

Gauss Seidel Method

خوارزمية / قسم (8)

This method like the Jacobi method converges if the coefficient matrix A is diagonally dominant.

So given as $n \times n$ system of equation the general iteration process can be written as:

$$x_1^{(k+1)} = \frac{b_1 - a_{12}x_2^{(k)} - a_{13}x_3^{(k)} - \dots - a_{1n}x_n^{(k)}}{a_{11}}$$

$$x_2^{(k+1)} = \frac{b_2 - a_{21}x_1^{(k+1)} - a_{23}x_3^{(k)} - \dots - a_{2n}x_n^{(k)}}{a_{22}}$$

⋮

$$x_i^{(k+1)} = \frac{b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^n a_{ij}x_j^{(k)}}{a_{ii}}$$

$$x_n^{(k+1)} = \frac{b_n - a_{n1}x_1^{(k+1)} - a_{n2}x_2^{(k+1)} - \dots - a_{n,n-1}x_{n-1}^{(k+1)}}{a_{nn}}$$

$$\Rightarrow x_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}} \left[b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^n a_{ij}x_j^{(k)} \right], i=1, \dots, n$$

Here as in the case of the Jacobi method, we assume that the pivots a_{ii} are non-zero.

خوارزمية طريقة Gauss Seidel

1) بعد ترتيب المعادلات بحيث تكون عناصرها (عبارتها) الرئيسية والتبعية $(a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn})$ أكبر قيمة ممكنة بحيث التقدر على اشتراكها.

2) تكتب المعادلات بترتيب العجايل لكي يأتي

$$x_1 = \frac{b_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3}{a_{11}}$$

$$x_2 = \frac{b_2 - a_{21}x_1 - a_{23}x_3}{a_{22}}$$

$$x_3 = \frac{b_3 - a_{31}x_1 - a_{32}x_2}{a_{33}}$$

وذلك

١٠) نعرف قيمة أولية للجداول (--- x_1, x_2, x_3) لغرض البداية في
الحل وغالباً ما تكون هذه القيم صفراً

١١) عند حساب أي خطوة لإيجاد الجداول نوضح مباشرة في أي خطوة
التالية لا يجازى خطوة الحصول التي يليها

١٢) تتم تكرار الخطوة أعلاه حتى الوصول للدقة المطلوبة

Solve by Gauss Seidel method correct
إبهر ترتيباً للدراسة (3D)

$$x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 9 \quad \text{--- (1)}$$

$$10x_1 + x_2 - x_3 = 20 \quad \text{--- (2)}$$

$$x_1 + 10x_2 + x_3 = 13 \quad \text{--- (3)}$$

Solution

$$10x_1 + x_2 - x_3 = 20 \quad \text{--- (1)}$$

$$x_1 + 10x_2 + x_3 = 13 \quad \text{--- (2)}$$

$$x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 9 \quad \text{--- (3)}$$

$$\text{Let } x_2 = x_3 = 0$$

i	$x_1 = (20 - x_2 + x_3)/10$	$x_2 = (13 - x_1 - x_3)/10$	$x_3 = (9 - x_1 - 2x_2)/9$
1	$\frac{20 - 0 - 0}{10} = 2$	$\frac{13 - 2 - 0}{10} = 1.1$	$\frac{9 - 2 - 2(1.1)}{9} = 0.986$
2	$\frac{20 - 1.1 + 0.986}{10} = 1.986$	$\frac{13 - 1.986 - 0.986}{10} = 1.0006$	$\frac{9 - 1.986 - 2(1.0006)}{9} = 1.0006$
3	1.9995	1.0000	1.0001
4	2.0000	1.0000	1.0000
	$x_1 = 2$	$x_2 = 1$	$x_3 = 1$

لتحقق من صحة اكل لقوى القيم في اى صدارة

$$10(2) + (1) - (1) = 20$$

$$20 + 1 - 1 = 20$$

∴ صواب

H.w Solve by Gauss - Sidel method

Correct to (3D) اربع مراتب

$$10x_1 - x_2 + 2x_3 = 6 \quad \text{--- (1)}$$

$$-x_1 + 11x_2 - x_3 + 3x_4 = 25 \quad \text{--- (2)}$$

$$2x_1 - x_2 + 10x_3 - x_4 = 11 \quad \text{--- (3)}$$

$$3x_2 - x_3 + 8x_4 = 15$$

Hint $x_2 = x_3 = x_4 = 0$

ans: $x_1 = 1$	$x_4 = 1$
$x_2 = 2$	
$x_3 = -1$	