

المحاكاة

Simulation

فرع الاحصاء وبحوث العمليات / المرحلة الرابعة

العام الدراسي ٢٠١٩/٢٠٢٠

الفصل الدراسي الثاني

اعداد التدريسي: د.فائز حسن علي



الفصل الثالث - المحاضرة الأولى

أمثلة عملية للمحاكاة

Practical Examples

المثال الأول : طابور الصف الواحد

Single Channel Queue



محل بقالة صغير له محاسب واحد يصل الزبائن إلى نقطة الدفع بشكل عشوائي يفصل بينهما أزمدة مابين وصول (Inter-arrival times (minutes) بين 1 و 8 دقائق وهذه الأزمدة لها نفس الإحتمالية للوصول كما مبين في الجدول رقم (1).

جدول رقم (1): توزيع أزمدة مابين الوصول

Time between Arrivals (AT)	Probability of AT (PAT)	Cumulative Prob. of AT (CAT)	Period Prob. of AT (PPAT)
1	0.125	0.125	0.0000-0.1250
2	0.125	0.250	0.1251-0.2500
3	0.125	0.375	0.2501-0.3750
4	0.125	0.500	0.3751-0.5000
5	0.125	0.625	0.5001-0.6250
6	0.125	0.750	0.6251-0.7500
7	0.125	0.875	0.7501-0.8750
8	0.125	1.000	0.8751-1.0000



أزمنة الخدمة (Service times (minutes) تتراوح ما بين 1 و 6 دقائق بإحتمالات كما في الجدول رقم (2).

جدول رقم (2): توزيع أزمنة الخدمة

Service Time (ST)	Probability of ST (PST)	Cumulative Prob. of ST (CST)	Period Prob. of ST (PPST)
1	0.10	0.10	0.000-0.100
2	0.20	0.30	0.101-0.300
3	0.30	0.60	0.301-0.600
4	0.25	0.85	0.601-0.850
5	0.10	0.95	0.851-0.950
6	0.05	1.00	0.951-1.000



المطلوب تحليل النظام بمحاكاة وصول وخدمة $NC=10$ زبونا.

والان نحتاج إلى توليد أزمنة مابين وصول وأزمنة خدمة لكل زبون وذلك بمعاينة البيانات في الجدولين السابقين ويمكن الاستفادة من طريقة التحويل العكسي والتي ستشرح بالتفصيل في باب توليد المتغيرات العشوائية.

- نولد عددين عشوائية بالفترة (0,1) لكل زبون لكل من AT و ST على التوالي.
- نقارن العددين المولدة ضمن التوزيع التراكمي (PPAT) و (PPST) في الجدولين (1) و (2) على التوالي.
- من التوزيع التراكمي نجد فترات الأعداد العشوائية التابعة لكل قيمة يأخذها المتغير العشوائي من العمودين (AT) و (ST) ونضعها امام الزبون i .

جدول (3) ازمنة مابين الوصول (AT) وأوقات الخدمة (ST) العشوائية لكل زبون من الزبائن.

Customer i	R_i For AT	AT(i)	R_i For ST	ST(i)
1	0.888	8	0.869	5
2	0.407	4	0.878	5
3	0.080	1	0.623	4
4	0.803	7	0.251	2
5	0.992	8	0.074	1
6	0.038	1	0.952	5
7	0.746	6	0.440	3
8	0.501	5	0.496	3
9	0.179	2	0.878	5
10	0.248	2	0.665	4

الآن نكون جدول يتتبع الزبائن أثناء مرورهم بالنظام، مع ملاحظة أن الزبون الأول له زمن ما بين وصول من ساعة الصفر للمحاكاة يحسب من الجدول كما ان زمن فراغ الخادم من ساعة الصفر حتى وصول الزبون الأول يحسب صفرا، حيث يتم حساب الاتي:

١. وقت بداية الخدمة (SS) Start of Service ويحسب بالعلاقة:

$$SS(i+1)=\max\{SS(i)+ST(i),CAT(i+1)\}, i=1,\dots,NC-1, SS(1)=CAT(1).$$

٢. وقت نهاية الخدمة (ES) End of Service ويحسب بالعلاقة:

$$ES(i)=ST(i)+SS(i), i=1,\dots,NC.$$

٣. الوقت المستغرق في الطابور (TQ) Time in Queue ويحسب بالعلاقة:

$$TQ(i)=SS(i)-CAT(i), i=1,\dots,NC.$$

٤. الوقت المستغرق في النظام (TS) Time in System ويحسب بالعلاقة:

$$TS(i)=ES(i)-CAT(i), i=1,\dots,NC.$$

٥. وقت قطع الخدمة من الخادم (الوقت الذي يتوقف فيه الخادم عن تقديم اي خدمة ضمن وقت الطابور) (IT) Idle time of Server ويحسب بالعلاقة:

$$IT(i+1)=SS(i+1)-ES(i), i=1,\dots,NC-1, IT(1)=0.$$



جدول رقم (4): جدول متابعة المحاكاة

C(i)	AT	CAT	ST	Start of Service (SS)	End of Service (ES)	Time in Queue (TQ)	Time in System (TS)	Idle time (IT) of server
1	8	8	5	8	13	0	5	0
2	4	12	5	13	18	1*	6	0
3	1	13	4	18	22	5*	9	0
4	7	20	2	22	24	2*	4	0
5	8	28	1	28	29	0	1	4
6	1	29	5	29	34	0	5	0
7	6	35	3	35	38	0	3	1
8	5	40	3	40	43	0	3	2
9	2	42	5	43	48	1*	6	0
10	2	44	4	48	52	4*	8	0
Tot.	44	TAT=44	TST=37		CES=52	TTQ=13 NWC=5	TTS=50	TIT=7



من الجدول رقم (4) يمكن حساب مقاييس الأداء للنظام:

١. متوسط زمن الإنتظار (WT) : $WT=TTQ/NC=13/10=1.3 \text{ min.}$

حيث ان $TTQ=13$ (Total Time in Queue) هو مجموع وقت البقاء في الطابور.

٢. إحتمالية عدد الاشخاص المنتظرين في الطابور (Prob. of Waiting in Queue (PWQ) : $PWQ=NWC/NC=5/10=0.5$

$$PWQ=NWC/NC=5/10=0.5$$

حيث ان $NWC=5$ (No. of Waiting Customer) هو عدد الزبائن الذين انتظروا في الطابور.

٣. فعالية الخادم (EOS) : $EOS=TST/CES=37/52=71\%$

حيث ان $TST=37$ (Total ST) هو مجموع ازمان الخدمة و $CES=52$ (Cumulative of ES) هو الزمن التراكمي لانتهاء الخدمة.

٤. متوسط زمن الخدمة (AST) : $AST=TST/NC=37/10=3.7 \text{ min.}$

٥. متوسط ازمة ما بين الوصول (AAT) : $AT=CAT(NC)/NC=44/10=4.4 \text{ min}$

٦. متوسط زمن الانتظار في الطابور (AIT) : $AIT=TTQ/NWC=13/5=2.6 \text{ min}$

حيث ان عدد الذين مكثوا في الطابور $(NWC)=5$.Number of waiting Customers

٧. متوسط زمن المكوث في النظام (ATS) : $ATS=TTS/NC=50/10=5 \text{ min.}$

حيث ان $TTS=50$ (Total Time in System) هو مجموع زمن المكوث في النظام.

