

Engineering Analysis & Numerical Methods

$$(4D^2 - 1)(D^2 - 1)(4D^2 - 9)X_1 = 0$$

$$(4D^2 - 1)(D^2 - 1)(4D^2 - 9)X_2 = 0$$

$$(4D^2 - 1)(D^2 - 1)(4D^2 - 9)X_3 = 0$$

$$m_{1,2} = \pm \frac{1}{2}i, \quad m_{3,4} = \pm i, \quad m_{5,6} = \pm \frac{3}{2}i$$

$$X_1 = c_1 \cos \frac{t}{2} + c_2 \sin \frac{t}{2} + c_3 \cos t + c_4 \sin t + c_5 \cos \frac{3}{2}t + c_6 \sin \frac{3}{2}t$$

$$X_2 = c_7 \cos \frac{t}{2} + c_8 \sin \frac{t}{2} + c_9 \cos t + c_{10} \sin t + c_{11} \cos \frac{3}{2}t + c_{12} \sin \frac{3}{2}t$$

$$X_3 = c_{13} \cos \frac{t}{2} + c_{14} \sin \frac{t}{2} + c_{15} \cos t + c_{16} \sin t + c_{17} \cos \frac{3}{2}t + c_{18} \sin \frac{3}{2}t$$

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{Bmatrix} = c_1 \begin{Bmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{Bmatrix} \cos \frac{t}{2} + c_2 \begin{Bmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{Bmatrix} \sin \frac{t}{2} + c_3 \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{Bmatrix} \cos t + c_4 \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{Bmatrix} \sin t + c_5 \begin{Bmatrix} 2 \\ -5 \\ 3 \end{Bmatrix} \cos \frac{3}{2}t + c_6 \begin{Bmatrix} 2 \\ -5 \\ 3 \end{Bmatrix} \sin \frac{3}{2}t$$

$$\text{at } t=0 \quad (X_1)_0 = 2 \quad (X_2)_0 = -1 \quad (X_3)_0 = 1$$

$$\begin{Bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & -5 \\ 3 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_3 \\ c_5 \end{Bmatrix}$$

$$c_1 = \frac{1}{4}, \quad c_3 = \frac{4}{5}, \quad c_5 = \frac{7}{20}$$