ويكيبيديا
معادلة هاميلتون

المحتوى هنا ينقصه الاستشهاد بمصادر. يرجى إيراد مصادر موثوق بها. أي معلومات غير موثقة يمكن التشكيك بها وإزالتها. (مارس 2016)

معادلة هاميلتون في الفيزياء (بالإنجليزية:Hamilton function) $\mathcal{H}(t,q,p)$ هي معادلة تصف حركة نظام مكون من جسيمات وتعطي طاقته كدالة لموضع الجسيمات و وزخم حركتها . وهي معادلة تعتمد على الزمن t و إحداثيات الوضع $q=(q_1,q_2\dots q_n)$ و زخم الحركة لكل الجسيمات $p=(p_1,p_2\dots p_n)$.

عند دراسة حركة جسيم كتلته m يتحرك بسرعة أقل بكثير من سرعة الضوء ويوجد في بئر جهدي V (مثال تقريبي : إلكترون يتحرك في جهد نواة الذرة) ، فيمكن حساب طاقة الحركة و طاقة الوضع للجسيم (الإلكترون) بالمعادلة:

$$\mathcal{H}(t,\mathbf{q},\mathbf{p})=\frac{\mathbf{p}^2}{2\,m}+V(\mathbf{q})$$ [1]

أما إذا أردنا وصف جسيم حر طليق يتحرك بسرعة مقاربة من سرعة الضوء نحصل على العلاقة بين الطاقة E وزخم الحركة p للجسيم الحر كالآتي:

$$E^2-\mathbf{p}^2\,c^2=m^2\,c^4$$

حيث c سرعة الضوء ,

وتكون معادلة هاميلتون للجسيم الحر (مع أخذ تأثيرات النظرية النسبية الخاصة لأينشتاين في الحسبان) :

$$\mathcal{H}(t,\mathbf{q},\mathbf{p})=\sqrt{m^2\,c^4+\mathbf{p}^2\,c^2}\,.$$

في ذلك المثالين (جسيم يتحرك في بئر جهدي لنواة أو جسيم حر) لا تعتمد دالة هاميلتون على الزمن ، وعلى ذلك يحتفظ الجسيم بطاقته الابتدائية ، فتكون طاقة الجسيم كمية محفوظة.

دالة هاميلتون و دالة لاغرانج

تمكن تحويل دالة هاميلتون عن طريق تحويل ليجاندر فنحصل على دالة لاغرانج $\mathcal{L}(t,q,\dot{q})$ التي تعتمد على الإحداثيات المعممة للوضع والسرعات , $\dot{q}=(\dot{q}_1,\dot{q}_2\dots\dot{q}_n)$:

$$\mathcal{H}(t,q,p)=\sum_{k=1}^{n}\dot{q}_k\,p_k-\mathcal{L}(t,q,\dot{q})$$

نجد على اليمين السرعات $\dot{q}$ التي تؤول إلى الدوال $\dot{q}(t,q,p)$ عند تعريف زخوم الحركة حيث زخم الحركة p :

$$p_k=\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{q}_k}$$

واستنباطها من السرعات.

وعلى سبيل المثال يعتمد زخم الحركة لجسيم يتحرك بسرعة مقاربة من سرعة الضوء طبقا لدالة لاغرانج :

$$\mathcal{L}=-m\,c^2\sqrt{1-\dot{\mathbf{q}}^2/c^2}$$

$$\mathbf{p} = \frac{m\dot{\mathbf{q}}}{\sqrt{1 - \dot{\mathbf{q}}^2/c^2}}$$

أي يعتمد زخم الحركة على السرعات .

وبالعكس نجد ان السرعة دالة لزخم الحركة :

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{\mathbf{p}\,c^2}{\sqrt{m^2\,c^4 + \mathbf{p}^2\,c^2}}$$

وتحدد دالة هاميلتون تغير مكان الجسيمات و زخمها الحركي مع الزمن من خلال معادلة هاميلتون للحركة .

$$\dot{q}_k = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_k}\,, \quad \dot{p}_k = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q_k}\,.$$

كذلك يعين معامل هاميلتون التغير مع الزمن في ميكانيكا الكم . ويمكن الحصول عليه في مسائل كثيرة من دالة هاميلتون مع أخذ الكمومية في الاعتبار ، وصياغة الدالة $\mathcal{H}(t, q, p)$ كدالة للمعاملين q و p .

مراجع

1. ^ "les maths en physiques"la physiques à travers le filtre des mathématiques

انظر أيضا

- ميكانيك لاغرانج
- تحويل ليجاندر
- ستة درجات حرية
- جسيم في صندوق
- جهد يوكاوا

مجلوبة من "https://ar.wikipedia.org/w/index.php?title=معادلة_هاميلتون&oldid=24674746"

آخر تعديل لهذه الصفحة كان يوم 28 سبتمبر 2017، الساعة 16:22.

النصوص منشورة برخصة المشاع الإبداعي. طالع شروط الاستخدام للتفاصيل.