ⓒ اذا كانت (m) زوجي و (n) فردي فنطبق العلاقة

$$\boxed{\cos^2 x = 1 - \sin^2 x}$$

ex-2 Evaluate $\int \sin^2 x \cdot \cos^3 x \, dx$

Sol

m = زوجي ، n = فردي

$$\int \cos^2 x \cdot \cos x \cdot \sin^2 x \, dx$$

$$= \int (1 - \sin^2 x) \cos x \cdot \sin^2 x \, dx$$

$$= \int \sin^2 x \cdot \cos x \, dx - \int \sin^4 x \cdot \cos x \, dx$$

$$= \frac{\sin^3 x}{3} - \frac{\sin^5 x}{5} + c$$

② اذا كانت (m) و (n) كلاهما زوجي فاننا نطبق القانون .

$$\boxed{\begin{aligned} \sin^2 x &= \tfrac{1}{2}(1-\cos 2x) \\ \cos^2 x &= \tfrac{1}{2}(1+\cos 2x) \end{aligned}}$$ حفظ

ex-3 : $\int \cos^2 x \cdot \sin^2 x \, dx$

Sol

$$\int \tfrac{1}{2}(1+\cos 2x) * \tfrac{1}{2}(1-\cos 2x)\,dx$$

$$= \tfrac{1}{4}\int (1+\cos 2x)(1-\cos 2x)\,dx$$

$$= \tfrac{1}{4}\int (1-\cos^2 2x)\,dx = \tfrac{1}{4}\left[\int dx - \int \cos^2 2x\,dx\right]$$

$$= \tfrac{1}{4}\left[\int dx - \tfrac{1}{2}\int (1+\cos 4x)\,dx\right]$$

$$= \tfrac{1}{4}\left[\int dx - \tfrac{1}{2}\int dx + \int \cos 4x\,dx * \tfrac{4}{4}\right]$$

$$= \tfrac{1}{4}\left[\int dx - \tfrac{1}{2}\int dx + \tfrac{1}{8}\int \cos 4x \cdot 4\,dx\right]$$

$$= \tfrac{1}{4}\left[x - \tfrac{1}{2}x + \tfrac{1}{8}\sin 4x\right] + c$$

$$= \tfrac{1}{4}x - \tfrac{1}{8}x + \tfrac{1}{32}\sin 4x + c$$

$$= \tfrac{1}{8}x + \tfrac{1}{32}\sin 4x + c$$

Reducing an improper fraction طريقة القسمة الطويلة

* تستخدم هذه الطريقة عندما تكون الدالة كسرية ودرجة البسط أكبر أو تساوي درجة المقام

* نتوقف عن القسمة عندما يكون المتبقي عدد ثابت أو متغير يحمل أس أقل من أس المقسوم عليه.

* في النهاية نطبق القانون التالي

$$\text{الناتج} \pm \frac{\text{الباقي}}{\text{المقسوم عليه}}$$

ex. 1 $\int \frac{x^2}{x^2+1}\,dx$

Sol

$$\begin{array}{r|l} & 1 \\ \hline x^2+1 & x^2 \\ & \mp x^2 \mp 1 \\ \hline & -1 \end{array}$$

$$\therefore \int \left(1 - \frac{1}{x^2+1}\right) dx$$

$$= \int dx - \int \frac{dx}{x^2+1} = x - \tan^{-1} x + c$$

معلومة حفظ

$$\int \frac{dx}{x^2+1} = \tan^{-1}$$

Ex-2

$$\int \frac{x^3-3x^2-4x+12}{x-3}$$

Sol

$$\int \left((x^2-4)+\frac{0}{x-3}\right)dx$$

$$= \int (x^2-4)\,dx$$

$$= \int x^2 dx - 4\int dx$$

$$= \frac{x^3}{3} - 4x + c$$

$$\begin{array}{r|l} & x^2-4 \\ \hline x-3 & x^3-3x^2-4x+12 \\ & \mp x^3 \pm 3x^2 \\ \hline & -4x+12 \\ & -4x+12 \\ \hline & 000 \end{array}$$

ex-3

$$\int \frac{4x^2-7}{2x+3}\,dx$$

Sol $\int (2x-3)\,dx + 2\int \frac{dx}{2x+3} * \frac{2}{2}$

$$= \int 2x\,dx - 3\int dx + \frac{2}{2}\int \left(\frac{dx}{2x+3}\right)\cdot 2dx$$

$$= 2 * \frac{x^2}{2} - 3x + \ln(2x+3) + c$$

$$\begin{array}{r|l} & 2x-3 \\ \hline 2x+3 & 4x^2-7 \\ & \mp 4x^2 \mp 6x \\ \hline & -6x-7 \\ & \pm 6x \pm 9 \\ \hline & 2 \end{array}$$

ex-4 $\displaystyle\int \frac{(x-2)^3}{x^2-4}\,dx$

Sol

$$= \int \frac{(x-2)^2\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}(x+2)}\,dx = \int \frac{(x-2)^2}{(x+2)}\,dx$$

$$= \int \frac{x^2-4x+4}{(x+2)}$$

$$\begin{array}{r|l} & x-6 \\ \hline x+2 & x^2-4x+4 \\ & \mp x^2 \mp 2x \\ \hline & -6x+4 \\ & \pm 6x \pm 12 \\ \hline & 16 \end{array}$$

$$= \int \left[(x-6) + \frac{16}{x+2}\right] dx$$

$$= \int x\,dx - 6\int dx + 16\int \frac{dx}{(x+2)}$$

$$= \frac{x^2}{2} - 6x + 16\ln(x+2) + c$$