ex. 12 $\int \frac{e^{\sqrt{x}} - 1}{\sqrt{x}}\, dx$

Sol

$$\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\, dx - \int \frac{1}{\sqrt{x}}\, dx$$

$$= \int e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} * \frac{2}{2}\, dx - \int x^{-\frac{1}{2}}$$

$$= 2\int e^{\sqrt{x}} * \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c$$

$$= 2e^{\sqrt{x}} - 2x^{\frac{1}{2}} + c = 2e^{\sqrt{x}} - 2\sqrt{x} + c$$

H

REDMI NOTE 9 PRO
AI QUAD CAMERA

definite integration التكامل المحدد

* في هذا الموضوع من التكامل نضيف فقط حدود التكامل ونطبق القواعد الخاصة بالتكامل غير المحدد ونلغي ثابت التكامل (c)

ex① $\int_0^3 x \cdot 3^{x^2}\, dx$

Sol

$$\int_0^3 3^{x^2} \cdot x\, dx \quad * \frac{2}{2}$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^3 3^{x^2} \cdot 2x\, dx$$

$$= \frac{1}{2} * \frac{3^{x^2}}{\ln 3}\Big|_0^3 = \frac{1}{2\ln 3} \cdot 3^{x^2}\Big|_0^3$$

$$= \frac{1}{2\ln 3}\left[3^{(3)^2} - 3^0\right] = \frac{1}{2\ln 3}\left[3^9 - 1\right]$$

ex②: $\int_1^3 e^{3x} \cdot dx$

Sol

$$\int_1^3 e^{3x}\, dx \quad * \frac{3}{3}$$

$$= \frac{1}{3}\int_1^3 e^{3x} \cdot 3\, dx$$

$$= \frac{1}{3} e^{3x}\Big|_1^3 = \frac{1}{3}\left[e^{3\times 3} - e^{3\times 1}\right] = \frac{1}{3}\left[e^9 - e^3\right]$$

ex.3 $\displaystyle\int_2^6 \frac{dx}{x+2}$

Sol $\displaystyle\int_2^6 (x+2)^{-1}\,dx = \ln(x+2)\Big|_2^6$

$= \ln(6+2) - \ln(2+2)$

$= \ln 8 - \ln 4$

$= \ln 2^3 - \ln 2^2 = 3\ln 2 - 2\ln 2 = \ln 2$

REDMI NOTE 9 PRO
AI QUAD CAMERA

طرق التكامل
Method of integration

① Integration by parts التكامل بالتجزئة

* تستخدم هذه الطريقة عندما توجد دالتان مضروبتان ولا تمثل احدهما مشتقة للأخرى .

وبالصيغة التالية $\int f(x).g(x)dx$

** خطوات الحل -

① نفرض احدهما = u والأخرى = dv كالاتي

let $f(x) = u$, $g(x) = dv$

وبعدها نشتق (u) نحصل على ← du

ونكامل (dv) نحصل على ← v

② نطبق القانون

$$\boxed{u\,dv = u * v - \int v\,du}$$

حفظ

ex-1 $\int x \cos x\, dx$

Sol

let $u = x \longrightarrow du = dx$

let $dv = \cos x dx \longrightarrow v = \int \cos x dx = \sin x$

والآن نطبق القانون

$$\int u dv = u.v - \int v\, du$$

$$= x.\sin x - \int \sin x\, dx$$

$$= x \sin x - (-\cos x) + c$$

$$= x \sin x + \cos x + c$$

١٠

ex. 2 $\int \ln x \, dx$

Sol let $u = \ln x \longrightarrow du = \frac{1}{x} dx$

$dv = dx \Rightarrow v = x$

$\int u \, dv = u.v - \int v \, du$ تطبيق القانون

$\int \ln x \, dx = x . \ln x - \int \cancel{x} . \frac{1}{\cancel{x}} dx$

$= x \ln x - \int dx .$

$= x \ln x - x + c$

ملاحظة: - في بعض الاسئلة نفرض الفرض مرة للوصول الى الناتج النهائي .

ex. 3 $\int x^2 . e^x \, dx$

Sol let $u = x^2 \Rightarrow du = 2x \, dx$

let $dv = e^x dx \Rightarrow v = \int e^x dx = e^x$

نطبق القانون

$\int x^2 e^x dx = e^x . x^2 - \int 2x . e^x dx .$

$= e^x . x^2 - 2 \int x . e^x dx$

نفرض مرة اخرى

let $u = x \Rightarrow du = dx$

$dv = e^x dx \Rightarrow v = e^x$

$\therefore \int x^2 . e^x dx = x^2 . e^x - 2 \left[x . e^x - \int e^x dx \right]$

$= x^2 . e^x - 2xe^x - 2 \int e^x dx$

$\therefore \int x^2 . e^x dx = x^2 . e^x - 2xe^x - 2e^x + c$