Continuity الاستمرارية

تعريف :- يقال للدالة f بأنها دالة مستمرة عند النقطة c اذا حققت الشروط التالية

1. f(c) is defined معرفة
2. lim f(x) exist.
3. lim f(x) = f(c)

خطوات حل الاستمرارية :

١- نستخرج قيمة الدالة عند القيمة المعطاة لـ (x)
٢- نجد غاية الدالة عند نفس القيمة .

اذا كانت الدالة تمتلك (> او <) عند نفس القيمة فأنها تمتلك غاية لليمين ولليسار فيجب ان تكون غاية اليمين تساوي غاية اليسار .

فهنا لا يحدد استمرارية الدالة بعد ذلك تقارنها مع قيمة الدالة فيجب ان تكون

$$\boxed{\lim f(x) = f(c)}$$

ex ①: If $f(x) = x^2 - 4$

برهن على ان الدالة
مستمرة عند النقطه $(x=3)$

Solution:

① الدالة معرفه عند النقطه (3) لأنها
دالة متعددة الحدود.

② نجد قيمه الدالة عند النقطه (3).

$$f(x) = x^2 - 4$$

$$f(3) = (3)^2 - 4 = 9 - 4 = 5$$

③ نجد غاية الدالة عند النقطه (3).

$$\lim_{x \to 3} (x^2 - 4) = (3)^2 - 4 = 9 - 4 = 5$$

$$\therefore f(3) = \lim_{x \to 3} f(x)$$

∴ الدالة مستمرة عند النقطه $(x=3)$.
اي أن

(f is Continuity at $x = 3$)

ex ②: is the function $f(x) = \frac{1}{x-2}$ is Cont. at $\boxed{x=2}$

Sol: $f(x) = \frac{1}{x-2} \Rightarrow f(2) = \frac{1}{2-2} = \frac{1}{0} = \infty$

∴ الدالة غير معرفه عند النقطه (2)

∴ الدالة غير مستمرة مطلقا.

REDMI NOTE 8 PRO
64MP QUAD CAMERA

ex. 3 : If $f(x) = \frac{x^3 - 27}{x - 3}$ is the Function Continous at $x = 3$

sol : ① $f(x) = \frac{x^3 - 27}{x - 3}$

$f(3) = \frac{(3)^3 - 27}{3 - 3} = \frac{0}{0} = 0$

② $\lim_{x \to 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3} = \lim_{x \to 3} \frac{\cancel{(x-3)}(x^2 + 3x + 9)}{\cancel{(x-3)}}$

$= \lim_{x \to 3} (x^2 + 3x + 9) = 9 + 9 + 9 = 27$

$\therefore f(3) \neq \lim_{x \to 3} f(x)$

∴ الداله ليست مستمرة عند النقطة $(x=3)$

∴ f is not cont at $x = 3$

ex. 4 ,

If $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x+4} - 2}{x} & \text{when } x > 0 \\ x^4 + 12x^3 + 0.25 & \text{when } x \leq 0 \end{cases}$

is f is cont at $x = 0$

Sol: ① $f(x) = x^4 + 12x^3 + 0.25$

$f(0) = (0)^4 + 12(0)^3 + 0.25 = 0 + 0 + 0.25 = \boxed{0.25}$

② . ∵ لدينا > او < فنأخذ

Lim من جهة اليمين , Lim من جهة اليسار

$$\therefore \lim_{x \to 0^+} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x} \cdot \frac{\sqrt{x+4} + 2}{\sqrt{x+4} + 2}$$

$$= \lim \frac{x + \cancel{4} - \cancel{4}}{x(\sqrt{x+4} + 2)} = \lim_{x \to 0^+} \frac{\cancel{x}}{\cancel{x}(\sqrt{x+4} + 2)}$$

$$= \lim \frac{1}{\sqrt{x+4} + 2} = \frac{1}{\sqrt{0+4} + 2} = \frac{1}{2+2} = \frac{1}{4} = 0.25$$

نجد Lim من جهة اليسار

$$\lim (x^4 + 12x^3 + 0.25) = (0)^4 + 12(0)^3 + 0.25$$

$$= 0.25$$

$$\therefore \lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^-} f(x) = f(0).$$

$\therefore$ f is cont at $x = 0$

Ex.

جد قيمة a التي تجعل الدالة

$$f(x) = \begin{cases} x^2-1 & x<3 \\ 2ax & x \geq 3 \end{cases}$$

cont at $x=3$

مستمرة عند النقطة (3)

Sol : ذكر في السؤال أن الدالة مستمرة عند (x=3) :

$$\therefore \lim_{x\to 3^+} f(x) = \lim_{x\to 3^-} f(x)$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 3^+} (2ax) = \lim_{x\to 3} (x^2-1)$$

$$2a * 3 = (3)^2-1 \Rightarrow 6a = 9-1$$

$$\therefore 6a = 8 \Longrightarrow a = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$