

Topology

التبولوجي

مروه مكي دحام سالم

لطلاب المرحلة الرابعة - قسم الرياضيات - كلية العلوم - الجامعة المستنصرية

## **Contents:**

- **Introduction**
- **Definition**
- **Examples**
- **Homework**
- **References**

## Introduction

### ماذا تعني كلمة التبولوجي

تنقسم كلمة التبولوجي الى مقطعين المقطع الاول topo والذي يعود الى اصل يوناني من كلمة Topos والتي تعني المكان ومن المقطع الثاني وهو logy وايضا يعود اصله الى كلمة يونانية logos وتعني الدراسة اذا فالتبولوجي هو الهندسة الحديثة في دراسة جميع التراكيب و المكونات للفضاءات المختلفة او بمعنى ايسر هو علم دراسة المكان و لتوضيح مفهوم التبولوجي فلنتخيل انك تمتلك اشكال هندسية مثل المربع والمثلث و اردت ان تعرف اوجه الاختلاف بين المربع والمثلث طبقا للهندسة التقليدية فكل شكل له خصائص معينة فمنها تستطيع معرفة اوجه الاختلاف بينهما ولكن طبقا للتبولوجي فالمربع والمثلث لا يوجد بينهما اختلاف واحد اي انهما متكافئين في التبولوجي تتم معاملة الاشكال التي تمتلك نفس عدد الفجوات نفس المعاملة ولا يوجد بينهما اي اختلاف لانه يمكنك بكل بساطة الحصول على المثلث من المربع او العكس عن طريق اعادة تشكيله وهذا هو الفارق الجوهرى بين الهندسة التقليدية والهندسة التبولوجية

## What is a topology ?

Let  $X$  be a nonempty set and  $\mathcal{T}$  be a family of subsets of  $X$ , we say  $\mathcal{T}$  is a topology on  $X$  if satisfy the following conditions

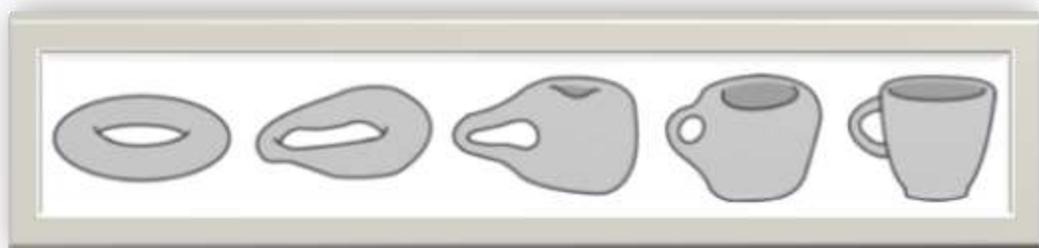
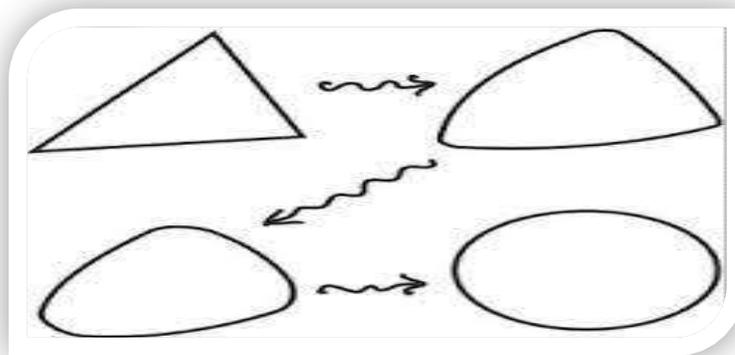
1-  $X, \emptyset \in \mathcal{T}$

2- if  $u, v \in \mathcal{T}$ , then  $u \cap v \in \mathcal{T}$

The finite intersection of elements from  $\mathcal{T}$  is again an elements of  $\mathcal{T}$

3- The finite or infinite union of elements from  $\mathcal{T}$  is again an elements of  $\mathcal{T}$ ,

We called a pair  $(X, \mathcal{T})$  topological space.



## For Examples :

### Example 1:

Let  $X = \{ a, b, c \}$ ,  $\mathcal{T} = \{ X, \emptyset, \{a\} \}$   
Is  $\mathcal{T}$  topology on  $X$ .

### Solution:

$\mathcal{T}$  Is a topology on  $X$   
Since its satisfy the three conditions of topology

ملاحظة:  
نستنتج ان الشرط الاول متحقق لوجود  $\emptyset$   
و  $X$  في  $\mathcal{T}$   
وتقاطع اي عنصرين من عناصر  $\mathcal{T}$  ايضا  
موجود في  $\mathcal{T}$   
وكذلك اتحاد اي عنصرين من عناصر  $\mathcal{T}$   
موجود في  $\mathcal{T}$

**Example 2:**

Let  $X = \{ a, b, c \}$ ,  $\mathcal{T} = \{ X, \emptyset, \{a,b\}, \{a,c\} \}$   
Is  $\mathcal{T}$  topology on  $X$ .

**Solution:**

$\mathcal{T}$  Is not a topology on  $X$   
Since  $\{a,b\} \cap \{a,c\} = \{a\}$  not belong to  $\mathcal{T}$   
Then the condition two is not satisfy

ملاحظة:

نستنتج ان الشرط الاول متحقق لوجود  $\emptyset$  و  $X$  في  $\mathcal{T}$

وكذلك اتحاد اي عنصرين من عناصر  $\mathcal{T}$  موجود في

$\mathcal{T}$   
ولكن نواجه مشكل في شرط التقاطع لهذا لا يتحقق  
التبولوجي في هذا المثال

**Example 3:**

Let  $X = \{ a, b, c \}$ ,  $\mathcal{T} = \{ X, \emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a,c\} \}$   
Is  $\mathcal{T}$  topology on  $X$ .

**Solution:**

$\mathcal{T}$  Is not a topology on  $X$   
Since  $\{a\} \cup \{b\} = \{a,b\}$  not belong to  $\mathcal{T}$   
Then the condition tree is not satisfy

ملاحظة:

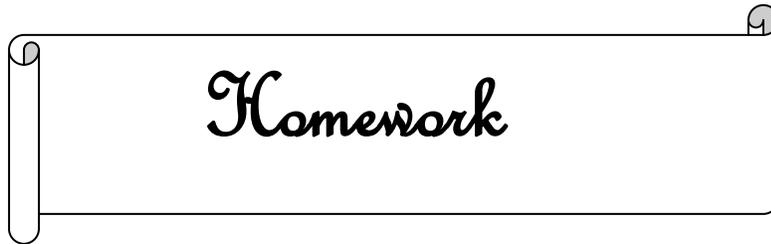
نستنتج ان الشرط الاول متحقق لوجود  $\emptyset$   
و  $X$  في  $\mathcal{T}$   
وتقاطع اي عنصرين من عناصر  $\mathcal{T}$  ايضا  
موجود في  $\mathcal{T}$   
ولكن نواجه مشكلة في الاتحاد  
لهذا لا يتحقق التبولوجي في هذا المثال

## Homework

1- Let  $X = \{1,2,3,4\}$  ,  $\mathcal{T} = \{\emptyset, X, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2,3\}\}$ , then is  $\mathcal{T}$  is a topology on  $X$  ? (H.W)

2- Let  $X = \{2,4,5,6\}$  ,  $\mathcal{T} = \{X, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{2,3,4\}\}$ , then is  $\mathcal{T}$  is a topology on  $X$  ? (H.W)

3- Let  $X = \{F,G,H,J\}$  ,  $\mathcal{T} = \{X, \{F\}, \{G\}, \{J\}\}$ , then is  $\mathcal{T}$  is a topology on  $X$  ? (H.W)



## References

- [1] S. Willard, General topology, Addison Wesley Publishing Company, Inc, USA,1970
- [2] R.Englking, Outline of general topology ,Amsterdam, 1989
- [3] N.Bourbaki, General topology, part I, Addison Wesley, Reading, Mass, 1996

