

** Blackbody Radiation

* أشعاع الجسم الأسود

If we heat an object up to about **1500 degrees** we will begin to see a **dull red glow** and we say the object is **red hot**. If we heat something up to about **5000 degrees**, near the temperature of the sun's surface, it radiates well throughout the visible spectrum and we say it is **white-hot**.

* إذا قمنا بتسخين جسم ما إلى حوالي ١٥٠٠ درجة، فسنبدأ برؤيته يتوهج باللون الأحمر الباهت ونقول إن الجسم حار- احمر. إذا قمنا بتسخين شيء إلى حوالي ٥٠٠٠ درجة، بالقرب من درجة حرارة سطح الشمس، فإنه سوف يشع جيداً في جميع أنحاء الطيف المرئي ونقول إن الجسم حار- أبيض.

* A **black body** is an ideal body that absorbs all the Electromagnetic radiation (light) that strikes it. To stay in thermal equilibrium, the radiation must emit at the same rate as its absorption.

* **الجسم الأسود** هو ذلك الجسم المثالي الذي يمتص كل الإشعاع الكهرومغناطيسي (الضوء) الذي يصطدم به. ولكي يبقى هذا الجسم في حالة توازن حراري، يجب أن يبعث الإشعاع بنفس معدل امتصاصه له.

* سمي الجسم الأسود لأنه يمتص كل الضوء المرئي الساقط عليه، وعليه فهو يبدو اسودا بالنسبة لعين الانسان.

* Because black body is the best absorber of all wavelengths of visible light, it should also be the best emitter.

* لأن الجسم الأسود هو أفضل ماص لجميع أطوال الضوء المرئي، يجب أن يكون أيضاً أفضل باعث لها.
* إن كمية الطاقة الإشعاعية المنبعثة من سطح ما عند طول موجي معين تعتمد على مادة الجسم وحالة سطحه وكذلك درجة حرارة السطح.

* Various materials emit different amounts of radiant energy even when they are at the same temperature.

* تبعث المواد المختلفة كميات مختلفة من الطاقة المشعة حتى عندما تكون في نفس درجة الحرارة.

* By definition, a black body in thermal equilibrium has an emissivity of ($\epsilon=1$). **Real objects** do not radiate as much heat as a perfect black body. They radiate less heat than a black body and therefore are called **gray bodies**.

* بحكم التعريف، الجسم الأسود يكون في حالة اتزان حراري وله انبعاثيه ($\epsilon = 1$) وبشكل عام فإن **الأجسام الحقيقية** لا تشع بنفس قدر حرارة الجسم الأسود المثالي . بل تشع حرارة أقل من الجسم الأسود المثالي وبالتالي تسمى **الأجسام الرمادية**.

* **Wien's law or Wien Displacement:** قانون فين او قانون فين للإزاحة

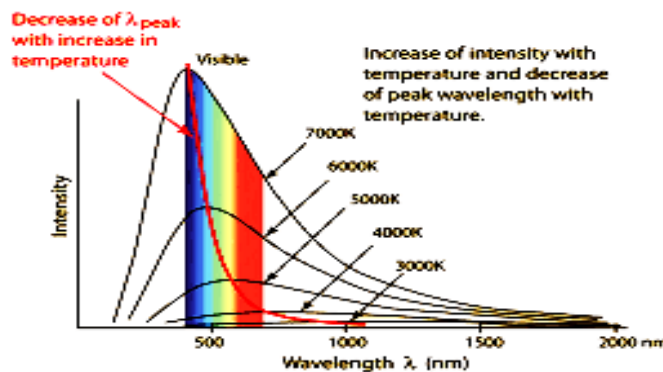
* ينص هذا القانون على انه عندما نقوم بتسخين شيء ما (قطعة من الحديد على سبيل المثال)، يتغير لونها من **الأحمر** إلى **البرتقالي** إلى **الأبيض الساخن**. وحسب قانون فين للإزاحة فان الطول الموجي الأعظم (λ_{max}) الناتج، يتناسب عكسيا مع درجة حرارة الجسم المطلقة (T). معادلة (14)

$$\lambda_{max} = \frac{2.9 * 10^{-3} \text{ (m.K)}}{T \text{ (K)}} \dots\dots\dots (14)$$

* هذا القانون يمكنك استخدامه لحساب درجة حرارة النجوم، فمثلا درجة حرارة سطح الشمس هي (5778 K)، وتتوافق درجة الحرارة هذه مع قمة انبعاث مقدارها (502 nm)، أي بحوالي (5000 Å). حيث ان القيمة ($2.89*10^{-3} \text{ m.K}$) هو ثابت ازاحة فين ويعبر عنه احيانا بالرمز (b)، يسمى ثابت إزاحة فين ويساوي ايضا ($2.89*10^6 \text{ nm.K}$).

* فسر Wien قانونه للانزياح، حيث أن طيف الجسم الساخن هو طيف مستمر، ويظهر إشعاعاً بأطوال موجية مختلفة، وكلما زادت درجة حرارة الجسم، فإن طاقة الإشعاع المنبعثة منه تزداد (اي تقل الاطوال موجية)، لذلك مع زيادة درجة الحرارة، يتوهج الجسم (تزداد الشدة Intensity) مع تغير اللون من **الأحمر** إلى **الأصفر** إلى **الأبيض** إلى **الأزرق**.

* **خلاصة** قانون فين، اعظم طول موجي (λ_{max})، تحصل له ازاحة الى اطوال موجية اقصر (shorter wave length) مع زيادة درجة الحرارة (T). لاحظ الشكل ادناه:



* **Stefan-Boltzmann law:** The total energy **E** radiated from per unit surface area (square meter) of black surface is proportional to the **fourth power** of the absolute temperature (**T⁴**). Eq. (15).

* **قانون ستيفان-بولتزمان:** الطاقة الكلية المنبعثة من وحدة مساحة (مقدارها متر مربع) من سطح أسود تتناسب طرديا مع القوة الرابعة لدرجة حرارته المطلقة (**T⁴**)

$$J^* = \sigma * \epsilon * A * T^4 \dots\dots\dots(15)$$

* Where **J*** = power radiated (**Watt**) per unit area from black body.
e = Emissivity (الانبعاثية) = **1** for ideal radiator
σ = Stefan-Boltzmann constant = **5.67*10⁻⁸ W.m⁻².K⁻⁴**.
A = Surface area (**m²**)
T = surface temperature of the body in **K**.

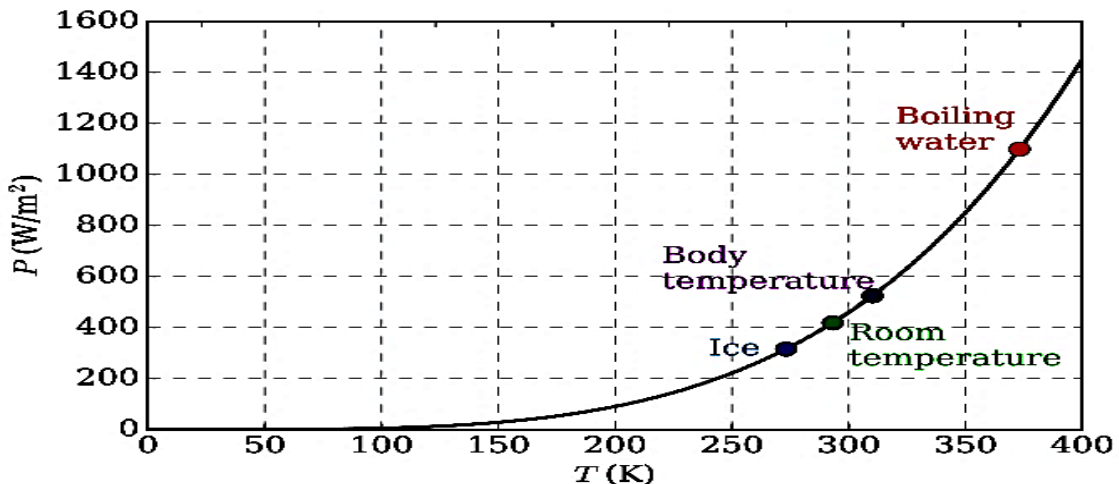
* **Emissivity:** Is the ratio of energy radiated by the body to the energy radiated by a black body with the same temperature.

* **الانبعاثية:** هي نسبة الطاقة التي يشعها الجسم إلى الطاقة التي يشعها جسم أسود بنفس درجة الحرارة.

* **يبعث سطح الجسم الأسود إشعاع حراري بمعدل (448 W/m²)، تقريبا عند درجة حرارة الغرفة (25 °C, 298.15 K).**

* **الأجسام الحقيقية التي لها انبعاثية أقل من (1.0)، (مثل الأسلاك النحاسية)، يبعث إشعاعا بمعدلات منخفضة (13.4 W/m²)، تلعب الانبعاثية دورا مهما في مشاكل نقل الحرارة (heat transfer problems).**

* **خلاصة** قانون ستيفان-بولتزمان: ان الزيادة الصغيرة (**small increases**) في درجة حرارة الجسم الاسود، تسبب زيادة كبيرة (**big increases**) في الطاقة المنبعثة منه. لاحظ الشكل ادناه:



**Types of Spectra

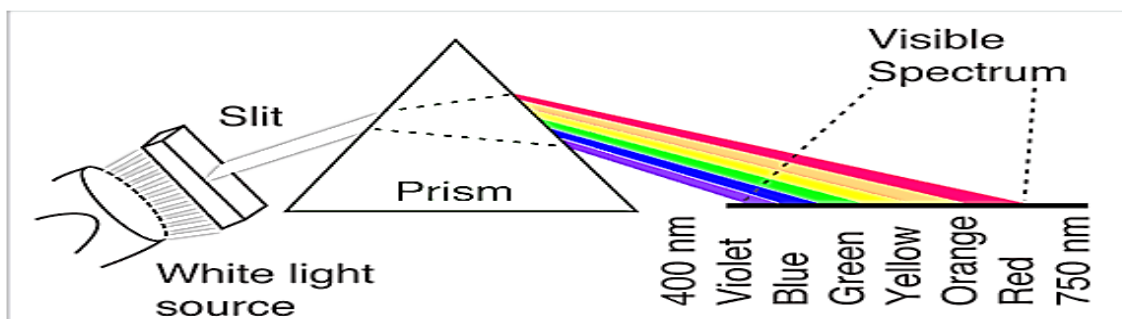
**انواع الأطياف

* Different elements absorb and emit light differently because of their unique atomic structure. Each element has its own unique spectral lines. There are three different types of spectra: Continuous, Emission, and Absorption.

* تمتص العناصر المختلفة الضوء وتبعثه بشكل مختلف عن بعضها البعض بسبب تركيبها الذري الفريد او المختلف. ان كل عنصر له خطوط طيفية فريدة خاصة به. هناك ثلاثة أنواع مختلفة من الأطياف: الطيف المستمر، طيف الانبعاث وطيف الامتصاص.

* If white light falls on a prism, mounted in a spectrometer, the prism deviates the waves of varying wavelengths to different directions. The picture obtained in the telescope field of view is composed of a variety of colored slit images. That kind of picture is called a spectrum.

* إذا سقط الضوء الأبيض (white light) على موشور (prism) مثبت في مطياف (spectrometer)، فإن الأطوال الموجية المختلفة (والمكون منها الضوء الابيض) ستتحرف من الموشور إلى اتجاهات مختلفة. وسنحصل على صورة في مجال رؤية التلسكوب تتألف من مجموعة متنوعة من الصور الملونة. هذا النوع من الصور يسمى الطيف.



* الطيف المستمر (Continuous spectrum): هو ذلك الطيف الذي يحتوي على كل الأطوال الموجية او كل الوان الضوء المرئي من الاحمر الى الازرق، ومن امثلته ضوء الشمس.

* الصورة الملونة ادناه تمثل الطيف المستمر (Continuous Spectrum) للضوء المرئي (Visible Light).



طيف مستمر للضوء المرئي Continuous visible light spectrum

* **طيف الامتصاص (Absorption Spectrum):** وهو عبارة عن **الخطوط** او **الحزم** المظلمة والتي تظهر في طيف **الذرة** او **الجزيئة** المستقرة عند امتصاصها للضوء (الطاقة).

* ان سبب تكون خطوط او حزم مظلمة في طيف الامتصاص، هو ان الالكترونات في المدارات القريبة من الذرة تحتاج الى طاقة للانتقال الى مدار ابعد (حتى تتخلص من قوة جذب النواة لها)، لذا فهي تمتص طاقة (لون معين او حزمة لونية معينة)، مما يؤدي الى تكون خط مظلم او حزمة مظلمة في طيف الامتصاص.

* **طيف الانبعاث (Emission Spectrum):** وهو عبارة عن **الخطوط** او **الحزم** الملونة والتي تظهر في طيف **الذرة** او **الجزيئة** المثارة عندما تبعث الضوء (الطاقة).

* ان سبب تكون خطوط او حزم ملونة في طيف الانبعاث، هو ان الالكترونات في المدارات البعيدة من الذرة تحتاج الى ان تفقد طاقتها الحركية الزائدة للانتقال الى مدار أقرب، لذا فهي تبعث طاقة (بشكل لون معين او حزمة لونية معينة)، مما يؤدي الى ظهور خط ملون او حزمة لونية في طيف الانبعاث.

* لاحظ في الشكلين ادناه، طيف الامتصاص للهيدروجين (فيه خطوط مظلمة)، وطيف الانبعاث للهيدروجين (فيه خطوط ملونة)، ولاحظوا ان الخطوط المظلمة والملونة تظهر بنفس الموقع، لان الطاقة التي يحتاجها الالكترون للانتقال من مدار معين قريب من نواة الذرة الى آخر ابعد منه هي نفس الطاقة التي يبعثها الالكترون عند رجوعه من المدار الابعد الى المدار الاقرب.



طيف الامتصاص للهيدروجين Absorption spectrum of Hydrogen



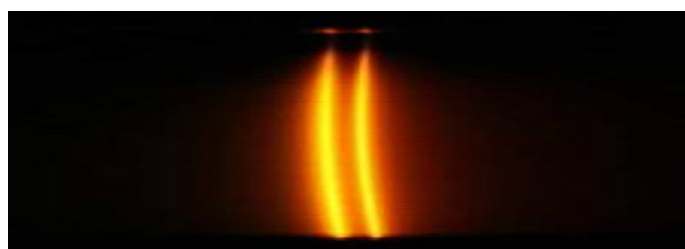
طيف الانبعاث للهيدروجين Emission spectrum of Hydrogen

* **ملاحظة مهمة:** - الذرة المفردة تظهر خطوط مظلمة في طيف امتصاصها و خطوط ملونة في طيف انبعاثها، وهذا ما يعرف اصطلاحا بالطيف الخطي (Line Spectrum)، وعليه الطيف الخطي يشمل طيف الامتصاص او الانبعاث للذرة المفردة. خاص بالذرات المفردة (Individual Atoms).

* **ملاحظة مهمة:** - الجزيئات تظهر حزم مظلمة في طيف امتصاصها وحزم ملونة في طيف انبعاثها، وهذا ما يعرف اصطلاحا بطيف الحزمة (Band Spectrum)، وعليه طيف الحزمة يشمل طيف الامتصاص او الانبعاث للجزيئة. خاص بالأنظمة متعددة الذرات (Polyatomic Systems).

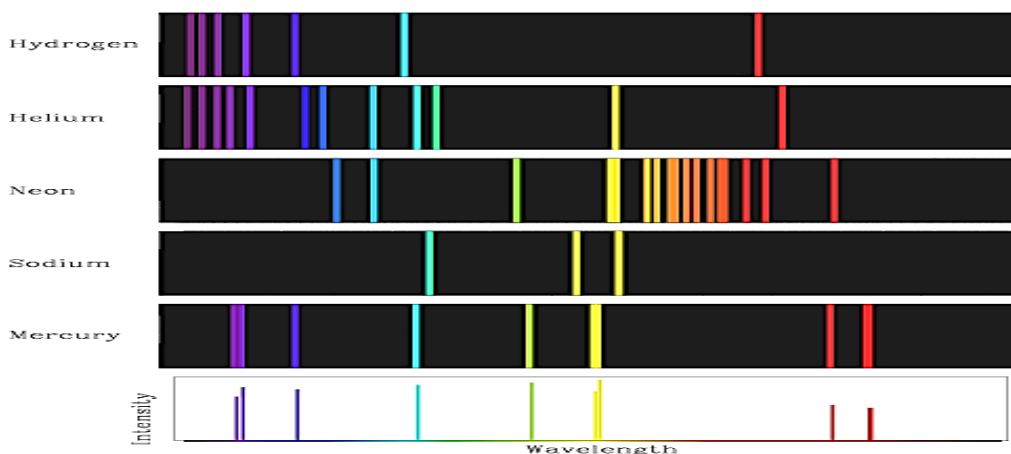
* For example, if the slit is illuminated with light from a sodium vapor lamp, two images of the slit are obtained in the yellow region of the spectrum. These images are the emission lines of sodium having wavelengths (589.6 nm) and (589 nm). This is known as the spectrum of sodium.

* على سبيل المثال، إذا تم إضاءة فتحة الموشور الموجود بجهاز الطيف بضوء من مصباح بخار الصوديوم، يتم الحصول على صورتين للشق في المنطقة الصفراء من الطيف. هذه الصور هي خطوط انبعاث الصوديوم التي لها أطوال موجية (589 nm) و (589.6 nm) يُعرف هذا باسم طيف الصوديوم. وهو طيف يتميز به الصوديوم عن بقية العناصر.



* العالمان (Kirchhoff and Bunsen) توصلوا الى حقيقة علمية مفادها (لكل عنصر طيف يختلف عن طيف العنصر الاخر بسبب اختلاف العناصر في تركيبها الذري). الشكل ادناه يبين طيف الانبعاث لمجموعة من العناصر وهي الهيدروجين (Hydrogen)، الهيليوم (Helium)، النيون (Neon)، الصوديوم (Sodium)، والزرنيق (Mercury)، حيث تظهر كل هذه العناصر خطوط ملونه تميزها عن غيرها.

* **ملاحظة:** بإمكاننا الاستفادة من الخطوط الملونة الموجودة في طيف انبعاث عنصر معين في الكشف عن نوع العنصر، لذا يستفاد من الاطياف في تشخيص العناصر المجهولة والموجودة في نموذج ما.



* مقارنة بين الطيف المستمر والطيف الغير مستمر

الطيف غير المستمر	الطيف المستمر
يشمل طيف الامتصاص أو الانبعاث	هو عبارة عن صورة مترابطة تشمل طيف الامتصاص والانبعاث
يحتوي على فجوات كبيرة بين الخطوط أو الحزم المظلمة وبين الخطوط أو الحزم الملونة	لا يحتوي الطيف المستمر على فجوات يمكن ملاحظتها.
يحتوي على عدد قليل من الأطوال الموجية ضمن المدى المعطى	يحتوي الطيف المستمر على جميع الأطوال الموجية ضمن المدى المعطى.
من أمثله طيف الامتصاص أو الانبعاث للهيدروجين أو الهليوم.	من أمثله طيف قوس المطر (Rainbow) واشعاع الجسم الاسود (black body)

* مقارنة بين طيف الانبعاث وطيف الامتصاص

طيف الانبعاث	طيف الامتصاص
طيفه يسمى طيف الانبعاث	طيفه يسمى طيف الامتصاص
يحصل فيه انبعاث (تحرر releasing) للطاقة (الفوتونات) من قبل الكترولونات الذرة أو الجزيئة	يحصل فيه امتصاص للطاقة (الفوتونات) من قبل الكترولونات الذرة أو الجزيئة
يعود الالكترولون من مدار بعيد عن النواة الى مدار آخر أقرب اليها	ينتقل الالكترولون من مدار قريب للنواة الى مدار آخر ابعد منه
تنتقل الذرة أو الجزيئة بعد ان تبعث الطاقة (الفوتونات) من حالة الاثارة (excited state) الى حالة الاستقرار (ground state)	تنتقل الذرة أو الجزيئة بعد امتصاصها الطاقة (الفوتونات) من حالة الاستقرار (ground state) الى حالة الاثارة (excited state)
يضم طيف الانبعاث خطوط ملونة (colored lines) أو حزم ملونة (colored bands)	يضم طيف الامتصاص خطوط مظلمة (dark lines) أو حزم مظلمة (dark)
يساعد نوع الفوتونات المنبعثة في تحديد نوع العناصر الداخلة في تركيب المادة	الطول الموجي للضوء الممتص يساعد في معرفة كمية المادة الداخلة في تركيبها
ليس لها علاقة بعدد التأكسد أو الحالة التأكسدية	ترتبط عملية الامتصاص ارتباطا وثيقا بعدد التأكسد فقد تفقد الذرة الكترولون أو أكثر وتتحول الى ايون موجب عند امتصاصها للطاقة

Spectrum of Hydrogen Atom

* One of the most important applications of early quantum theory was the interpretation of the **atomic spectrum** of hydrogen based on the **Rutherford–Bohr model** of the atom.

* أحد أهم تطبيقات نظرية الكم الحديثة هو تفسير الطيف الذري للهيدروجين على أساس نموذج روثرفورد-بور للذرة.

* When an electric discharge occurs during a sample of hydrogen, the H₂ molecules dissociate into atoms, and the electron in a particular excited H atom may be promoted to one of many high energy levels.

* عندما يحصل تفريغ كهربائي خلال نموذج من غاز الهيدروجين، تتفكك جزيئاته الى ذرات منفصلة، ويمكن ترقية (الترقية تعني امتصاص طاقة والانتقال الى مستوى طاقي عالي) الإلكترون في ذرة هيدروجين مثارة معينة إلى واحد من المستويات العديدة ذات الطاقة العالية.

* These levels or (states) are transient and the electron falls back to a lower energy state, emitting energy. The consequence is the observation of **spectral lines** in the emission spectrum of hydrogen; the spectrum consists of groups of discrete lines that have discrete energy corresponding to electronic transitions.

* هذه المستويات أو (الحالات) هي وقتية (لان الإلكترون فيها يمتلك طاقة عالية وعليه فهي غير مستقرة) ويعود بعدها الإلكترون إلى مستوى او (حالة) لها طاقة أقل (أكثر استقرارا)، باعثاً طاقة. ونتيجة لهذا الانتقال لوحظت **الخطوط الطيفية (spectral lines)** في طيف انبعاث الهيدروجين، والذي يتكون من مجاميع من الخطوط المنفصلة ذات طاقة منفصلة تتوافق مع الانتقالات الإلكترونية.

* في عام ١٨٨٥، أشار **بالمر** إلى أن أطوال موجات الخطوط الطيفية التي لوحظت في المنطقة المرئية من الطيف الذري للهيدروجين تخضع للمعادلة (16).

$$\gamma = \frac{1}{\lambda} = R_H Z^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \dots \dots \dots (16)$$

Where; **R_H** = **Rydberg constant** for hydrogen (ثابت رايبيرك لذرة الهيدروجين)

R = (**1.097*10⁷ m⁻¹** or **1.097*10⁵ cm⁻¹**). **Z²** = atomic number of Hydrogen atom. **γ** = is the **wavenumber (reciprocal of wavelength in cm⁻¹)**.

(ارقام صحيحة وتمثل المدارات التي ينتقل بينها الإلكترون) (n₁ & n₂=1,2,3, 4, 5, 6,..∞)

*All lines in all the series obey the general expression given in eq.(16), where always ($n_2 > n_1$).

* الخطوط التي تظهر في كل سلسلة من سلاسل طيف انبعاث ذرة الهيدروجين تخضع للمعادلة العامة رقم (16)، حيث دائما (n_2) اكبر من (n_1) في حالة طيف الانبعاث.

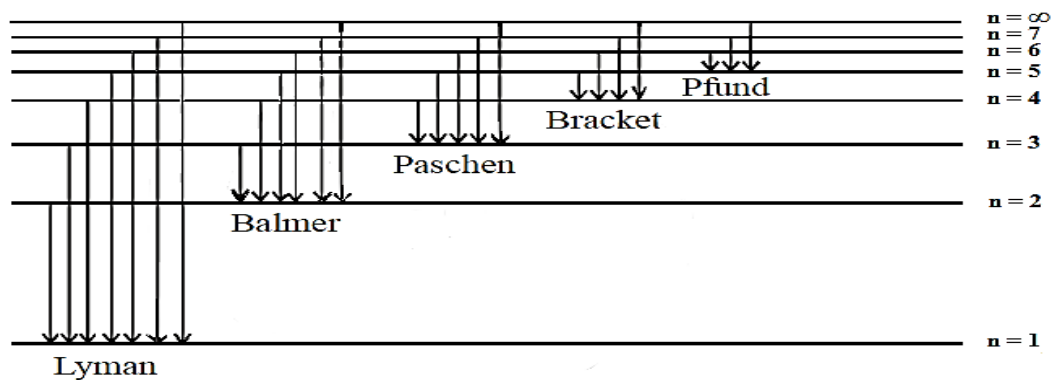
*اكتشف العلماء عدد من الخطوط الطيفية ضمن طيف ذرة الهيدروجين سميت بأسماء مكتشفها، وهي كالآتي:

١- سلسلة لايمان (Lyman series) ضمن منطقة الأشعة فوق البنفسجية (Ultra Violet).

٢- سلسلة بالمر (Balmer series) ضمن المنطقة المرئية (Visible).

٣- سلاسل باشن، براكيت، و بفوند (Paschen, Brackett and Pfund series) ضمن المنطقة تحت الحمراء (Infrared).

*الشكل ادناه يمثل الخطوط الطيفية لذرة الهيدروجين والانتقالات المتوقعة للإلكترون فيها، حيث ان الانتقال من اي مدار الى المدار الاول ($n=1$) يعطينا سلسلة لايمان، والانتقال من اي مدار الى المدار الثاني ($n=2$) يعطينا سلسلة بالمر، والانتقال من اي مدار الى المدار الثالث ($n=3$) يعطينا سلسلة باشن، والانتقال من اي مدار الى المدار الرابع ($n=4$) يعطينا سلسلة براكيت، والانتقال من اي مدار الى المدار الخامس ($n=5$) يعطينا سلسلة بفوند.



* في الجدول ادناه كل الاحتمالات المتوقعة لانتقال الإلكترون بين المدارات الذرية

For the Lyman series	$n_1=1$	$n_2= 2,3,4,5,6,7,\dots$
For the Balmer series	$n_1=2$	$n_2= 3,4,5,6,7,\dots$
For the Paschen series	$n_1=3$	$n_2= 4,5,6,7,\dots$
For the Brackett series	$n_1=4$	$n_2= 5,6,7,\dots$
For the Pfund series	$n_1=5$	$n_2= 6,7,\dots \infty$

*ملاحظة: اذا ذكر في منطوق السؤال مثلا (الخط الطيفي الثالث لسلسلة لايمان)، نعرف مبدئيا من الجدول السابق ان ال (n_1) لسلسلة لايمان تساوي واحد ($n_1=1$)، وعليه نضيف له ثلاثة لنحصل على الخط الطيفي الثالث، ولهذا سيكون ال (n_2) يساوي اربعة ($n_2=4$). اما اذا ذكر مثلا (الخط الطيفي الرابع لسلسلة بالمر)، نعرف مبدئيا من الجدول السابق ان ال (n_1) لسلسلة بالمر يساوي اثنين ($n_1=2$)، وعليه نضيف له اربعة لنحصل على الخط الطيفي الرابع، ولهذا سيكون ال (n_2) يساوي ستة ($n_2=6$)، وهكذا...

Bohr's Theory of The Atomic Spectrum of Hydrogen

* In 1913, **Niels Bohr** combined elements of quantum theory and classical physics in a treatment of the hydrogen atom. He stated four postulates for an electron in an atom:

* في عام ١٩١٣، جمع **نيلز بور** بين عناصر نظرية الكم والفيزياء الكلاسيكية في معالجة ذرة الهيدروجين. وذكر أربع فرضيات للإلكترون في الذرة:

(١) تتألف الذرة من نواة صغيرة وثقيلة وذات شحنة موجبة توجد في مركزها، والالكترونات تدور حول هذه النواة في مدارات كروية (circular orbitals).

(٢) تدور الالكترونات فقط في مدارات محددة لها قيمة طاقة ثابتة (fixed value of energy) بدون ان تبعث اي اشعاع، تدعى هذه المدارات بمستويات الطاقة (Energy levels)، وتأخذ الارقام (1,2,3,4,5,...)، وكل رقم من هذه الارقام يعرف الان بعدد الكم الرئيسي (principal quantum number).

(٣) الالكترون لا يكتسب الطاقة ولا يفقدها خلال حركته المعتادة في مداره الخاص. ولكن يكتسب الطاقة اذا انتقل من مداره الى مدار اخر ابعد عن النواة بعملية تسمى الامتصاص (absorption)، ويفقد الطاقة عند رجوعه من المدار البعيد الذي انتقل له الى اخر اقرب منه للنواة بعملية تسمى الانبعاث (emission).

(٤) لكل مدار نصف قطر ثابت وطاقة ثابتة.

(٥) كما للإلكترون في مداره طاقة ثابتة ومحددة، فإن للإلكترون قيمة عزم زاوي (angular momentum) محددة، مقدارها $[mvr = nh/2\pi]$ ، حيث ان

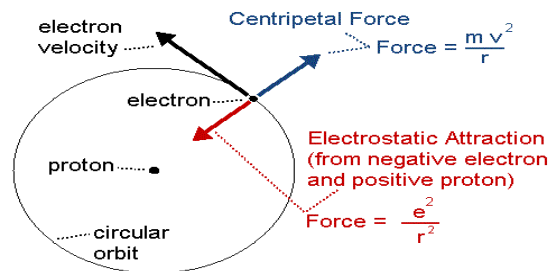
m =mass of electron, v =velocity of electron, r =radius of shell,

n = integer, n is known as a *quantum number* or, more specifically, the *principal quantum number*.

* **ملاحظة مهمة جدا:** كل الاشتقاقات الواردة في هذه المحاضرة ليست للحفظ، بل نذكرها لتتضح لكم تفاصيل القوانين المهمة والتي يجب ان تحفظوها لتتمكنوا من حل المسائل المتعلقة بهذا الموضوع، وهي قوانين **السرعة (Velocity)**، **الطاقة (Energy)** و**نصف القطر (Radius)**.

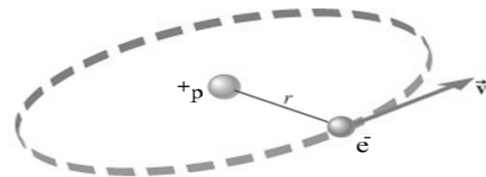
* **Bohr** postulates in order for the electron to move in a stable orbit, the **electrostatic attraction** between it and the proton must be balanced by the **centrifugal force** that results from its circular motion. As shown in Figure below, the forces are actually in opposite directions, and equal in its magnitudes.

* بور افترض حتى يتحرك الإلكترون في مدار ثابت (stable orbit)، يجب ان **تتوازن** (او تتساوى) قوة التجاذب الكهروستاتيكي (e^2/r^2) (electrostatic attraction force) الحاصلة بين الالكترون السالب (e^-) والبروتون الموجب (p^+) مع **قوة الطرد المركزي** (mv^2/r) (centrifugal force or centripetal force) الناتجة من حركة الالكترون الدائرية حول النواة. إن القوتين في الواقع متعاكستان في الاتجاه، ومتساويتان بالمقدار. اي ان بور ساوى بين قوة التجاذب بين شحنتين مختلفتين والتي يحكمها قانون كولوم (Coulomb's law) وقوة الطرد المركزي الناتجة من الحركة الدائرية للإلكترون حول النواة اي قانون نيوتن الثاني (Newton's second law). لاحظ الشكل أدناه (الصورة التي على اليسار) ، يتضح فيها قوة التجاذب الالكتروستاتيكي بين الالكترون والبروتون باللون الاحمر (السهم الاحمر)، وقوة الطرد المركزي الناتج من حركة الالكترون في مدار بور الدائري باللون الازرق (السهم الازرق). اما الصورة التي (على اليمين) فتمثل قانون نيوتن الثاني الخاص بقوة التجاذب بين جسيمين مشحونين بشحنة متعاكسة.



Centripetal Force = Electrostatic Force

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{r^2}$$



Newton's 2nd Law: $\Sigma F = ma$. In this case, there is only the electrical force, and a is a centripetal acceleration; $a = v^2/r$ and

$$F_e = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

* بور ساوى بين هاتين القوتين وحصل على معادلة رقم (17)، وكما مبين في ادناه

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{r^2} \dots \dots \dots (17)$$

* من معادلة (17)، نستخرج معادلة (18) والتي تصف سرعة الإلكترون (Velocity)،

$$v = \sqrt{\frac{e^2}{mr}} \dots\dots\dots (18)$$

* بما ان قيمة العزم الزاوي للإلكترون والتي افترضها بور قيمة ثابتة وتساوي $(mvr = nh/2\pi)$ ، فعليه بإمكاننا كتابة معادلة اخرى لسرعة الإلكترون، تمثلها المعادلة (19)، والتي تبين العلاقة بين سرعة الإلكترون (V) و رقم المدار (n) و نصف قطر المدار (r).

$$v = \frac{nh}{2\pi mr} \dots\dots\dots (19)$$

* بما ان للإلكترون في مداره سرعه واحدة، فبالإمكان مساواة معادلة السرعة (18) مع معادلة السرعة (19) للحصول على المعادلة رقم (20): وكما مبين في ادناه

$$\sqrt{\frac{e^2}{mr}} = \frac{nh}{2\pi mr} \dots\dots\dots (20)$$

*ممكن الاستفادة من المعادلة رقم (20) للحصول على معادلة نصف القطر (r) (Radius)، وكما موضح بالمعادلة رقم (21)، والتي تحتوي على متغيرين فقط وهما نصف القطر (r) ورقم المدار (n)، اما الباقي فهي ثوابت تعطى في السؤال، ويتضح من المعادلة ان نصف قطر المدار يتناسب طرديا مع مربع رقم المدار، وعليه بزيادة رقم المدار يزداد نصف القطر.

$$r = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m e^2} \dots\dots\dots (21)$$

*وبالرجوع الى المعادلة رقم (17) والتي بأعادة ترتيبها سنحصل على المعادلة رقم (22):

$$mv^2 = \frac{e^2}{r} \dots\dots\dots (22)$$

* إذا ضربنا طرفي المعادلة رقم (22) بنصف (1/2) سنحصل على معادلة رقم (23) ، والتي يمثل الطرف الايسر منها الطاقة الحركية للإلكترون (1/2 mv²)

$$\frac{1}{2} mv^2 = \frac{e^2}{2r} \dots\dots\dots (23)$$

* بما ان الطاقة الكلية للإلكترون هي مجموع الطاقة الحركية (1/2 mv²) kinetic energy وطاقة الجهد الكهربائي الساكنة (-e²/r) electrostatic potential energy ، فعليه يمكن الحصول على المعادلة الطاقة، المعادلة رقم (24)، والتي يتبين فيها العلاقة بين الطاقة (E) ونصف القطر (r)، وكما مبين في ادناه

$$E = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{e^2}{r}$$

$$E = \frac{e^2}{2r} - \frac{e^2}{r}$$

$$E = - \frac{e^2}{2r} \dots\dots\dots (24)$$

* إذا عوضنا عن قيمة نصف القطر (r) من معادلة رقم (21) في معادلة رقم (24)، سنحصل على معادلة اخرى للطاقة، المعادلة رقم (25)، والتي يتبين فيها العلاقة العكسية بين الطاقة (E) ومربع رقم المدار (n²)، واقل قيمة لطاقة الإلكترون ستكون عندما يتواجد في مدار رقم واحد (n=1)، (وستكون بالسالب negative)، بينما طاقة الإلكترون تساوي صفر (E=0) عندما يتواجد الإلكترون في مدار بعيد جدا عن النواة، اي في المالانهاية (∞)، وعندها سيعتبر الإلكترون غير مرتبط بأي قوة جذب تجاه النواة.

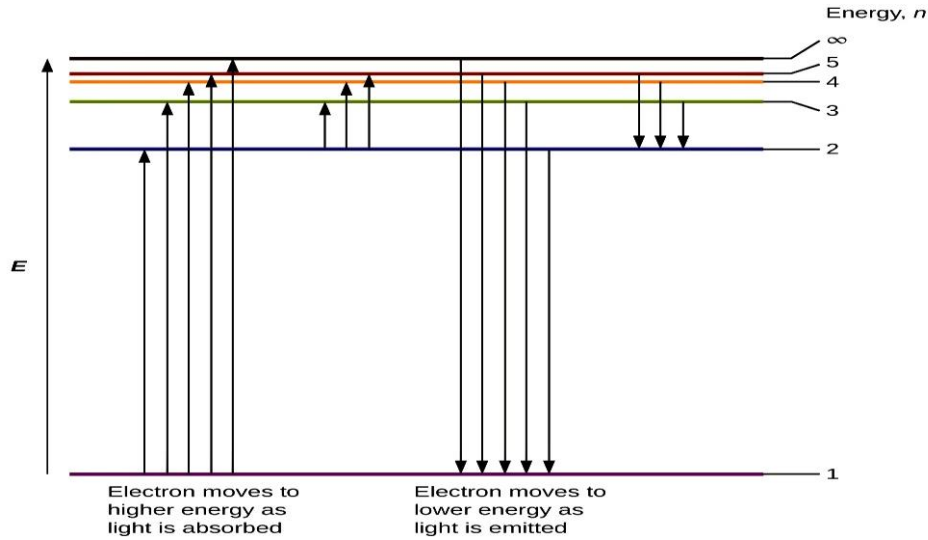
$$E_n = - \frac{2\pi^2 me^4}{n^2 h^2} \dots\dots\dots (25)$$

* تقاس الطاقة بوحدة الجول او الكالوري حيث، [1 J= 10⁷ erg] و [1 cal= 4.184 J] .

* نلاحظ من المعادلة (25) ان المتغير الوحيد فيها هو رقم المدار (n)، اما المتبقي فهي ثوابت

* الإلكترون لا يمتص الطاقة ولا يبعثها، اذا تحرك فقط في مداره الدائري دون الانتقال الى مدار اخر.

* ان الطاقة تمتص (absorbed) او تبعث (emitted) فقط عندما ينتقل الالكترون من مستوي طاقي الى آخر، كما موضح في الشكل التخطيطي ادناه، وفرق الطاقة الناتج سيكون موجب (positive) إذا انتقل الالكترون بعد امتصاصه لطاقة الفوتون من مستوي طاقي قريب من النواة الى اخر ابعدها منه الى النواة، وسيكون فرق الطاقة الناتج سالب (negative) إذا بعث الالكترون الموجود في مدار بعيد كل طاقة الفوتون التي امتصها للرجوع الى نفس المستوى الطاقي (المدار) الذي جاء منه أو الى مستوي طاقي اخر (مدار آخر) لكن أقرب منه الى النواة.



* من خلال ما سبق بإمكاننا معرفة مقدار التغير في الطاقة (اي فرق الطاقة بين اوربيتالين) نتيجة امتصاص او انبعاث طاقة الفوتون من قبل الالكترون المتواجد في مدار ما وانتقاله او رجوعه الى آخر، وعليه نحصل على المعادلة رقم (26) :

$$\Delta E = E_{n_2} - E_{n_1}$$

$$\Delta E = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^2} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \dots \dots \dots (26)$$

* **ملاحظة مهمة:** فيما يخص المعادلة اعلاه (26)، اذا كانت عملية امتصاص (absorption)، فإن المدار الاول (n₁) المنتقل منه الالكترون سيكون اصغر من المدار الثاني (n₂) المنتقل اليه الالكترون، اي ان (n₁ < n₂)، وعليه ستكون قيمة فرق الطاقة موجبة ($\Delta E = + \text{positive}$)، اما اذا كانت عملية انبعاث (Emmission)، فإن المدار الاول (n₁) المنتقل منه الالكترون سيكون اكبر من المدار الثاني (n₂) المنتقل (الراجع) اليه الالكترون، اي ان (n₁ > n₂)، وعليه ستكون قيمة فرق الطاقة سالبة ($\Delta E = - \text{negative}$).

* الاشعاع المنبعث نتيجة عودة الالكتران المثار (المتص لطاقة الضوء او الفوتون) من مستوى طاقة عالي (مدار بعيد عن النواة) الى مستوى طاقة واطئ (مدار قريب من النواة)، ممكن ان يعبر عنه بدلالة التردد γ Frequency، معادلة رقم (27)، او يعبر عنه بدلالة العدد الموجي γ^- wave number، معادلة رقم (28).

$$\gamma = \frac{E}{h}$$

$$\gamma = \frac{2\pi^2 me^4}{h^3} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \dots\dots\dots (27)$$

$$\gamma^- = \frac{\gamma}{c}$$

$$\gamma^- = \frac{2\pi^2 me^4}{h^3 c} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \dots\dots\dots (28)$$

* الثوابت الموجودة في معادلة رقم (28)، هي تمثل ثابت رايدبيرك (Rydberg Constant) لآرة الهيدروجين (R_H)، والمبين في المعادلة رقم (29)،

$$R_H = \frac{2\pi^2 me^4}{h^3 c} \dots\dots\dots (29)$$

* (R_H) له قيم الطاقة الاتية ($1.097 * 10^5 \text{ cm}^{-1}$) او ($1.097 * 10^7 \text{ m}^{-1}$)، وكذلك القيم الاتية ($R_H = 2.197 * 10^{-18} \text{ J}$) او ($R_H = 13.6 \text{ eV}$).

* الان صار واضحا كيف اشتق بالمر معادلته [معادلة رقم (16)] والتي تصف الطول الموجي او العدد الموجي لخط طيفي معين، لاحظ المعادلات ادناه والتي يستفاد منها في حساب العدد الموجي او الطول الموجي:

$$\gamma^- = \frac{1}{\lambda} = R_H Z^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \dots\dots\dots (16)$$

$$\gamma^- = \frac{1}{\lambda} = 1.097 * 10^5 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \text{ cm}^{-1}$$

$$\gamma^- = \frac{1}{\lambda} = 1.097 * 10^7 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \text{ m}^{-1}$$

* معادلة رقم (16) تستعمل لطيف ذرة الهيدروجين والتي عددها الذري يساوي واحد ($Z = 1$)، وكذلك تستعمل لطيف الايونات الشبيهة بالهيدروجين (ions similar to hydrogen atom)، وهي ${}^2\text{He}^{+1}$, ${}^3\text{Li}^{+2}$, ${}^4\text{Be}^{+3}$ ، والتي عددها الذري اكبر من او واحد، حيث ($Z \neq 1$).

* بشكل عام يمكننا التعبير عن طاقة الالكترونون ضمن مدار معين (E_n) بالمعادلة رقم (30)، حيث ان طاقة المدار الاول ($n=1$) دائما هي الاقل او الاوطى (lowest state) وتسمى كذلك بطاقة الحالة الارضية (ground state).

$$E_n = -R_H \left(\frac{Z^2}{n^2} \right) \dots\dots\dots (30)$$

$$E_n = -2.79 * 10^{-18} \left(\frac{Z^2}{n^2} \right) \text{ J/atom}$$

$$E_n = -13.6 \left(\frac{Z^2}{n^2} \right) \text{ eV/atom}$$

* اما مقدار الفرق بطاقة الالكترونون بين مدارين فتمثله المعادلة الاتية:

$$\Delta E = E_{n_2} - E_{n_1}$$

$$\Delta E = \left(\frac{-R_H}{n_2^2} \right) - \left(\frac{-R_H}{n_1^2} \right)$$

$$\Delta E = R_H Z^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \dots\dots\dots (31)$$

$$\Delta E = 2.79 * 10^{-18} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \text{ J/atom}$$

$$\Delta E = 13.6 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \text{ eV/atom}$$

Example (1): Calculate the wave length of forth line, in Balmer series of hydrogen atom.

Ans.

المطلوب هو حساب الخط الطيفي الرابع في سلسلة بالمر لذرة الهيدروجين، نعلم مسبقا ان ال ($n_1=2$)، و عليه نضيف له اربعة لاستخراج ال (n_2)، والذي سيساوي ($n_2=6$)

$$\begin{aligned}\gamma &= \frac{1}{\lambda} = 1.097 * 10^5 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \text{ cm}^{-1} \\ &= 1.097 * 10^5 \text{ cm}^{-1} * [(1/2^2) - (1/6^2)] \\ &= 24372.88 \text{ cm}^{-1}\end{aligned}$$

$$\lambda = 1/\gamma$$

$$\lambda = (1/24372.88 \text{ cm}^{-1}) = 4.103 * 10^{-5} \text{ cm}$$

Example (2): Determine the energy (J) and wavenumber (cm^{-1}) of the transition from $n = 3$ to $n = 2$ for the hydrogen atom.

نستعمل المعادلة رقم (31) لحساب طاقة الانتقال من المدار الثالث الى المدار الثاني

$$\Delta E = 2.79 * 10^{-18} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \text{ J/atom}$$

$$\Delta E = 2.79 * 10^{-18} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \text{ J/atom}$$

$$\Delta E = 2.179 \times 10^{-18} \left(\frac{5}{36} \right) = 3.026 \times 10^{-19} \text{ J/atom}$$

الان نحسب العدد الموجي لهذا الانتقال

$$\gamma = \frac{1}{\lambda} = 1.097 * 10^5 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \text{ cm}^{-1}$$

$$\gamma = \frac{1}{\lambda} = 1.097 * 10^5 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \text{ cm}^{-1}$$

$$= 1.524 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$$

Example (3): Calculate the radius of first, second, third and fourth Bohr orbitals of hydrogen atom.

Ans.:

لحساب نصف قطر مدارات بور الاول، الثاني، الثالث، والرابع لذرة الهيدروجين، نستعمل المعادلة رقم (21)، حيث يوجد فقط متغير واحد وهو رقم المدار والباقي هي ثوابت تعطى في السؤال

$$r = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m e^2} \dots\dots\dots (21)$$

والان نعوض عن قيمة المدار الاول ($n=1$)، في المعادلة اعلاه، لحساب نصف قطر بور للمدار الاول لذرة الهيدروجين:

$$r = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m e^2} = \frac{(1)^2 * (6.626 * 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{sec})^2}{4 * (3.14)^2 * (9.1072 * 10^{-28} \text{ g}) * (4.8032 * 10^{-10} \text{ erg} \cdot \text{cm})^2}$$

$$r = 0.529 * 10^{-8} \text{ cm} = 0.529 \text{ \AA}$$

استخرجنا قيمة نصف قطر بور الاول (المدار الاول)، ومنه نحسب نصف قطر لأي مدار آخر من خلال العلاقة الآتية:

$$r = a_0 * n^2$$

حيث ان (a_0) هو نصف قطر المدار الاول والذي يساوي ($0.529 * 10^{-8} \text{ cm}$ or 0.529 \AA)

*For second orbital (للمدار الثاني)

$$r = 0.529 * 10^{-8} \text{ cm} * 2^2 = 2.116 * 10^{-8} \text{ cm}$$

*For third orbital (للمدار الثالث)

$$r = 0.529 * 10^{-8} \text{ cm} * 3^2 = 4.761 * 10^{-8} \text{ cm}$$

*For fourth orbital (للمدار الرابع)

$$r = 0.529 * 10^{-8} \text{ cm} * 4^2 = 8.464 * 10^{-8} \text{ cm}$$

نلاحظ من القيم اعلاه ان نصف قطر المدار يزداد بزيادة رقم المدار.

Example (4): Find the velocity of electron for first Bohr orbital of hydrogen atom.

المطلوب حساب سرعة الالكترون في مدار بور الاول، وعليه نستعمل معادلة (19)، والتي تحتوي على متغيرين وهما رقم المدار (n) ونصف القطر (r)، حيث ان نصف قطر المدار الاول تم استخراجها في المثال السابق

$$v = \frac{nh}{2\pi mr} \dots\dots\dots (19)$$

$$v = \frac{(1) * (6.626 * 10^{-27} \text{ erg. sec})}{2 * (3.14) * (9.1072 * 10^{-28} \text{ g}) * (0.529 * 10^{-8} \text{ cm})}$$

$$V = 2.188 * 10^8 \text{ cm. sec}^{-1}$$

Example (5): Calculate the electron's energy (in erg., Joule and e.V) for the first and second orbits of the hydrogen atom.

المطلوب حساب الطاقة لمدار بور الاول والثاني، وعليه ممكن الاستفادة من المعادلة رقم (24)، والتي تجمع بين الطاقة (E) ونصف القطر (r)، لحساب الطاقة، وكما يلي:

$$E = - \frac{e^2}{2r} \dots\dots\dots (24)$$

وبما ان (r = a₀ * n²) ، والذي تم استخراجها من المثال السابق، عليه سيكون

$$E = - \frac{e^2}{2(a_0 * n^2)}$$

وعليه ستكون طاقة الالكترون في المدار الاول و كالاتي:

$$E_{n=1} = - \frac{(4.8032 * 10^{-10} \text{ erg.cm})^2}{2 * (0.529 * 10^{-8} \text{ cm}) * (1)^2}$$

$$E_{n=1} = -2.17987 * 10^{-11} \text{ erg}$$

* الآن نحول قيمة الطاقة من وحدة ايرك الى جول، وكما مبين

$$E_{n=1} = -2.17987 * 10^{-11} \text{ erg} * (1 \text{ J} / 1 * 10^7 \text{ erg}) = -2.17987 * 10^{-18} \text{ J}$$

* الآن نحول قيمة الطاقة من وحدة جول الى الكترون فولت، وكما مبين

$$E_{n=1} = -2.17987 * 10^{-18} \text{ J} * (1 \text{ e.v} / 1.602 * 10^{-19} \text{ J}) = -13.6 \text{ e.v}$$

* والان نحسب الطاقة في المدار الثاني، وكما مبين

$$E_{n=2} = - (E_{n=1} / n^2) = - (13.6 \text{ e.v} / 2^2) = -3.4 \text{ e.V}$$

Example (6): A Hydrogen atom initially in its ground state i.e., $n=1$ level, absorbs a photon and ends up in $n=4$ level. What must have been the frequency of the photon? Now the electron makes spontaneous emission and comes back to the ground state. What are the possible frequencies of the photons emitted during this process?. ($h = 4.14 \times 10^{-15} \text{ e.V}$).

الكترن في ذرة الهيدروجين في الحالة الارضية المستقرة امتص طاقة (فوتونات) وانتقل من المدار الاول ($n=1$) الى المدار الرابع ($n=4$). ما هو تردد الفوتون الممتص؟ بعد ذلك حصلت عملية انبعاث تلقائية وعاد الكترن الى الحالة الارضية المستقرة، فما هو تردد الفوتون المنبعث خلال هذه العملية؟

ان طاقة الفوتون الممتص من قبل الكترن في الموجود في المدار الاول، ممكن حسابها من خلال القانون الاتي:

$$E = -13.6 \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \text{ eV}$$

$$\Delta E = 13.6 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \text{ eV/atom} \dots\dots\dots (31)$$

حيث ان ال (n_f) يمثل المدار النهائي (*final*) الذي انتقل اليه الكترن، اما ال (n_i) فيمثل المدار الذي بدأ (*initial*) منه الكترن الانتقال. ذكرت هذه المعادلة لحساب الطاقة رغم اختلافها ببعض الامور البسيطة عن المعادلة رقم (31)، والمبينة ادناها، حيث تحتوي المعادلة اعلاه على شحنة سالبة وارقام المدارات لها اماكن متبادلة وذلك لكونها تستعمل ايضا في العديد من مصادر الكيمياء والفيزياء، ولكن لا تختلف النتيجة المستحصل عليها من هاتين المعادلتين، وكما مبين:

$$E = -13.6 \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \text{ eV}$$

$$h \gamma = -13.6 \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \text{ eV}$$

$$\gamma = -\frac{13.6}{h} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \text{ eV}$$

$$\gamma = -\frac{13.6}{4.14 \times 10^{-15} \text{ eV}_i} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \text{ eV}$$

$$\gamma = -3.28 \times 10^{15} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \text{ Hz}$$

$$\gamma_{1 \rightarrow 4} = -3.28 \times 10^{15} \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{1^2} \right) \text{ Hz}$$

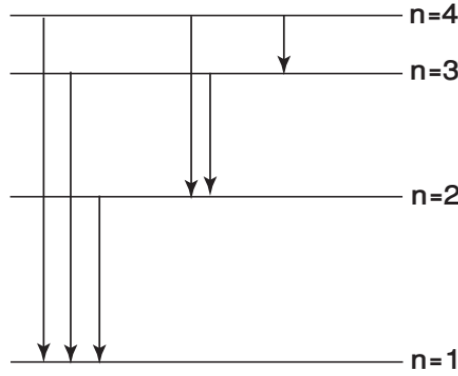
$$\gamma = -3.28 \times 10^{15} \left(\frac{1}{16} - 1 \right) \text{ Hz}$$

$$\gamma = -3.28 \times 10^{15} \times \frac{-15}{16} \text{ Hz}$$

$$\gamma = +3.08 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

نلاحظ ان الاشارة الموجبة للتردد تعني انه تم امتصاص الفوتون من قبل الالكترين وحصل الانتقال من مدار قريب للنواة الى آخر ابعد منه اليها.

في الانبعاث التلقائي (spontaneous emission) فان لالكترين اكثر من احتمال عندما ينتقل الى مدار اقرب منه الى النواة، وكما مبين في الشكل المخطط ادناه



في الانتقال المباشر (Direct Transition) من المدار (n=4) الى (n=1)، تبعث الالكترينات طاقتها (بشكل فوتونات)، بنفس التردد الذي جاء به الالكترين عندما امتصت طاقة الفوتونات وانتقل من المدار (n=1) الى المدار (n=4)، ولكن بعكس الاشاره (الاشارة تكون سالبة)، اي ان:-

$$\gamma'_{4 \rightarrow 1} = -3.08 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

***اما** إذا طبقنا المعادلة رقم (31) لحساب تردد الفوتون الممتص من قبل الالكترين عند الانتقال من المدار الاول المنتقل من الالكترين (n₁=1) الى المدار الرابع المنتقل اليه الالكترين (n₂=4)، وعليه سيكون:

$$E = 13.6 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \text{ eV/atom}$$

$$h \gamma = 13.6 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2} \right) \text{ eV/atom}$$

$$\gamma = \frac{13.6 \text{ eV}}{4.14 \times 10^{-15} \text{ eV}} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2} \right)$$

$$\gamma = \frac{13.6 \text{ eV}}{4.14 \times 10^{-15} \text{ eV}} \left(1 - \frac{1}{16} \right)$$

$$\gamma = 3.28 * 10^{15} * (0.94)$$

$$\gamma = 3.08 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

نلاحظ: ان قيمة التردد التي تم الحصول عليها من معادلة رقم (31) هي نفسها كقيمة وكأشارة، وعليه اي من المعادلتين ممكن ان تستخدم في الحل .

شرح و حل اضافي غير مطلوب في منطوق المثال، لكن ادرجته للفائدة

اما الانتقال غير المباشر (Indirect Transition) فله عدة احتمالات وهي:

(a) من المدار (n=4) ← (n=2) ← (n=1).

(b) من المدار (n=4) ← (n=3) ← (n=1).

(c) من المدار (n=4) ← (n=3) ← (n=2) ← (n=1).

كل انتقال (انبعاث) من الاحتمالات اعلاه ينتج عنها تردد بأشارة سالبة، والعكس بالعكس بالنسبة لانتقالات الامتصاص.

والآن لنحسب التردد الناتج عن كل انتقالات الانبعاث المتوقعة:

*تردد الانتقال من المدار (n=4) ← (n=2)

$$\gamma_{4 \rightarrow 2} = -3.28 \times 10^{15} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right) \text{ Hz}$$

$$\gamma = -6.15 \times 10^{14} \text{ Hz.}$$

*تردد الانتقال من المدار (n=2) ← (n=1)

$$\gamma_{2 \rightarrow 1} = -3.28 \times 10^{15} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) \text{ Hz}$$

$$\gamma = -2.46 \times 10^{15} \text{ Hz.}$$

*تردد الانتقال من المدار (n=4) ← (n=3)

$$\gamma_{4 \rightarrow 3} = -3.28 \times 10^{15} \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} \right) \text{ Hz}$$

$$\gamma = -1.6 \times 10^{14} \text{ Hz.}$$

*تردد الانتقال من المدار (n=3) ← (n=1)

$$\gamma_{3 \rightarrow 1} = -3.28 \times 10^{15} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right) \text{ Hz}$$

$$\gamma = -2.92 \times 10^{15} \text{ Hz.}$$

*تردد الانتقال من المدار (n=3) ← (n=2)

$$\gamma_{3 \rightarrow 2} = -3.28 \times 10^{15} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \text{ Hz}$$

$$\gamma = -4.57 \times 10^{14} \text{ Hz.}$$

Example (7): Determine the energy (joule) and wavenumber (cm^{-1}) of the transition from $n = 3$ to $n = 2$ for the hydrogen atom. (Ans.= $3.026 \times 10^{-19} \text{ J}$, $1.524 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$).

Example (8): What is the energy (in joules) and the wavelength (in meters) of the line in the spectrum of hydrogen that represents the movement of an electron from Bohr orbit with $n = 4$ to the orbit with $n = 6$? (Ans. = $7.566 \times 10^{-20} \text{ J}$, $2.626 \times 10^{-6} \text{ m}$)