

الدالة المولدة للعزوم (Moment Generating Function)

ويرمز لها بالرمز $MGF_X(\cdot)$ وتعرف بالشكل :-

$$MGF_X(t) := E[e^{tX}] = \begin{cases} \sum_x e^{tx} \cdot P_x(x) & X \text{ discrete} \\ \int_x e^{tx} \cdot f(x) dx & X \text{ continuous} \end{cases}$$

مثال 1: إذا كانت دالة كثافة الاحتمال (PDF) للمتغير العشوائي

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{ثابتاً (constant)} \\ 0 & \end{cases}$$

حيث x

if $0 \leq x < \infty, \lambda > 0$

if $x < 0$

∴ MGF_x هو

الكل

$$MGF_x(t) := E[e^{tx}] = \int_0^{\infty} e^{tx} \cdot \lambda e^{-\lambda x} dx$$

$$= \lambda \int_0^{\infty} e^{(t-\lambda)x} dx$$

$$= \lambda \cdot \frac{1}{t-\lambda} \int_0^{\infty} (t-\lambda) e^{(t-\lambda)x} dx$$

$$= \frac{\lambda}{t-\lambda} \left[e^{(t-\lambda)x} \right]_0^{\infty}$$

(5)

$$= \frac{\lambda}{t-\lambda} (0-t)$$

$$= \frac{-\lambda}{t-\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda-t}$$

بأخذ الحالة صفحا ويا $t < \lambda$ ويا $\lambda < t$ يكون البرهان
 البرهان المتروك من غير صيرفة .

مثال ٢٠٠
 تكون دالة كثافة الاحتمال (pmf) للمتغير العشوائي
 X هي:-

X	1	2	3
$P(X)$	0.7	0.2	0.1

جد القيمة المتوقعة للمتغير.

$$MGF_X(t) = E[e^{tX}]$$

الحل:

$$= \sum_{x=1}^3 e^{tx} \cdot P(x)$$

$$= 0.7 * e^t + 0.2 * e^{2t} + 0.1 * e^{3t}$$

$$= 0.7 * e^t + 0.2 * e^{2t} + 0.1 * e^{3t}$$