النموذج الثنائي (dual model) لـ (prime mode) ذا الأمان القوي الأدنى

Canonical forms القانونية

ual problem when primal is in canonical form

ن للعلم / بأن الصيغة القانونية على أنه البرنامج الخطي هي كالآتي :

$$\max X_0 = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$\text{s.to} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i \quad , i = 1, 2, \dots, m$$

$$j = 1, 2, \dots, n$$

$$x_j \geq 0$$

وعليه فإن النموذج الثنائي dual للنموذج الأولي primal ذا الصيغة القانونية كما يلي :

$$\min y_0 = \sum_{i=1}^{m} b_i y_i$$

$$\text{s.to} \sum_{i=1}^{m} a_{ij} y_i \geq c_i \quad j = 1, \dots, n$$

$$i = 1, 2, \dots, m$$

$$y_i \geq 0$$

حيث y_i تمثل متغيرات النموذج الثنائي

مثال / اكتب النموذج الثنائي (المقابل) للبرنامج الخطي التالية
write the dual model for following LP.

$$\max X_0 = 5X_1 + 6X_2$$

$$\text{s.t} \quad X_1 + 9X_2 \leq 60 \rightarrow y_1$$
$$2X_1 + 3X_2 \leq 45 \rightarrow y_2$$
$$5X_1 - 2X_2 \leq 20 \rightarrow y_3$$
$$X_2 \leq 30 \rightarrow y_4$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

Dual

$$\min y_0 = 60y_1 + 45y_2 + 20y_3 + 30y_4$$

$$\text{s.to} \quad y_1 + 2y_2 + 5y_3 \geq 5$$
$$9y_1 + 3y_2 - 2y_3 + y_4 \geq 6$$
$$y_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3, 4$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

النموذج الثنائي اذا كان النموذج الاولي بالشكل القياسي:

Dual problem when primal is in standard form

لقد ذكرنا سابقا انه في الصيغة القياسية لمسألة البرمجة الخطية تكون جميع القيود عبارة عن معادلات والآن نبين فيما يلي انه لكل قيد مساواة (equality constrain) في المسألة الاولية (او الثنائية) يناظر متغير غير مقيد بالاشارة في الثنائية (الاولية).

فاذا كانت مسألة البرمجة الخطية التالية بالشكل القياسي

$$\text{Max } X_0 = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i \qquad i = 1, 2, \dots m$$

$$x_j \geq 0 \qquad j = 1, 2, \dots n$$

فان النموذج المقابل لها كالاتي

$$\text{Min } y_0 = \sum_{i=1}^{m} b_i y_i$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{m} a_{ij} y_i \geq c_j \;, \quad j = 1, 2, \dots n$$

y_i (unrestricted in sign) غير مقيد بالاشارة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إذا كانت مسألة البرمجة الخطية بالشكل التالي

$$\max X_0 = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$\text{s.t.o} \quad \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i \;, \quad i = 1, 2, \dots m$$

$$x_j \quad \text{(unrestricted in sign)}$$

فإن النموذج المقابل لها سيكون كالآتي

$$\min y_0 = \sum_{i=1}^{m} b_i y_i$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{i=1}^{m} a_{ij} y_i = c_j \;, \quad j = 1, 2, \dots n$$

$$y_i \geq 0$$

الممسوحه ضوئيا بـ CamScanner

فيما يلي تجميعة من الأمثلة التوضيحية لكيفية كتابة المسألة الثنائية

ex write the dual form for prime model following

① $\max X_0 = 5X_1 + 12X_2 + 4X_3$

s.t. $X_1 + 2X_2 + 3X_3 \leq 5$ -- y_1

$2X_1 + X_2 + 3X_3 = 2$ -- y_2

$X_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3$

الحل

$\min y_0 = 5y_1 + 2y_2$

s.t $y_1 + 2y_2 \geq 5$

$2y_1 - y_2 \geq 12$

$3y_1 + 3y_2 \geq 4$

$y_1 \geq 0$, y_2 unrestricted in sign

ملاحظة: كل قيد مساواة يمثل لمتغير حر قيد بإشارة، كل متغير حر قيد بإشارة يناظر قيد مساواة، لذلك لدينا المتغير الثاني y_2 المقابل للقيد الثاني حر دون قيد الإشارة

مثال

$\max X_0 = X_1 + X_2$

s.t $3X_1 + X_2 + X_3 \leq 6$ - y_1

$X_1 - X_2 + X_3 = 4$ y_2

$-X_1 - 2X_2 \leq -1$ y_3

$X_i \geq 0; \quad i = 1, 2, 3$

$\min y_0 = 6y_1 + 4y_2 - y_3$

s.t. $3y_1 + y_2 - y_3 \geq 1$

$y_1 - y_2 - 2y_3 \geq 1$

$y_1 + y_2 \geq 0$

$y_1 \geq 0$, $y_2 \geq 0$, y_3 unrestricted

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الحل Max $X_0 = X_1 + X_2$

s.to $2X_1 + X_2 = 5 \quad - y_1$

$3X_1 - X_2 = 6 \quad - y_2$

X_1, X_2 unrestricted

الحل Min $y_0 = 5y_1 + 6y_2$

s.to

$2y_1 + 3y_2 = 1$

$y_1 - y_2 = 1$

(y_1, y_2) unrestricted in sign

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner