The Method of false position

طريقة الموضع الكاذب

① نقوم بعملية دالة f في نقطة البداية ونقطة النهاية أي x_1, x_2 و $f(x_2) \cdot f(x_1) < 0$

معناه يوجد جذر للدالة f بين النقطتين x_1 و x_2 أي $\exists\, x$ s.t $f(x) = 0$

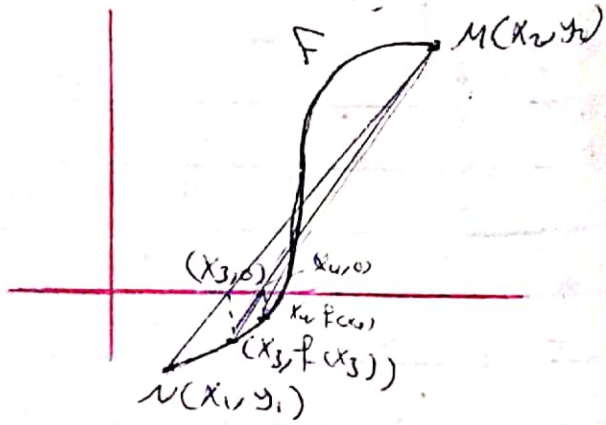
② نرسم مستقيم بين النقطتين M و N والمستقيم MN سوف يتقاطع مع x-axis

تقريب للدالة f لإيجاد الجذر ، أي معادلة المستقيم MN هي

$$\frac{y-y_2}{x-x_2} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

نفرض أن المستقيم يتقاطع مع x بالنقطة $(x_3, 0)$ نعوض هذه النقطة في معادلة المستقيم لنحصل على

$$\frac{-y_2}{x_3-x_2} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$



$$x_3 - x_2 = \frac{-y_2(x_2-x_1)}{y_2-y_1}$$

$$x_3 = \frac{x_2(y_2-y_1) + x_1 y_2 - x_2 y_2}{y_2-y_1}$$

$$x_3 = \frac{x_1 y_2 - x_2 y_1}{y_2-y_1} = \frac{x_1 f(x_2) - x_2 f(x_1)}{f(x_2) - f(x_1)}$$

$$x_{i+1} = \frac{x_{i-1} f(x_i) - x_i f(x_{i-1})}{f(x_i) - f(x_{i-1})}$$

1.8

Ex $f(x) = e^{-x} - 3x \quad [0, 1], \quad x_1 = 0, \quad x_2 = 1$

$f(x_1) = 1, \quad f(x_2) = -.28171$

$$x_3 = \frac{x_1 f(x_2) - x_2 f(x_1)}{f(x_2) - f(x_1)} = \frac{-1}{-1.281718172} = .780202717$$

$f(x_3) = -.1586 \quad \longrightarrow \quad (x_2 = x_3 ;\ f(x_2) = f(x_3))$

$$x_4 = \frac{x_1 f(x_3) - x_3 f(x_1)}{f(x_3) - f(x_1)} \Rightarrow x_4 = .67334686$$

$f(x_4) = - -$

$x_3 = x_4, \quad f(x_3) = f(x_4)$

$$x_5 = \frac{x_1 f(x_4) - x_4 f(x_1)}{f(x_4) - f(x_1)} = .780202719$$

$\vdots$

$x_{10} = .61906439, \quad x_{11} = .6190621 9$

$Err = .000002 = .2 \times 10^{-5}$

1.9 **Newton Raphson method**

تعتبر هذه الطريقة من اهم طرق ايجاد الجذر نظراً للتطبيقات والتقريب الذي نحصل عليه منه

استنتاج نيوتن العددي

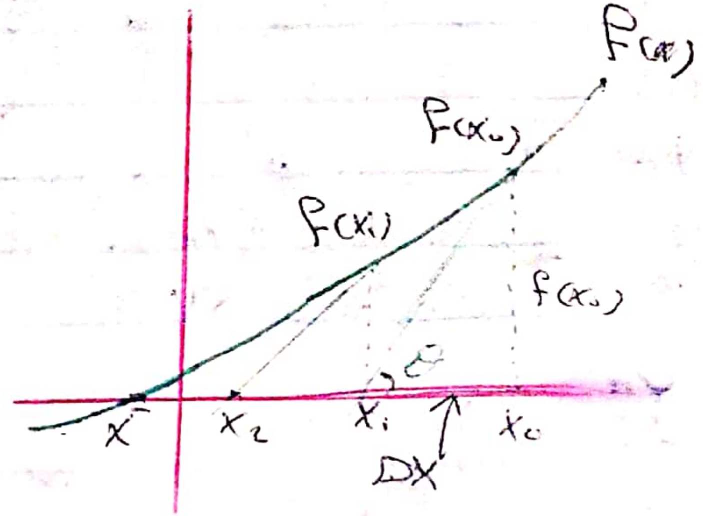
$$DX = x_0 - x_1$$

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0)}{DX} \Rightarrow DX = \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

$$x_0 - x_1 = \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$



1.10 **طريقة تيلر**

x_{i+1} is root

$$0 = f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i)(x_{i+1} - x_i) + \frac{f''(x_i)}{2!}(x_{i+1} - x_i)^2 + \cdots$$

نهمل الحد من التربيع فما فوق

$$f(x_i) + f'(x_i)(x_{i+1} - x_i) = 0$$

$$x_{i+1} - x_i = -\frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \quad , \quad x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

1.11 (Example) اوجد جذور المعادلة $F(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ بطريقة نيوتن رافسون $x_0 = 1.75$ ، $x_0 = .5$

① when $x_0 = .5$

$F'(x) = 3x^2 - 12x + 11$

$$X_1 = X_0 - \frac{F(X_0)}{F'(X_0)} = .5 - \frac{\quad}{\quad} = .826$$

$$X_2 = .826 - \frac{F(.826)}{F'(.826)} = .9676$$

$$X_3 = .9676 - \frac{F(.9676)}{F'(.9676)} = .9999968, \quad X_4 = 1$$

2) when $x_0 = 1.75$

$$X_1 = 1.75 - \frac{F(1.75)}{F'(1.75)} = 2.03846$$

$$X_2 = 2.03846 - \frac{F(2.03846)}{F'(2.03846)} = 1.99988$$

$$X_3 = 1.99988 - \frac{F(1.99988)}{F'(1.99988)} = 2$$

نلاحظ أن انه لو مثلاً $X_2 = X_0$ أو الفرق بينهم قليل جدا وعندنا $f(x_0) = 0$

لما [illegible] جذر حقيقي في جوار [illegible]