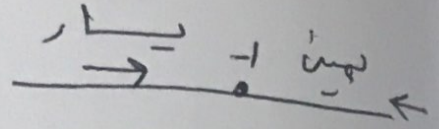


$$\textcircled{b} \cdot \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{|x|}{x} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{|x|}{x} = -1 \Rightarrow$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{|x|}{x} = -1$$



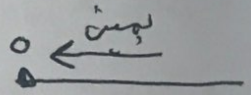
Ex 3: $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x}$, $\lim_{x \rightarrow 9} \sqrt{x}$

دس : $\therefore D_f = [0, \infty) \Rightarrow$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} = \sqrt{0} = 0$ and $\lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{x}$ does not

exist $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x}$ does not exist.

لا توجد النهاية لأن x لا يمكن أن يكون سالباً



$\lim_{x \rightarrow 9^+} \sqrt{x} = \sqrt{9} = 3$ and

$\lim_{x \rightarrow 9^-} \sqrt{x} = \sqrt{9} = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 9} \sqrt{x}$ exist.

س (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$, (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{x}$

Sol: (a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = \infty$ and $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$

$\Rightarrow \infty \neq -\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$ does not exist

(b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-1}{x} = -\infty$ and $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-1}{x} = \infty \Rightarrow$

$\Rightarrow -\infty \neq \infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{x}$ does not exist

تعريف: - يقال لدالة $p(x)$ (المعرفة بالشكل: -

$$p(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_{n-1} x^{n-1} + a_n x^n$$

متعددة حدود (polynomial) من الدرجة n حيث
ان n عدد صحيح غير سالب، وأن

(a_0, a_1, \dots, a_n) هي اعداد حقيقية.

Example

① $p(x) = 3x^4 - 5x^2 + 7$ (متعددة حدود من الدرجة 4)

② $p(x) = 2$ (متعددة حدود من الدرجة 0)

③ $p(x) = \frac{1}{x^2} = x^{-2}$ (ليست متعددة حدود
لأن -2 ليس لها سالب)

ملاحظة: - لتكن $p(x)$ هي متعددة حدود فان:

$$\lim_{x \rightarrow a} p(x) = p(a)$$

Examples

Ex:1 $\lim \frac{5x+4}{x-3}$

Sol: - $\lim \frac{5x+4}{x-3} = \frac{\lim_{x \rightarrow 2} (5x+4)}{\lim_{x \rightarrow 2} (x-3)} = \frac{(5 \times 2 + 4)}{(2-3)} = \frac{14}{-1} = -14$

Ex:2 $\left[\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 3) \right]^4 = (-1-3)^4 = (-2)^4 = (-2)^4 = 16$

Ex:3 $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$

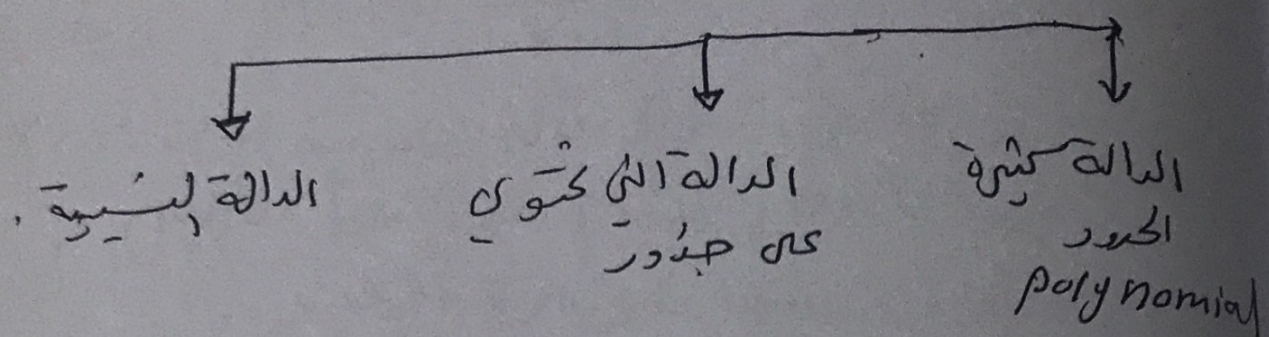
Sol $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4} = \frac{\lim_{x \rightarrow 4} (\sqrt{x}-2)}{\lim_{x \rightarrow 4} (x-4)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 4} (\sqrt{x}-2)}{\lim_{x \rightarrow 4} (\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$

هذا الحد من الفرق بين المربعين لا $(x-4)$ لأن x يمكن كتابته $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}$

$$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{\sqrt{x}+2} = \frac{1}{\sqrt{4}+2} = \frac{1}{4}$$

الغاية (Limit)

الغاية



الدالة كثيرة الحدود هي الدالة التي لا تحتوي على x في المقام ولا تحتوي على جذر أي لا يوجد x تحت الجذور ذات أسس موجبة

مثال
 $f(x) = x^2 + 5x + 7$

ملاحظة: - الغاية في كثيرة الحدود هو التعويض المباشر

Ex Find $\lim_{x \rightarrow 1} (3x - 4)$ بالدالة

Sol : الدالة كثيرة الحدود لأن لا تحتوي على كسور
 كما أنها مباشرة

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} (3x - 4) &= (3(1) - 4) \\ &= 3 - 4 = -1 \end{aligned}$$