Ex.9 جد D_f ، R_f للدالة

$$y = \frac{x}{|x|}.$$

Sol $y = \frac{x}{|x|} \Rightarrow y = \begin{cases} \frac{x}{x} & x > 0 \\ \frac{x}{-x} & x < 0 \end{cases} \Rightarrow$

$$y = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

$D_f = R \setminus \{0\}$ and $R_f = \{1, -1\}$

تمارين واجب

① $y = x^2 + 1$

② $y = \sqrt{x^2 - 4}$

③ $y = \frac{3}{x-2}$

④ find the Domain only for

$y = \sqrt{x-5} + \sqrt{8-x}$

⑤ find the Domain and the Range

$y = \frac{2x}{x-1}$

Operation on function

<u>Definition:</u> Given function f and g, their.

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$$
$$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$$
$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$
$$(f/g)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

Ex. Let f and g be the function defined by

$f(x) = \sqrt{5-x}$ and $g(x) = \sqrt{x-3}$ then

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = \sqrt{5-x} + \sqrt{x-3}$$
$$(f-g)(x) = f(x) - g(x) = \sqrt{5-x} - \sqrt{x-3}$$
$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = \sqrt{5-x} \cdot \sqrt{x-3}$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\sqrt{5-x}}{\sqrt{x-3}}$$

ملاحظات: اذا كانت f, g دالة

1- المجموع $f+g$ يمثل داله منطلقها $D_f \cap D_g$ وتكون معرفه كما يلي

$$(f+g)(x) = f(x)+g(x)$$

2- الفرق $f-g$ يمثل دالة منطلقها $D_f \cap D_g$ وتكون معرفه كما يلي

$$(f-g)(x) = f(x)-g(x)$$

3) حاصل ضرب $f \cdot g$ يمثل دالة منطلقها $D_f \cap D_g$ وتكون معرفه كما يلي

$$(f\cdot g)(x) = f(x)\cdot g(x)$$

4) حاصل القسمة $\frac{f}{g}$ يمثل دالة منطلقها

الاعداد التي تجعل المقام = 0

$$D_f \cap D_g \setminus \{x : g(x) = 0\}$$

وتكون معرفه بالشكل

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

تعريف :

let $f : A \longrightarrow B$

$g : B \longrightarrow C$ دالتين فأن

$f \circ g = f(g(x))$

$g \circ f : A \longrightarrow C$

دالة من A الى C وتكون معرفة بالشكل

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

وان مجال الدالة $g \circ f$ معرفة بالشكل

$$D_{g \circ f} = \{ x \in D_f : f(x) \in D_g \}$$

$\boxed{Ex.1}$ جد $f \circ g$ ، $g \circ f$ ثم حدد المنطلق في كل حالة

$f(x) = x^2 + 3 \quad , \quad g(x) = \sqrt{x}$

Sol :

حسب التعريف $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x}) = (\sqrt{x})^2 + 3$

$= x + 3$

$D_f = R \quad , \quad D_g = [0, \infty)$

$\therefore D_{f \circ g} = \{ x \in D_g : g(x) \in D_f \}$

$= \{ x \in [0, \infty) : \sqrt{x} \in R \}$

$= \{ x \in [0, \infty) : g(x) = \sqrt{x} \in R$

$\therefore D_{f \circ g} = [0, \infty) \Longrightarrow \cancel{f \circ g}\ (f \circ g)(x) = x + 3 \quad , \quad x \geq 0$

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x^2+3) = \sqrt{x^2+3}$

$D_{g \circ f} = \{ x \in D_f : f(x) \in D_g \}$

$= \{ x \in R : f(x) = x^2+3 \in [0, \infty)$

$\therefore D_{g \circ f} = R \Longrightarrow (g \circ f)(x) = \sqrt{x^2+3}$

Ex 2 لتكن $f(x) = 2x+1$

جد الدالة $g(x)$ بحيث ان

~~Bxfor~~ $(f \circ g)(x) = x^3$

Sol : $x^3 = (f \circ g)(x) = f(g(x))$

$x^3 = 2(g(x)) + 1$

اي ان $g(x) = \dfrac{x^3+1}{2}$