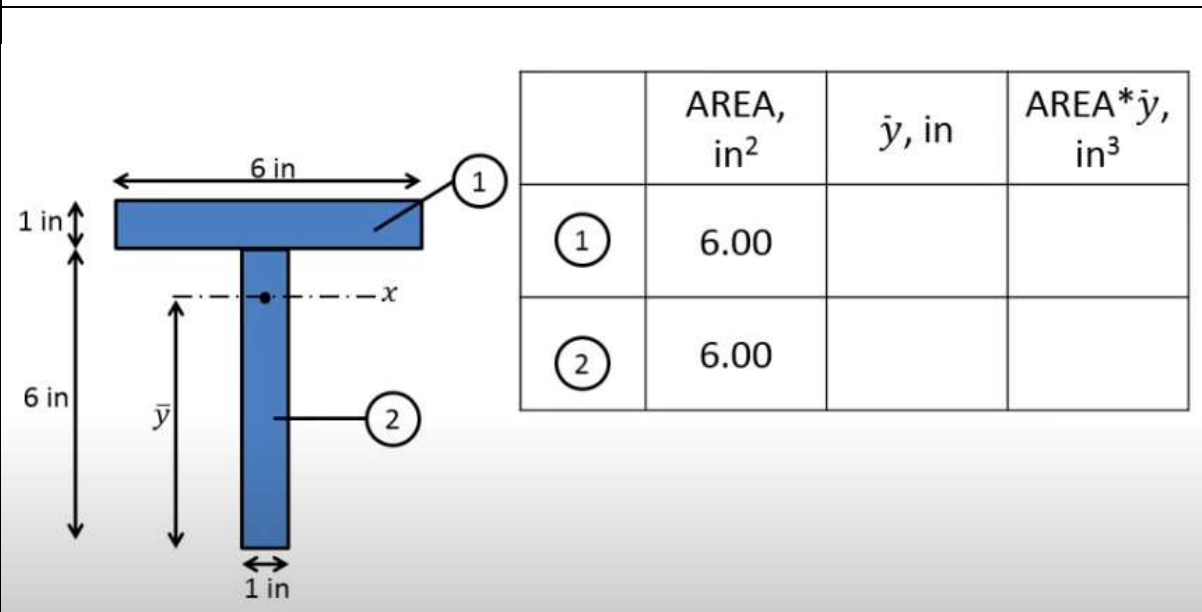
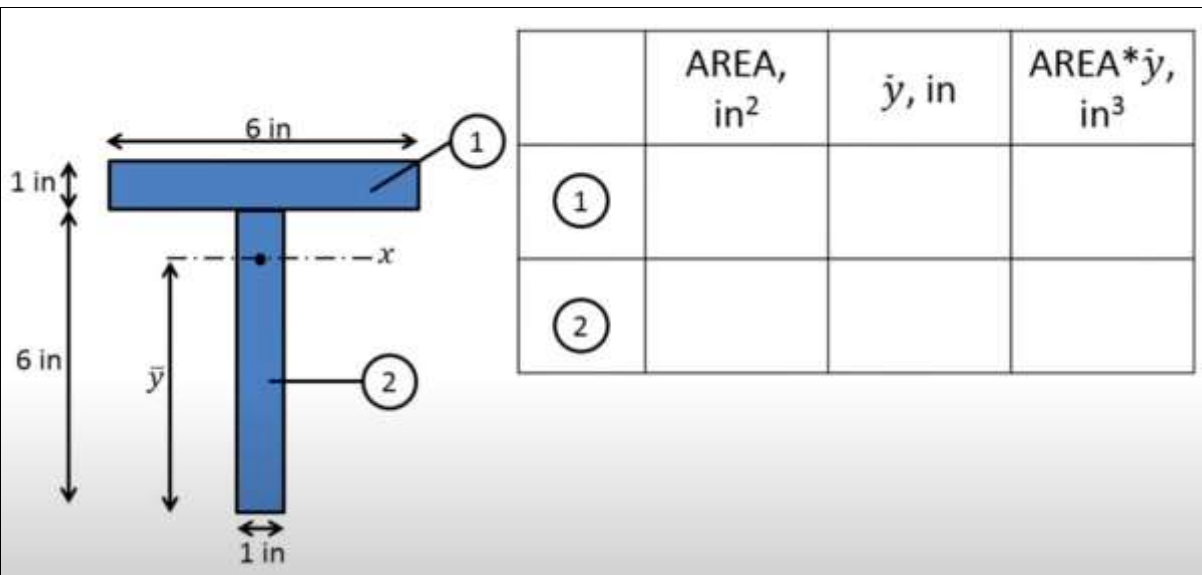
لو كان الشكل مركب ولكنه متناظر حول المحور المطلوب حساب عزم القصور الذاتي (Moment of Inertia) له فلا داعي لحساب مركز الثقل (Centroid).

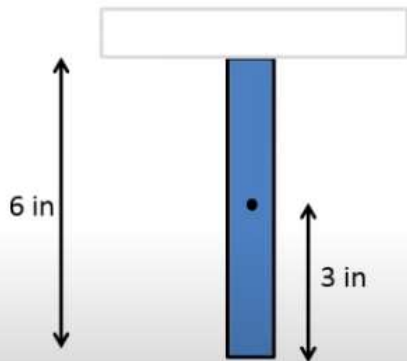
لكن هذا الشكل مركب يتكون من مستطيلين ولكنه غير متناظر حول محور X , لذلك شرط ان نحسب مركز الثقل (Centroid).

- Find I_x

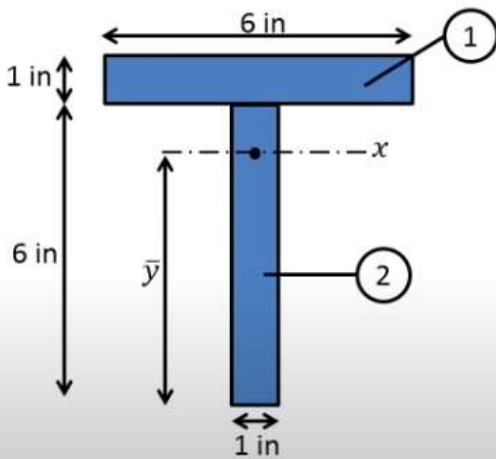


اول خطوة يجب ان نجد مركز الثقل \bar{Y} =(Centroid)



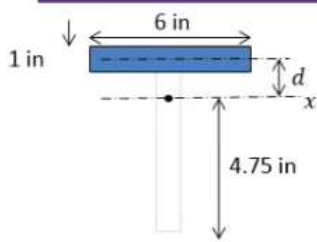


	AREA, in ²	\bar{y} , in	AREA* \bar{y} , in ³
①	6.00	6.50	
②	6.00	3.00	

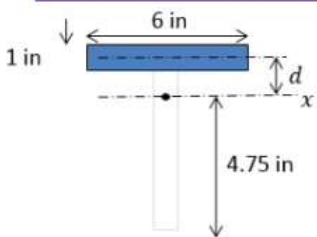


	AREA, in ²	\bar{y} , in	AREA* \bar{y} , in ³
①	6.00	6.50	39.00
②	6.00	3.00	18.00
	12.00		57.00

$$\bar{y} = \frac{57.00 \text{ in}^3}{12.00 \text{ in}^2} = 4.75 \text{ in}$$



	AREA, in ²	\bar{y} , in	AREA* \bar{y} , in ³	I_c , in ⁴	d , in	I_x , in ⁴
①	6.00	6.50	39.00			
②	6.00	3.00	18.00			

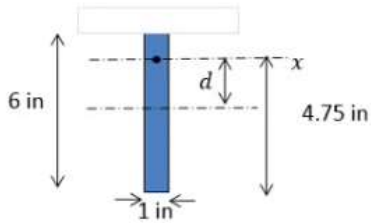


$$I_c = \frac{1}{12}bh^3 = \frac{1}{12}(6 \text{ in})(1 \text{ in})^3 = 0.500 \text{ in}^4$$

$$d = (6.50 - 4.75) = 1.75 \text{ in}$$

$$I_x = I_c + Ad^2 = 0.500 \text{ in}^4 + (6.00 \text{ in}^2)(1.75 \text{ in})^2 = 18.875 \text{ in}^4$$

	AREA, in ²	\bar{y} , in	AREA* \bar{y} , in ³	I_c , in ⁴	d , in	I_x , in ⁴
①	6.00	6.50	39.00	0.500	1.75	18.875
②	6.00	3.00	18.00			



$$I_c = \frac{1}{12}bh^3 = \frac{1}{12}(1 \text{ in})(6 \text{ in})^3 = 18.000 \text{ in}^4$$

$$d = (4.75 - 3.00) = 1.75 \text{ in}$$

$$I_x = I_c + Ad^2 = 18.000 \text{ in}^4 + (6.00 \text{ in}^2)(1.75 \text{ in})^2 = 36.375 \text{ in}^4$$

	AREA, in ²	\bar{y} , in	AREA* \bar{y} , in ³	I_c , in ⁴	d , in	I_x , in ⁴
①	6.00	6.50	39.00	0.500	1.75	18.875
②	6.00	3.00	18.00	18.00	1.75	36.375

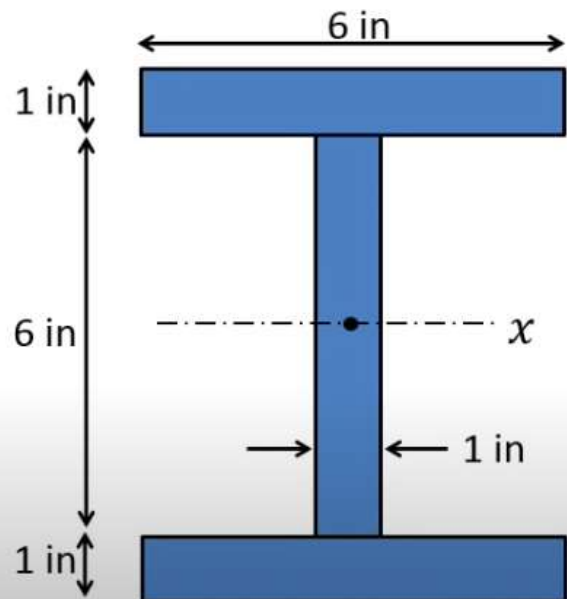
Find Moment of Inertia

	AREA, in ²	\bar{y} , in	AREA* \bar{y} , in ³	I_c , in ⁴	d , in	I_x , in ⁴
①	6.00	6.50	39.00	0.500	1.75	18.875
②	6.00	3.00	18.00	18.00	1.75	36.375

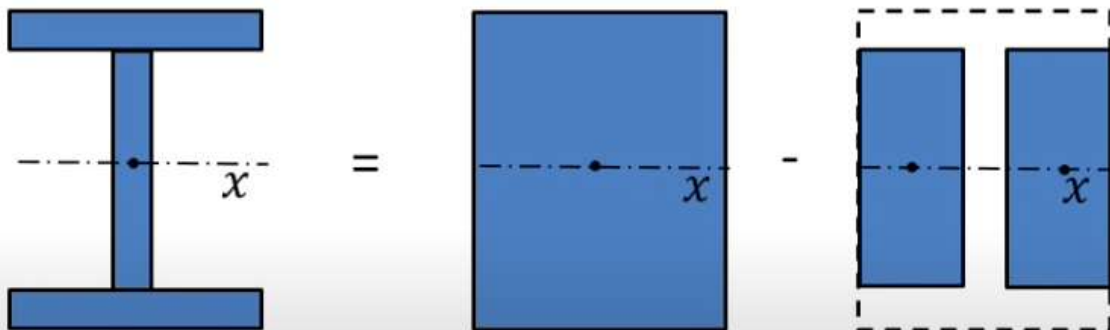
55.25

$$I_c = 55.25 \text{ in}^4$$

- Find I_x
- Since beam is symmetric (top to bottom), no need to find location of centroid



- For this shape, we can define our segments differently:



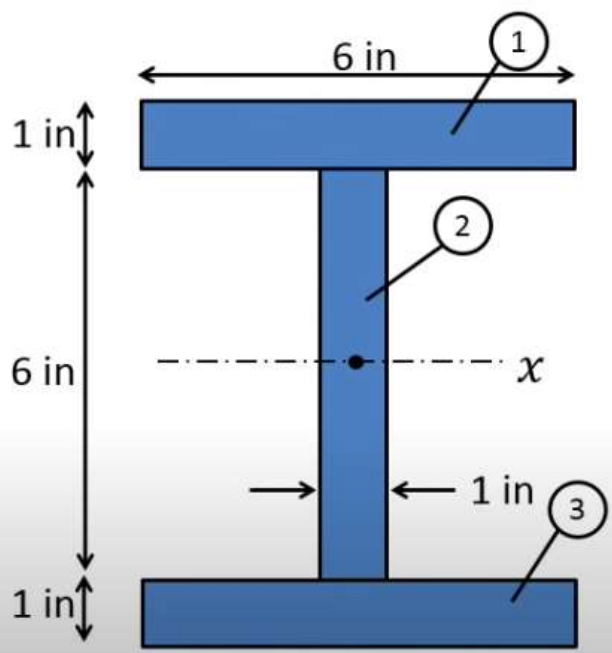
- Advantage of this approach: centroids of all segments lie on x -axis – no need to use parallel axis theorem

$$I_x = \frac{1}{12} (6 \text{ in})(8 \text{ in})^3 - 2 \left(\frac{1}{12} (2.5 \text{ in})(6 \text{ in})^3 \right)$$

$$= 256 \text{ in}^4 - 90 \text{ in}^4$$

$$I_x = 166 \text{ in}^4$$

- Repeat with first method – divide into three regions



Q6) The unit of moment of Inertia is

- ① mm
- ② cm^2
- ③ cm^3
- ④ cm^4
- ⑤ cm^5
- ⑥ cm^6

MCO2 :- The unit of second moment of Area is

- 1- in
- 2- in^2
- 3- in^3
- 4- in^4
- 5- in^5

MCO3 For the Fig 1

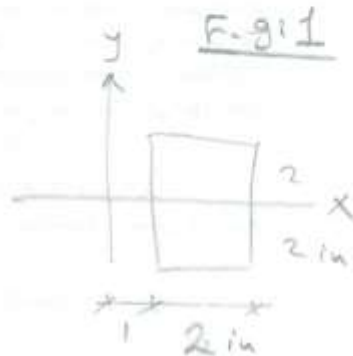
The $I_x =$

1- $\frac{2 \times 4^3}{12}$

2- $\frac{2 \times 4^3}{3}$

3- $\frac{\pi \times 4^4}{4}$

4- Not of these answers



MCO4- For the Fig 1 show the I_y is

1- 66.6 cm^4

2- 77.7 cm^4

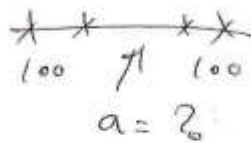
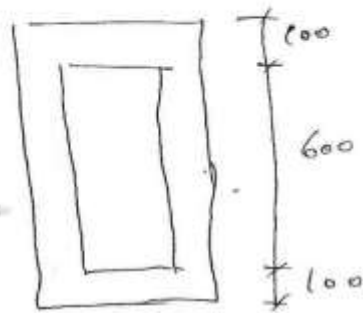
3- 80 ft^4

4- Not of these answers

Find moment of Inertia I 2
 29/2/2016

H.W
 ①

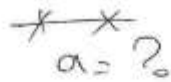
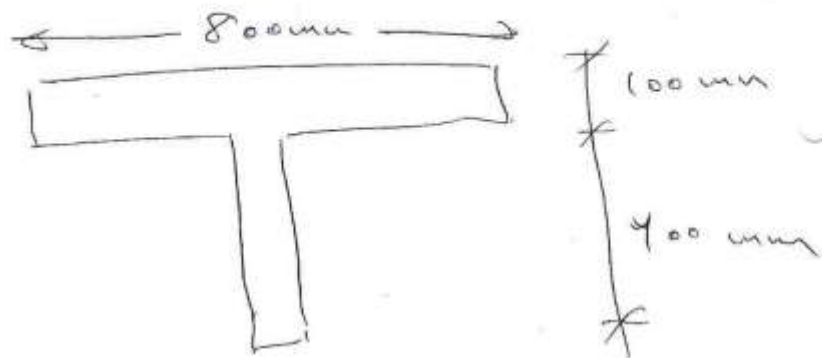
$$\frac{bh^3}{12}$$



if $a = 300 \text{ mm}$ then $I = 1.593 \times 10^9 \text{ mm}^4$

Find \bar{y}

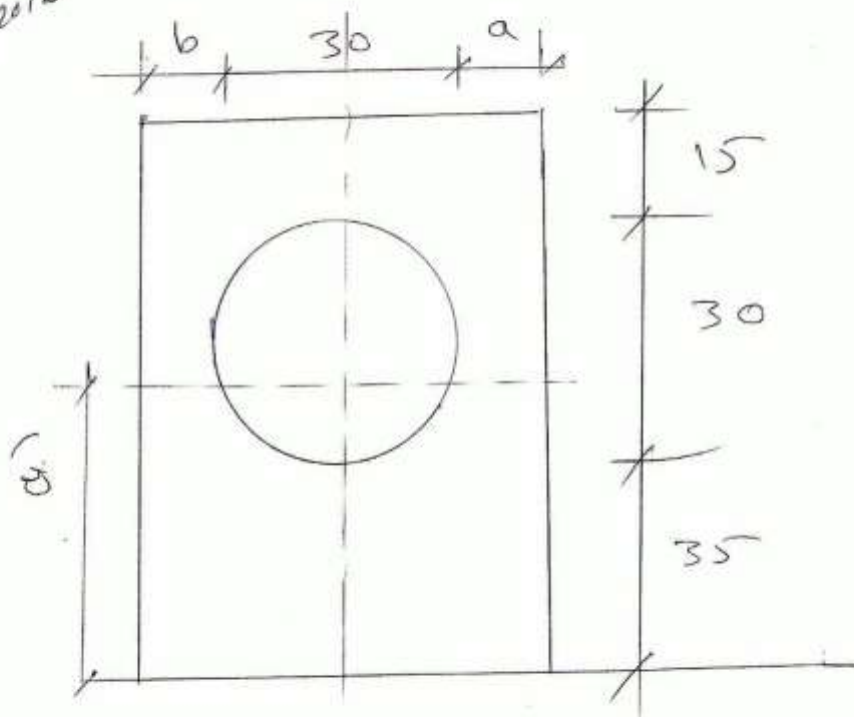
H.W
 2



if $a = 200 \text{ mm}$ then $\bar{y} = 325 \text{ mm}$

Determine the moment of Inertia of the area shown below around a horizontal axis passing through centroid (all dimensions are in mm).

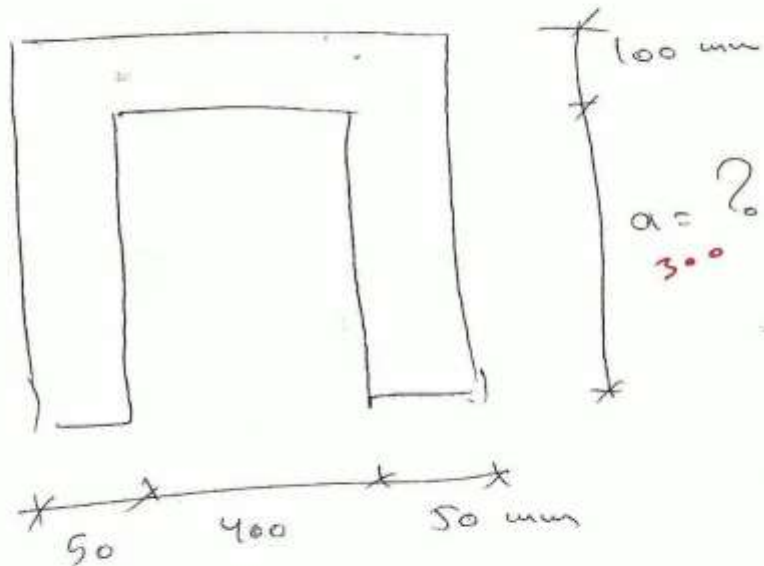
29/2/2016



Ans: if $a = b = 15$, then $\bar{y} = 38.27 \text{ mm}$ ₆
 and I_{cg} for composite section = $2.437 \times 10^6 \text{ mm}^4$

H.W 3

Find I , \bar{y}
29/2/2016



Ans: if $a = 300$ mm then

$$\bar{y} = 275 \text{ mm}$$

$$I = 1 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

H.W
4

$$1000000 = \mathbf{1,000,000}$$

$$\begin{aligned} &= 1 \times 10^6 \\ &= 10 \times 10^5 \\ &= 100 \times 10^4 \\ &= 1000 \times 10^3 \\ &= 10,000 \times 10^2 \\ &= 100,000 \times 10^1 \\ &= 100,000 \times 10 \\ &= 1,000,000 \times 10^0 \\ &= 1,000,000 \times 1 \\ \text{Note: } 10^0 &= 1 \\ \text{Note: } 10^1 &= 10 \end{aligned}$$

انتبه هذه فارزة تستخدم بالارقام الانكليزية لغرض التمييز بين ثلاثة مراتب. انتبه الاصفار ليست كسور عشرية.

ابدا بغد ستة ارقام
ابتداءا من هنا

اترك الكسور واحسب
6 ارقام من يسار
الفارزة

$$\text{Example: } 144235625.231 = \mathbf{144.235 \times 10^6}$$

How?????

انتبه هذه نقطة (dot) وليست فارزة
وتستخدم لبداية العد بالكسور العشرية

144235625.231

6 5 4 3 2 1

Example:

$$\begin{aligned} 32871243 &= 32,871,243 = 0.328 \times 10^8 \\ 32871243 &= 32,871,243 = 3.287 \times 10^7 \\ 32871243 &= 32,871,243 = 32.871 \times 10^6 \\ 32871243 &= 32,871,243 = 328.712 \times 10^5 \\ 32871243 &= 32,871,243 = 3287.1243 \times 10^4 \\ 32871243 &= 32,871,243 = 32871.243 \times 10^3 \\ 32871243 &= 32,871,243 = 328712.43 \times 10^2 \\ 32871243 &= 32,871,243 = 3287124.3 \times 10^1 \end{aligned}$$

