من هنا الامتحان

التاريخ ١٤ / ٢ / ٢١٢

الموضوع : محاضرة

مثال: قانون فاما يحول التكامل المضاعف الى تكامل موحد.

Q. Find the integral equation $y'' + p(t)y' + q(t)y = r(t)$, $t \in [a, b]$.

ملاحظة:

$y' + p(t)y + q(t) = 0$

ان المعادلة التفاضلية

حيث إن p, q دوال مستمرة على فترة مثل I مكافئة للمعادلة

التكاملية:

$$\phi(t) = y_0 + \int_{t_0}^{t} p(s) \cdot \phi(s) \cdot ds - \int_{t_0}^{t} q(s) \cdot ds$$

اما بالنسبة للتقريبات المتعاقبة

$$\phi_0(t) = y_0$$

$$\phi_{j+1}(t) = y_0 + \int_{t_0}^{t} p(s) \cdot \phi_j(s) \cdot ds - \int_{t_0}^{t} q(s) \cdot ds$$

$j = 0, 1, 2, \ldots$ معرفة لكل $t \in I$

Uniqness of Solution:

Gorn Wall inequality:

Theorem:- 31

if K is non negative constant , f, g are non negative functions on the $\alpha \leq t \leq \beta$ and Satisfy

$$f(t) \leq K + \int_{\alpha}^{t} f(s) \cdot g(s) \cdot ds.$$

$$f(t) \leq K e^{\int_{\alpha}^{t} g(s) \cdot ds} \qquad \text{for } \alpha \leq t \leq \beta.$$

proof:-

Let $U(t) = K + \int_{\alpha}^{\beta} f(s) \cdot g(s) \cdot ds.$ ---- $(*)$

$F(t) \leq u(t).$

note that

$u(\alpha) = k$

using fundamental theorem of calculus on $(*)$.

then

$u'(t) = f(t)\cdot g(t) \qquad \alpha \le t \le \beta$

if $g(t) \ge 0$.

ابدلنا $f(t)$ بـ $u(t)$

$u'(t) \le u(t)\cdot g(t)$ on $\alpha \le t \le \beta$

by multiplying both sides $e^{-\int_\alpha^t g(s)\cdot ds}$

$$u'(t)\, e^{-\int_\alpha^t g(s)\cdot ds} - u(t)\cdot g(t)\cdot e^{-\int_\alpha^t g(s)\cdot ds}$$

$$\le \left[u(t)\, e^{-\int_\alpha^t g(s)\cdot ds}\right]'$$ then

$$\frac{d}{dt}\left[u(t)\, e^{-\int_\alpha^t g(s)\cdot ds}\right] \le 0.$$

by using integration from α to t.

$$\left[u(t)\, e^{-\int_\alpha^t g(s)\cdot ds} - u(\alpha) \le 0\right].$$

$f(t) \le u(t)$.

$$f(t) \le u(t) \le k\, e^{\int_\alpha^t g(s)\cdot ds} \qquad \alpha \le t \le \beta.$$

التاريخ / /   الموضوع :

Theorems- 32 إذا كانت conts في فترة مغلقة فإن bounded ومحتواها سيا K ثابت معلوم

if f, $\partial f/\partial y$ are continuous (bounded on R)

$(R = \{(t,y) \mid |t-t_0| < \alpha,\ |y-y_0| < b\}$.

Then there exists at most one solution satisfy the following

$y' = f(t,y)$

$y(t_0) = y_0$.

Proof:

Let ϕ_1, ϕ_2 be two solution of

$y' = f(t,y)$

$y(t_0) = y_0$

which are defined on J, $t_0 \in J$

Then

$\phi_1(t) = y_0 + \int_{t_0}^{t} f(s,\phi_1(s))\,ds$

$\phi_2(t) = y_0 + \int_{t_0}^{t} f(s,\phi_2(s))\,ds$

$\phi_2(t) - \phi_1(t) = \int_{t_0}^{t} \left(f(s,\phi_2(s)) - f(s,\phi_1(s)) \right) ds.$

سيأخذ المطلق

$|\phi_2(t) - \phi_1(t)| \le K \int_{t_0}^{t} |f(s,\phi_2(s)) - f(s,\phi_1(s))|.$

ولأن إذا كانت

$t \le t_0$.

$|\phi_2(t) - \phi_1(t)| \le 0$ وإذا كانت t+ وإن K في اتجاه المعادلة = صفر

و K.∫ = صفر

Using Th. 31.

$|\phi_2(t) - \phi_1(t)| = 0 \quad \forall t \in J.$

$\phi_2(t) - \phi_1(t) = 0 \quad \forall t \in J.$

$\phi_2(t) = \phi_1(t) \quad \forall t \in J.$

$\phi_2 = \phi_1 \quad \forall t \in J.$