الجامعة المستنصرية
كلية التربية
قسم الارشاد النفسي والتوجيه التربوي

منهج مادة
الاحصاء التربوي
لطلبة الصف الثاني

ا.م.د. ازهار عبد حسون

عدد الساعات:2
عدد الوحدات: 4

كلية التربية
قسم الإرشاد النفسي
والتوجيه التربوي

م / الإحصاء التربوي
/ المرحلة الثانية

- مفهوم الاحصاء –فروع الاحصاء – الوصفي،–الاستدلالي –العاملي
- أهمية الأحصاء في مجال التربية وعلم النفس
- المتغيرات –تصنيفها –علاقاتها السببية تبعا لقيمها
- مفهوم القياس – موازين القياس ، القياس الاسمي –القياس الرتبي – القياس الفاصل – القياس النسبي
- الاشكال البيانية – الاشكال المصورة – المخططات الدائرية –الاعمدة البيانية – المنحنيات البيانية – التوزيعات التكرارية – المدرج التكراري – المضلع التكراري
- مقاييس النزعة المركزية – الوسط الحسابي – خصائص الوسط الحسابي
- الوسيط - حساب الوسيط بيانياً
- المنوال – ايجاد المنوال بيانياً – العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية
- الربيعيات – العشيرات – المئينيات –طريقة حساب قيم الربيعات
- طريقة حساب العشيرات
- طريقة حساب قيم المئينيات
- مقاييس التشتت – المدى– الانحراف التربيعي
- الانحراف المتوسط
- التباين – الانحراف المعياري
- مقاييس العلاقة– معامل ارتباط بيرسون
- معامل ارتباط سبيرمان
- معامل ارتباط فاي
- معامل ارتباط التوافق
- معامل الاتفان
- الانحدار – س بدلالة ص
- ص بدلالة س
- التوزيع الاعتدالي (الطبيعي)
- الاختبار التائي
- مربع كاي
- تحليل التباين على وفق تصنيف المتغير الواحد

أ.د.م. ازهار عبود حسون

الجانب العملي :تطبيق الوسائل الإحصائية الانفة الذكر تطبيقا عمليا حسب الحقيبة الإحصائية (spss)

١ د.أزهار عبود حسون

الاحصاء التربوي Statistics

يعني الاحصاء اشياء مختلفة للاشخاص المختلفين ، فهو لبعض الافراد جداول وأعداد عن البيانات الحيوية من حالات الولادة والوفيات والطلاق والزواج وحوادث الطرق وغيرها.

اما المعنى الاصطلاحي فهو رياضيات جمع البيانات وتنظيمها وتحليلها وتفسيرها والتعميم من الخاص الى العام عن طريق استدلال خواص المجتمع من خواص العينة وفق طرق احصائية محددة.

الاحصاء هو احد فروع الرياضيات التطبيقية له رموزه ومصطلحاته ونظرياته وطرقه واساليبه الخاصة.

الاحصاء الرياضي Mathematical Statistics

يتناول اكتشاف او استنتاج القوانين والنظريات الاحصائية وفقاً لأسس رياضية . فهو يتناول التوزيعات الاحتمالية المختلفة ويصيغ لها الدوال الرياضية للتوصل الى ضوابطها (مؤشراتها) مثل التوزيع الطبيعي لمتغير واحد الذي سيتم شرحه لاحقاً.

الاحصاء التطبيقي Applied Statistics

يستخدم تلك القوانين والنظريات في عمليات التحليل والمقارنة والاستنتاج في البحوث العلمية التي تجري في شتى المجالات.

ويمكن تقسيم الاحصاء التطبيقي من الناحية الوظيفية الى ثلاث فروع رئيسية هي :-

١ الاحصاء الوصفي Descriptive Statistics

يتناول تنظيم وعرض ووصف البيانات سواء كانت كمية كالوزن او الطول او نوعية كالجنس او انماط الشخصية ، اي ان الباحث يستعين بالاحصاء الوصفي لتلخيص او تركيز مجموعة كبيرة من البيانات في صورة موضوعية سهلة الفهم والاستيعاب.

ويتضمن الاحصاء الوصفي :

١) مقاييس النزعة المركزية كالمتوسط الحسابي والوسيط والمنوال.

٢) مقاييس التشتت كالانحراف المعياري والتباين والانحراف الربيعي والانحراف المتوسط والمدى.

او اقتصادية او سياسية نفسية او اجتماعية لا توجد بطريقة عفوية اذ انها ترتبط ببعضها البعض وفق نظام خاص بها وما على الباحث الا ان يكتشف تلك العلاقات ثم يحاول التعرف على العوامل الكامنة وراء تلك العلاقات.

ويمكن تحليل مجموعة كبيرة من المتغيرات بهدف اختصارها الى عدد قليل من العوامل مقدمة بذلك وصفاً اقتصادياً وموضوعياً للظواهر والمتامة فمعظم معلوماتنا عن الشخصية جاءت نتيجة دراسات في التحليل العاملي وكذلك عن اسباب الجريمة وانحراف الشباب والاتجاهات وما شابه ذلك.

اهمية الاحصاء

نظراً لاستخدام الاحصاء في مجالات وميادين متعددة ومختلفة فقد اصبح يرادف الاحصاء اسم المجال التطبيقي له كالاحصاء الزراعي والاحصاء الصناعي والاحصاء السكاني والاحصاء التربوي والنفسي --- وغيرها

اهمية الاحصاء في مجال التربية وعلم النفس

- للاحصاء دور بارز في تقدم علم النفس واساليب القياس المستخدمة فيه المتعلقة بالقياس العقلي والخصائص النفسية المتعددة. والتحليل العاملي احد الفروع التطبيقية للاحصاء ظهر في مجال القياس العقلي واستمد اسسه من الحقائق الرياضية.
- ادى استخدام الاحصاء في علم النفس الى تطور البحوث النفسية التي تهدف الى دراسة البيئة والوراثة والتفاعل بينهما والاثر الناتج عن هذا التفاعل في سمات الشخصية والسلوك البشري.
- للاحصاء اهمية كبيرة بالنسبة لكل من له علاقة بمجال التربية وعلم النفس كالمعلم والاداري والمشرف والمخطط التربوي والباحث الاجتماعي والمرشد التربوي وغيرهم، كل هؤلاء يحتاجون الى معرفة اساسية في الاحصاء لاسباب كثيرة منها :-

١- أغلب المقالات والكتب والبحوث ذات العلاقة المباشرة بأعمال التربويين والنفسانيين لا تخلو من البيانات الاحصائية ولو بأبسط أشكالها، ولأجل ان يكون هؤلاء التربويين على صلة دائمة بالمعرفة الانسانية وبما يستجد من معارف ومعلومات في اختصاصهم لابد لهم من دراسة الاحصاء والتعرف على اساليبه.

٢- يساعد الاحصاء العامل في حقل التربية على اداء عمله بشكل اكثر كفاءة وفاعلية فقد اصبح الاحصاء ضرورياً للمدرس اذا اراد ان يُقيم طلبته بصورة موضوعية وان يتابع تقدمهم في دراستهم خلال السنة الدراسية وكذلك بالنسبة الى المخطط التربوي.
التخطيط

المتغيرات Variables

هي خصائص الاشياء وصفاتها وتتميز المتغيرات بالتغير اي لا يكون للمتغير قيمة ثابتة واحدة للاشياء كافة سواء كانت تلك الاشياء انسان او حيوان او نبات او جماد. فعندما نقول «الذكاء» متغير يعني انه يختلف تبعاً لاختلاف الافراد، فلكل فرد مستوى ذكاء معين خاص به نتيجة لمؤثرات كثيرة ومتعددة. لذا فان لكل متغير عدة مستويات لا تقل عن اثنين فالشيء الذي لا يكون له اكثر من مستوى واحد لا يمكن ان يسمى متغيراً بل يسمى «ثابتاً» Constant، ولكل مستوى منه قيمة تختلف عن قيمة المستويات الاخرى فالمتغير الذكاء يمكن ان يكون له مستوى منخفض ومتوسط وعالي ولكل مستوى قيمة. ويمكن ان يستعاض عن متغيرها بالرمز الذي يدل عليه فالرمز (س) يعتبر متغير اذا كان يدل على الجنس او التحصيل او اية صفة اخرى.

تصنيف المتغيرات

أولاً: تصنيف المتغيرات تبعاً لمصادرها

١- المتغيرات السلوكية Behavieral var. مثل العدوان وردود فعل الاطفال برياض الاطفال او اي سلوك ملاحظ يصدر من الفرد.

(٥)

٢- المتغيرات التنبيهية Stimuli var هي الاشياء المختلفة التي نلاحظها في البيئة او المواقف المختلفة كالابنية والطقس والتلفزيون .... ومنها مواقف كالصراخ والضرب والضحك والكلام وما شابه ....

٣- المتغيرات العضوية Organismic var هي خصائص الاشياء العضوية كلون الشعر والطول والوزن ....

"ثانياً" تصنيف المتغيرات تبعاً لقيمها

١- المتغيرات المستمرة Continuous هي المتغيرات التي تعطي اي قيمة رقمية ضمن مدى محدد ومعلوم ، ويمكننا تمثيل قيم المتغير المستمر بنقاط متتابعة لا حصر لها على مستقيم واحد بين كل واحدة والتي تليها عدد لا حصر له من القيم كمتغير الوزن والعمر والطول والتحصيل والذكاء والوقت ....

فمثلاً اذا سألت احد عن عمره فقد تجيبه (٢٥) سنه ولكنه بالواقع ليس دقيقاً لأن متغير العمر ((متغير مستمر)) اذ قد يكون عمرك الحقيقي (٢٥) سنة و (٤) اشهر و (٤) اسبوع و (٤) أيام و (3) ساعات و (40) دقيقة و (٢٥) ثانية وبعض اجزاء الثانية ......

اي يمكن ان نقول ان المتغير المستمر هو المتغير الذي لا يمكن تحديد مقداره بالضبط وبكل دقة ومهما حددت المقدار باصغر وحدة قياس ، لذا فاننا نحاول مادمنا غير قادرين الى الوصول الى اصغر قيمة ان نعطي اقرب قيمة للمتغير $(-\frac{1}{2})$ و $(+\frac{1}{2})$.

٢- المتغيرات المتقطعة Discrete var. هي المتغيرات التي تأخذ قيم معينة ومحددة وتمثل نقط منفصلة على المقياس مثل متغير الجنس الذي لا يمكن ان يأخذ سوى قيمتين احداهما للذكور والاخرى للاناث ولا يوجد بينهما اية قيمة اخرى غير معروفة . وتعتبر اعداد الاشياء امثلة للمتغيرات المتقطعة مثل عدد الاطفال الموجودين في صف دراسي معين او عدد المدارس او عدد المدرسين فلا يمكن ان نقول ان هناك خمسة اطفال ونصف .

٣) مقاييس الوضع النسبي الربيعات والعشيرات والمئينات .

٤) مقاييس العلاقة التي تصف العلاقة بين متغيرين أو أكثر وصفاً كمياً دقيقاً بحساب احد معاملات الارتباط كمعامل ارتباط بيرسون او معامل ارتباط سبيرمان للرتب او معامل ارتباط كاي — ومن ذلك يتمكن للباحث ان يتنبأ بقيم احد المتغيرات بفضل مايعرفه عن المتغيرات الاخرى التي ترتبط بذلك المتغير باستخدام مفهوم الانحدار.

٥) الاحصاء الاستدلالي Inferential Statistics

هو تلك العملية المنطقية التي تؤدي الى استخلاص النتائج العامة عن النتائج الجزئية وفقاً لقوانين احصائية معينة. ونظراً لعدم امكانية دراسة جميع افراد المجتمع موضوع البحث لما يتطلبه ذلك من قدر كبير من الوقت والجهد والمال، فقد اصبح الاعتماد على اسلوب العينات ضرورياً، اذ يستطيع الباحث من خلالها ان يستنتج من العينة المحدودة ما يود استنتاجه عن المجتمع الذي اختيرت منه هذه العينة بدرجة عالية من الثقة وفي حدود محتملة من الخطأ.

ويتضمن الاحصاء الاستدلالي :

- تقدير مؤشرات المجتمع من القيم المناظرة لها المحسوبة من بيانات العينة ويطلق على كل منها ،، احصاءة،، Statistic وقد يكون التقدير في صورة قيمة واحدة او فترة من القيم تسمى بفترة الثقة Confidence Interval .
- اختبار الفرضيات التي يضعها الباحث باستخدام احد الاختبارات الاحصائية مثل الاختبار التائي او الزائي او الفائي او مربع كاي، ويعتبر اسلوب تحليل التباين Analysis of Variance من الاساليب الاحصائية الشائعة في مجال تصميم وتحليل التجارب.

٢) التحليل العاملي Factor Analysis

يتناول قياس العوامل الكامنة وراء الظواهر والمشاهدات وصياغة النتائج في صورة نظريات كلية . فالمتغيرات التي تملأ الكون كظواهر واحداث طبيعية او بيولوجية

③

ثالثاً: تصنيف المتغيرات تبعاً لعلاقاتها السببية بمتغيرات اخرى

١. المتغير المستقل Independent var
هو المتغير الذي يحدث تغيراً في متغير آخر او أكثر ويؤثر فيه.

٢- المتغير التابع Dependent var
هو المتغير الذي فيه يحدث التغير او الاثر.

مثال(١) "تأثير المطر (م. مستقل) على المحاصيل الزراعية (م. تابع)"
لان المطر هو العامل المؤثر والذي يحدث التغير في نمو المحاصيل الزراعية التي تكون متأثرة بمقدار المطر.

مثال(٢) "تأثير طريقة التدريس (م. مستقل) التي يستخدمها المدرس على التحصيل (م. تابع)"

ان اعتبار المتغير مستقل او تابع هو أمر نسبي وليس مطلق. فكون المتغير مستقل او تابع يتوقف على مدى تأثيره او تأثره بالعوامل الاخرى.
لذا فان المتغير الذي يكون مستقلاً في حالة معينة قد يكون تابعاً في حالات اخرى مثلاً

- تأثير البيئة (م. مستقل) على ذكاء الانسان (م. تابع)

- اثر الذكاء (م. مستقل) في التحصيل الدراسي (م. تابع)

مفهوم القياس Measurement

هو نظام تصنيفي نعطي فيه للاشياء ارقاماً خاصة بها لكي يسهل تسجيل وتلخيص الملاحظات ومعالجتها احصائياً. مثل اعطاء الطول ارقاماً خاصة تعوض عنها بالبوصات او الاقدام او الامتار. وفي مجال علم النفس اعطاء مستوى الذكاء او التحصيل ارقاماً معينة هي الدرجات لتدل على مستوى ذكاء الفرد او تحصيله.

٧

موازين القياس Measurement Scales

① القياس الاسمي Nominal Measurement

- هو تصنيف الاشياء او الوحدات في مجموعات متمايزة ذات خصائص مشتركة يعطى لكل مجموعة منها رمزاً او اسماً خاصاً بها ليدل عليها ويميزها عن غيرها من المجموعات الاخرى.
- اي تصنيف الافراد او الوحدات في فئات نوعية كالجنس (ذكور - اناث) وتكون كافة الوحدات او الافراد المنتمين الى فئة او مجموعة معينة لها خصائص وسمات مشتركة بها. فمجموعة الذكور لها سمات تميزها عن مجموعة الاناث، ونعطي لكل فئة منها رمز او اسم خاص بها.
- اذن الاختلاف بين المجموعات يكون في النوع فقط وليس في الدرجة فقد نعطي رقم (١) للذكور لنميزها عن الاناث التي نعطيها رقم (٢) او بالعكس.
- عند اجراء العمليات الحسابية الاربع ليس لها معنى
- اي ان الارقام تعطى لتمييز النوع وليس الدرجة او الاهمية.

② القياس الرتبي Ordinal Measurement

- هو تصنيف الاشياء او الوحدات في مجموعات متمايزة وفق نظام معين قد يكون تنازلياً او تصاعدياً، يستخدم عادة في الحالات التي لا يمكن فيها معرفة مقدار الصفة المراد دراستها بالضبط وفي حالة عدم وجود مقياس اخر اكثر دقة يمكن استعماله لهذا الغرض.
- اذ ترتب الاشياء التي نلاحظها بشكل يمكن القول ان قيمة متغير معين خاصا باحد تلك الاشياء يمثل كمية اكبر او اصغر منها نظيرتها بالنسبة لشيء اخر. ويستخدم هذا القياس عند اكتشاف درجات مختلفة لصفة معينة عندئذ نستخدم الارقام لتدل على الاختلاف في درجة الصفة المراد ملاحظتها مثال ذلك تصنيف الطلبة الى (ممتاز، جيد جداً، جيد، مقبول، ضعيف) فالممتاز يعتبر اعلى تقدير وقد يعطى الرقم (5) والضعيف (1) باعتباره اقل ترتيب. وللترتيب هنا معنى ودلالة
- غير ان الفرق بين الرتب غير معروف بشكل دقيق ولا يشترط ان يكون متساوياً فلا يشترط ان يكون الفرق بين الطالب الممتاز والطالب الذي تقديره جيد جداً مساوياً للفرق بين الطالب الذي تقديره جيد جداً والطالب الذي تقديره جيد. لذا فان ليس للعمليات الحسابية معنى بالرغم من امكانية اجرائها.

٨

③ القياس الفاصل Interval Measurement

- يأخذ كل الخصائص الموجودة في القياسين الاسمي والرتبي . ويتصف القياس الفاصل بوجود فروق متساوية ووحدة قياس معلومة وعلى هذا الاساس فانه جمع او طرح اي رقم من كل قيمة من القيم التي تم قياسها ممكنا.

- ومن الامثلة على هذا القياس هو قياس درجات الحرارة بالمحرار وقياس ذكاء الاطفال او التحصيل فاذا قلنا ان درجة حرارة اليوم (٢٥) وامس (٢٠) وقبل اسبوع (١٨) فان هذه الارقام تدل على قيم متباينة لملاحظات مختلفة ، ويتبين من ذلك ان درجة حرارة اليوم اعلى من الامس بخمس درجات ودرجة حرارة امس اعلى من درجة الحرارة قبل اسبوع بدرجتين .

- ان اهم سبب يؤدي الى عدم فقدان الخصائص الاساسية للقياس عند الاضافة او الطرح هو وجود [الصفر النسبي] اي ان الصفر هنا لا يدل على عدم وجود الخاصية او الصفة فاذا كانت درجة حرارة اليوم صفر لا يعني انعدام وجود الحرارة وكذلك اذا حصل طفل في اختبار ذكاء على صفر فان ذلك لا يعني بان الطفل عديم الذكاء .

- يمكن اجراء العمليات الحسابية الاربعة . ويمكن القول انه القياس الذي بواسطته يمكن تصنيف الاشياء او الوحدات وفق ترتيب معين وبمسافات فاصلة ذات وحدات متساوية .

④ القياس النسبي Ratio Measurement

له كافة خصائص القياس الفاصل ولكنه يتميز عنه بوجود (الصفر المطلق) فالصفر هنا يعني انعدام الصفة . وسمي هذا القياس بالنسبي لان نسبة الارقام الى بعضها تكون ذات دلالة ومعنى على عكس ما موجود في القياس الاسمي والرتبي والفاصل . فاذا ما قلنا ان طول احمد ستة اقدام وطول محمد ثلاثة اقدام فهذا يعني ان طول احمد ضعف طول محمد . ولو اردت ان تطرح (١٥) كغم من شيئين احدهما يزن (١٥) والاخر (١٠) كغم فالنتيجة ستكون (صفر) للاشياء لانه لا يعقل ان تكون درجة وزن الشيء الثاني (-٥) لان الصفر هو النهاية . وعلى اية حال فانه يمكن اجراء عمليتي الضرب والقسمة دون ان نفقد شرط خصائص القياس .

طرق عرض وتنظيم البيانات

٩

الاشكال البيانية

التوزيعات التكرارية

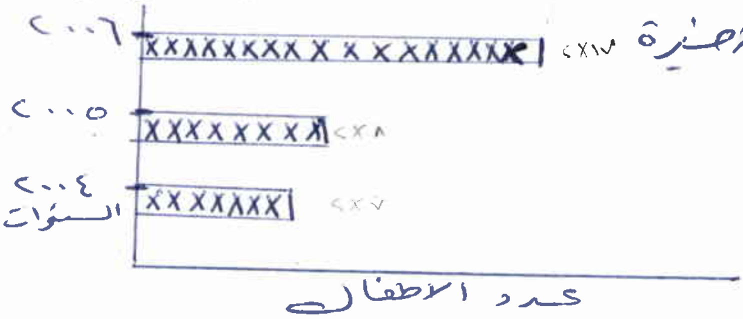
اولاً: الاشكال البيانية

١) الاشكال المصورة
٢) المخططات الدائرية
٣) الاعمدة البيانية
٤) المضلعات البيانية

١) الاشكال المصورة Pictogram

تعد ذات اهمية كبيرة لايصال المعلومات بصورة مشوقة وواضحة وسريعة الى الاوساط ~~~~ غير المتخصصة ، باستخدام صورة واضحة مصغرة او رمز معين ليدل على نوع البيانات ، وحجمها بواسطة عدد تلك الصور او الرموز .

مثال / استخدم الاشكال المصورة لمعرفة عدد الاطفال المسجلين في رياض الاطفال للسنوات الثلاث الاخيرة



السنة	عدد الاطفال
٢٠٠٤	١٤ ٠٠٠
٢٠٠٥	١٦ ٠٠٠
٢٠٠٦	٣٤ ٠٠٠

X = ٢٠٠٠ طفل

ويمكن ان يكون بدلاً من الرمز X نضع صورة لطفل صغيرة .

٢) المخططات الدائرية Pie charts

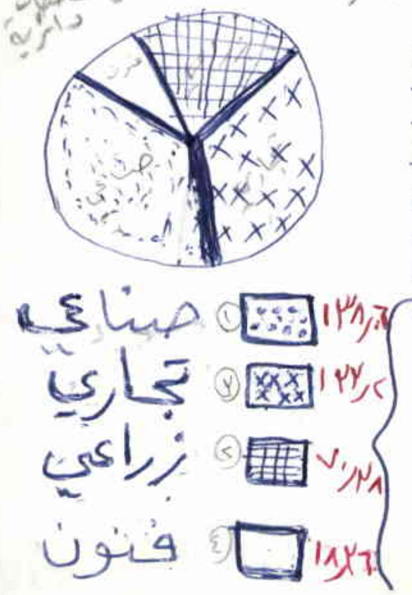
تعرض البيانات هنا باستخدام ما يسمى بالاشكال او المخططات الدائرية تستخدم عندما يكون لدينا مجموعة معينة من البيانات ذات مستويات متعددة يمثل كل نوع جزء فرعي من المجموع العام للبيانات .

اعرض البيانات

مثال / فيما يلي اعداد الطلبة المسجلين في فروع التعليم المهني ، اعرض البيانات بواسطة المخطط الدائري لسنة ٢٠٠٠ - ٢٠٠١ الدراسية

اعرض البيانات بشكل مخططات دائرية

	فروع التعليم المهني	عدد الطلبة	النسبة المئوية	الزاوية
١	صناعي	٨٠٦٧	$\frac{٨٠٦٧}{٢١٠٢٢} \times ١٠٠ = ٢٨,٢٥$	٢٨,٢٥ × ٣,٦ = ١٣٨,٠٦
٢	زراعي	٤١١٢	١٩,٥٥	٧٠,٣٨
٣	تجاري	٧٧٨٢	٢٧	١٢٢,٢
٤	فنون	١٠٧٢	٥,١	١٨,٣٦
	المجموع	٢١٠٢٢	١٠٠	٣٦٠



الحل / ① ايجاد النسبة المئوية لعدد الطلبة في كل فرع نسبة للمجموع الكلي [$\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} \times ١٠٠$]

② ضرب نسبة كل فرع في ٣,٦ لتتكون لدينا قيم الزوايا لكل جزء [$\frac{٣٦٠}{١٠٠} = ٣,٦$]

٢) الاعمدة البيانية Column charts

هي مستطيلات ذات قواعد صغيرة متساوية وارتفاعات مختلفة تبعاً لاختلاف الاعداد الخاصة لكل مستطيل منها.
مثال/ مثل البيانات الموجودة في المثال السابق لفروع التعليم المهني أعمدة بيانية

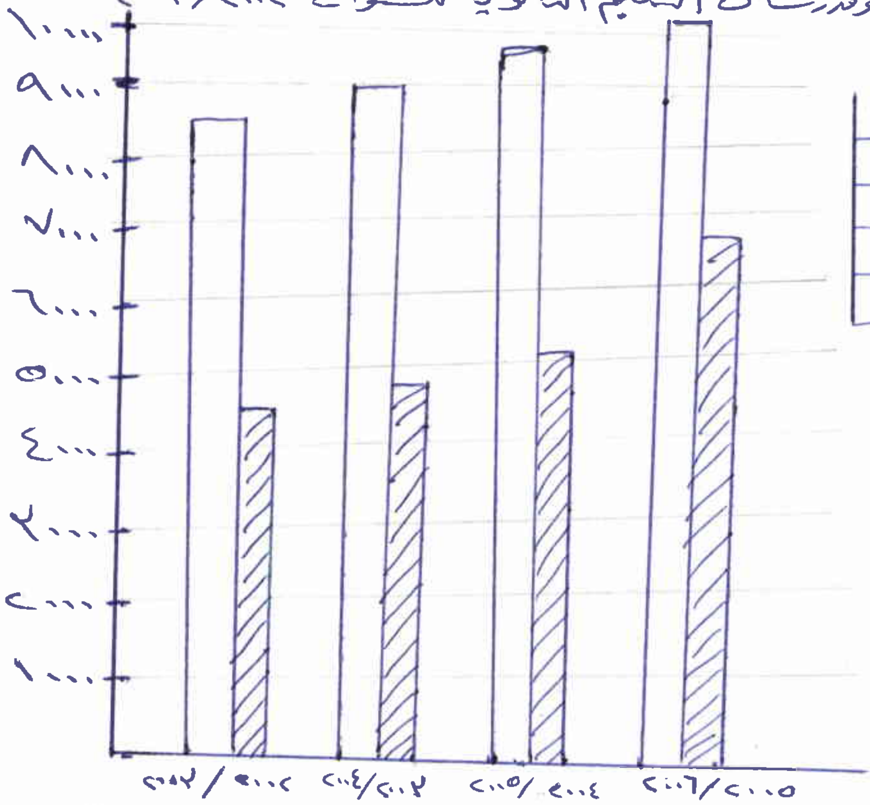
وللاعمدة البيانية عدة اشكال اخرى منها

* الاعمدة المجمعة Grouped columns

تستخدم عندما تكون لكل حالة او صفة معينة قيمتين رقميتين مثلاً الطلبة موزعين حسب الجنس في عدة محافظات او في سنوات دراسة مختلفة.

مثال/ فيما يلي عدد دارسي ومدرسات التعليم الثانوي للسنوات ٢٠٠٢/٢٠٠٣ ولغاية ٢٠٠٥/٢٠٠٦.

	السنة	ذكور	اناث
١	٢٠٠٢/٢٠٠٣	٨٨٤٥	٤٥٢٠
٢	٢٠٠٣/٢٠٠٤	٩٠٧٢	٤٨٩٦
٣	٢٠٠٤/٢٠٠٥	٩٤٢٢	٥٠٩٦
٤	٢٠٠٥/٢٠٠٦	١٠٠٥٤	٦٨٠٨



ذكور
اناث

وقد تكون عدد الاعمدة المتجاورة اكثر من اثنين وفقاً لطبيعة مستويات المتغيرات المراد عرضها، غير انه من غير المرغوب ان يزيد عدد الاعمدة المتلاصقة كثيراً يزيد عن اربعة اوصاف لان الشكل سيكون صعب الفهم.

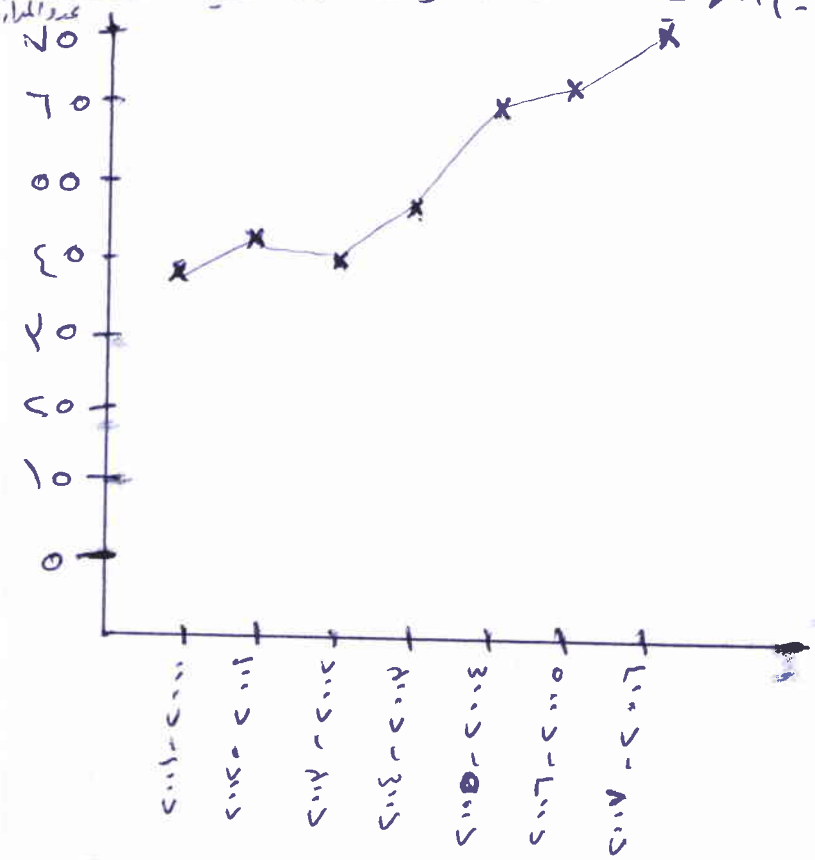
٤) المنحنيات البيانية Curve charts

تستخدم لعرض تطور ظاهرة معينة وتغيرها بين فترة واخرى مثل عرض تطور اعداد الطلبة او المدرسين او المدارس خلال عشر سنوات مثلاً.

مثال/ فيما يلي عدد مدارس التعليم المهني خلال السنوات الدراسية السبعة الاخيرة.

عدد المدارس	السنة
٤٤	٢٠٠٠ - ٢٠٠١
٤٨	٢٠٠١ - ٢٠٠٢
٤٥	٢٠٠٢ - ٢٠٠٣
٥٢	٢٠٠٣ - ٢٠٠٤
٦١	٢٠٠٤ - ٢٠٠٥
٦٤	٢٠٠٥ - ٢٠٠٦
٧١	٢٠٠٦ - ٢٠٠٧

طول الفئة عشرة ٥/١٠/٢٠



وفي مثالنا هذا يمكن البدء بقيمة اصغر من القيمة الصغرى مثلاً (٤٠) ويمكن الاشتراك بقيمة اكبر من القيمة الكبرى مثلاً (٨٠) بالنسبة للمحور العمودي (عدد المدارس) ويمكن استخدام اكثر من منحني بياني واحد في نفس الشكل للمقارنة بين سير ظاهرة معينة مع سير ظاهرة او عدد من الظواهر الاخرى مثل تطور اعداد الذكور والاناث خلال نفس الفترة.

ثانياً: التوزيعات التكرارية Frequency Distributions

٦٧
١٣٤

هو تنظيم البيانات بشكل يوضح تكرار ظهور مختلف القيم الخاصة بالمتغيرات او تكرار ظهور القيم التي تقع ضمن مدى معين للمتغير.

فمثلاً اذا طبقنا اختبار ذكاء على مئة طالب وحصلنا على النتائج فانه سيكون من الصعب ادراك ما ينطوي من علاقات او امكانية تفسيرها، لذا فانه لكي نعرف عن طبيعة نسبة ذكاء هؤلاء الطلبة يجب:

١) ان نرتب البيانات حسب قيمها من اعلى درجة الى اقل درجة ويسمى ذلك بالتوزيع الرتبي Rank Distribution.

(١٢)

٣) نلاحظ تكرار بعض قيم الذكاء اكثر من مرة. الان بعض قيم الذكاء ليس لها تكرار اي لم يحصل عليها احد من الطلبة وكثرة عدد القيم الواقعة بين اكبر واصغر قيمتين فانه يجب تركيز البيانات الى حد يمكن الحصول على صورة واضحة ومقبولة وموجزة بمجموعات معينة تسمى الفئات classes وتسمى المسافة الواقعة بين القيمتين الدنيا والعليا للفئة «بطول الفئة» او «مدى الفئة»، وعادة تحسب بطرح الحد الادنى للفئة من الحد الاعلى واضافة واحد الى الناتج مثلاً طول الفئة $(69-65)+1 = 5$

وكلما ازداد طول الفئة فان الدقة تنخفض

س/ ما هو الطول المناسب للفئة؟ وما عدد الفئات المفضل استخدامها لعرض البيانات؟

ج/ الجواب يتوقف على طبيعة البيانات وعددها وبصورة عامة يتراوح عدد الفئات بين (١٢) كحد ادنى و(١٥) كحد اعلى اذا كان عدد القيم اكثر من (٥٠) وللتعرف على الطول المناسب للفئة وبناء توزيع تكراري للقيم اتبع الاتي :-

١- حدد اكبر واصغر قيمة في البيانات ثم اطرح الكبرى من الصغرى واضف للناتج واحد للحصول على المدى الكلي للقيم مثلاً

$(124 - 67) + 1 = 68$.

٢- نقسم الناتج على (١٢) مرة و(١٠) مرة اخرى لتحديد الطولين الاعلى والادنى للفئة

الطول الاعلى للفئة $= \frac{68}{12} = 5.66$

= الادنى للفئة $= \frac{68}{15} = 4.52$

٣- اختر طول فئة معين يتراوح بين (٤,٥٢) كحد ادنى و(٥,٦٦) كحد اعلى ويمكن ان يكون (٥).

٤- حدد الفئة الصغرى بحيث تحتوي على قيمة اصغر درجة في البيانات (الدرجات) ويفضل ان يكون حدها الادنى من مضاعفات طول الفئة ففي مثالنا الفئة الصغرى هي (٦٥-٦٩) وهكذا

- للحصول على الحدود الحقيقية للفئات يجب طرح نصف اصغر وحدة قياس من الحد الادنى للفئة واضافة نصف اصغر وحدة قياس الى الحد الاعلى (٦٤٫٥ - ٦٩٫٥).
- مركز الفئة هو منتصف المسافة بين الحدين الادنى والاعلى للفئة مجموع الحد الادنى والحد الاعلى مقسوما على اثنين

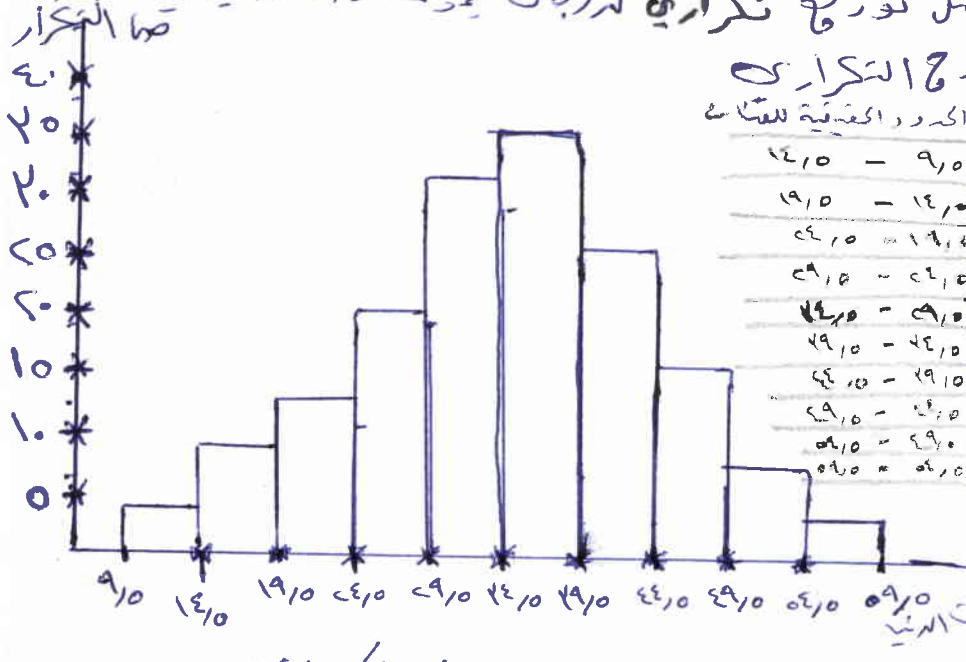
$$\frac{(٦٥ + ٦٩)}{٢} = \frac{١٣٤}{٢} = ٦٧$$

التمثيل البياني للتوزيعات التكرارية

(١) المدرج التكراري Histogram

هو شكل من الاشكال البيانية تمثل فيه التكرارات بشكل مستطيلات رأسية تكون قاعدتها على المحور الافقي.

مثال/ فيما يلي بيانات تمثل توزيع تكراري لدرجات مجموعة من التلاميذ في اختبار لغوي ارسم المدرج التكراري



الفئات	التكرار	الحدود الحقيقية للفئات	مراكز
١٠ - ١٤	٤	٩٫٥ - ١٤٫٥	١٢
١٥ - ١٩	٨	١٤٫٥ - ١٩٫٥	١٧
٢٠ - ٢٤	١٢	١٩٫٥ - ٢٤٫٥	٢٢
٢٥ - ٢٩	٢٠	٢٤٫٥ - ٢٩٫٥	٢٧
٣٠ - ٣٤	٢١	٢٩٫٥ - ٣٤٫٥	٣٢
٣٥ - ٣٩	٢٥	٣٤٫٥ - ٣٩٫٥	٣٧
٤٠ - ٤٤	٢٦	٣٩٫٥ - ٤٤٫٥	٤٢
٤٥ - ٤٩	١٥	٤٤٫٥ - ٤٩٫٥	٤٧
٥٠ - ٥٤	٨	٤٩٫٥ - ٥٤٫٥	٥٢
٥٥ - ٥٩	٢	٥٤٫٥ - ٥٩٫٥	٥٧
المجموع	١٦٢		

المحور السيني يمثل الحدود الحقيقية للحدود الدنيا لكل فئة
المحور الصادي يمثل التكرارات

مثال اخر

الفئات	
١ - ٣	١٩ - ٢١
٤ - ٦	٢٢ - ٢٤
٧ - ٩	٢٥ - ٢٧
١٠ - ١٢	٢٨ - ٣٠
١٣ - ١٥	
١٦ - ١٨	

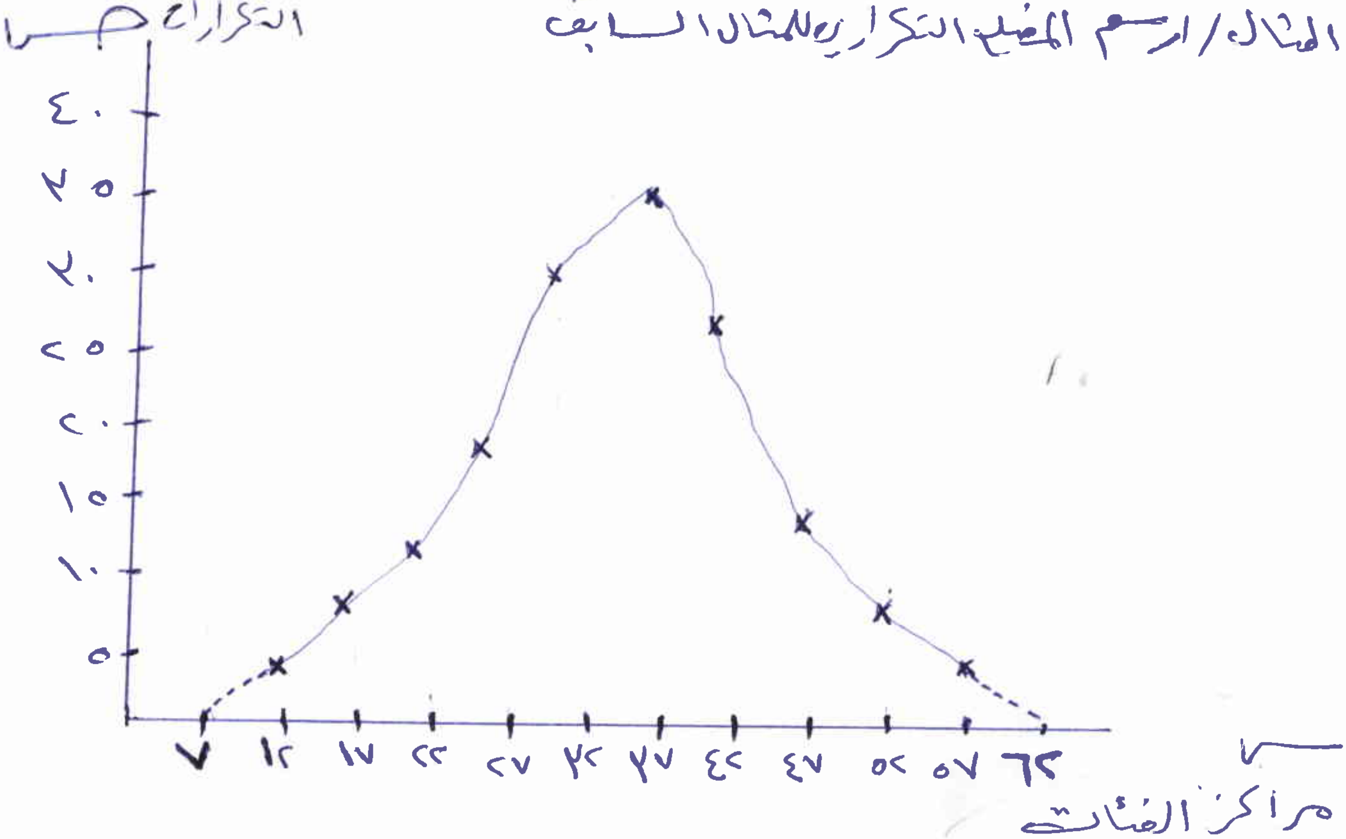
طول الفئة
(٥ - ١) + ١ = ٥

٢٨
٢٥
٢٠
١٨
١
١٧
١٩
٢٥ طول الفئة

٢) المضلع التكراري Polygon

لرسم المضلع التكراري الخاص بتوزيع تكراري معين نستخدم مراكز الفئات لتحديد النقط الخاصة بتكرار كل فئة ثم يتم ربط هذه النقط بعد تحديدها جميعاً بخطوط مستقيمة فيتكون لدينا شكل مخطوط مستقيمة بدلاً من مستطيلات

المثال / ارسم المضلع التكراري للمثال السابق



نستخدم مراكز الفئات وليس الحدود الحقيقية للفئات كما في المدرج التكراري ، يمكن غلق المضلع التكراري باضافة فئتين احداهما سابقة للفئة الاولى (٧) والثانية تالية للفئة الاخيرة (٦٢) واعتبار تكرارهما صفراً.

الاحصاء الوصفي : يتضمن اربعة مقاييس هي :-

١) مقاييس النزعة المركزية ٢) مقاييس الوضع النسبي
٣) مقاييس التشتت ٤) مقاييس العلاقة.

وفيما يأتي توضيح مفهومها لديها.

Measures of Central Tendency مقاييس النزعة المركزية

مقياس النزعة المركزية هو قيمة مركزية (قريبة) أي النقطة التي عندها يتجمع اكبر عدد من الدرجات او بمعنى آخر ان مقياس النزعة المركزية لمجموعة من الدرجات هو قيمة الدرجة التي يمكن ان تعتبر ممثلة لكافة الدرجات الموجودة في تلك المجموعة . ولمقاييس النزعة المركزية انواع متعددة منها :-

① المتوسط الحسابي Arithmetic Mean

يعرف الوسط الحسابي لمجموعة من الدرجات بانه مجموع تلك الدرجات مقسوماً على عدد تلك القيم .

س̄ = مجـ س / ن

مثال/ فيما يلي درجات (١٠٠) طالب في اختبار ما ، احسب المتوسط الحسابي لدرجاتهم

الفئة	مركز الفئة	التكرار (ك)	س × ك	ح = س - س̄ف	ك ح	ح' = ح / ل	ك ح'
٦٠ - ٦٢	٦١	٥	٣٠٥	٦١ - ٦٧ = -٦	-٣٠	-٦/٣ = -٢	-١٠
٦٣ - ٦٥	٦٤	١٨	١١٥٢	٦٤ - ٦٧ = -٣	-٥٤	-٣/٣ = -١	-١٨
٦٦ - ٦٨	٦٧	٤٢	٢٨١٤	٦٧ - ٦٧ = صفر	صفر	صفر/٣ = صفر	صفر
٦٩ - ٧١	٧٠	٢٧	١٨٩٠	٧٠ - ٦٧ = ٣	٨١	٣/٣ = ١	٢٧
٧٢ - ٧٤	٧٣	٨	٥٨٤	٧٣ - ٦٧ = ٦	٤٨	٦/٣ = ٢	١٦
المجموع		١٠٠	٦٧٤٥	صفر	+١٢٩ -٨٤ = ٤٥		+٤٣ -٢٨ = ١٥

س̄ = مجـ س ك / مجـ ك = ٦٧٤٥ / ١٠٠ = ٦٧,٤٥

* حساب الوسط الحسابي بطريقة الانحرافات (ح)

باستخدام الوسط الفرضي (س̄ف) / احسب الوسط الحسابي لدرجات الطلبة في المثال السابق بطريقة الانحرافات

سنختار الدرجة (مركز الفئة) (٦٧) مثلاً ليكون الوسط الفرضي (س̄ف)

س̄ = س̄ف + مجـ ك ح / مجـ ك = ٦٧ + ٤٥ / ١٠٠ = ٦٧,٤٥

وهي نفس النتيجة السابقة

* حساب الوسط الحسابي بطريقة الانحرافات المختصرة (ح')

نستخدم الوسط الفرضي ايضاً وبعدها نقسم (ح) على طول الفئة (ملاحظة يجب ان تكون اطوال الفئات متساوية) احسب الوسط الحسابي لدرجات الطلبة في المثال السابق بطريقة الانحرافات المختصرة.

سنختار الدرجة (٦٧) ليكون الوسط الفرضي ايضاً

س̄ = س̄ف + ل مجـ ك ح' / ن = ٦٧ + ٣ × ١٥ / ١٠٠

= ٦٧ + ٤٥ / ١٠٠ = ٦٧,٤٥ وهي نفس النتيجة السابقة

(١٦٠)

المتوسط الحسابي

الفئات	التكرار ك	مراكز الفئات س	س ك	س - سَ ف = ح	ح ك	ح' = ح/ل	ح' ك
١ - ٢	٢	٣	٦	٣ - ٥ = -٢	-٩	-٢/٢ ، -١	-٢
٤ - ٦	٥	٥	٢٥	٥ - ٥ = صفر	صفر	صفر/٢ ، صفر	صفر
٧ - ٩	٤	٨	٣٢	٨ - ٥ = ٣	١٢	٣/٢ ، ١	٤
١٠ - ١٢	٨	١١	٨٨	١١ - ٥ = ٦	٤٨	٦/٢ ، ٣	١٦
١٣ - ١٥	١٠	١٤	١٤٠	١٤ - ٥ = ٩	٩٠	٩/٢ ، ٢	٢٠
المجموع	٢٠		٢٩١		١٥٠ + ٩ - ١٤١		٥٠ + ٣ - ٤٧

$$\bar{س} = \frac{مجـ\ س\ ك}{ك} = \frac{٢٩١}{٢٠} = ٩,٧$$ المتوسط الحسابي

الوسط الحسابي بطريقة الانحرافات (ح)

$$\bar{س} = \bar{س}_ف + \frac{مجـ\ ح\ ك}{ك}$$

$$= ٥ + \frac{١٤١}{٢٠} = ٥ + ٤,٧ = ٩,٧$$ المتوسط الحسابي

الوسط الحسابي بطريقة الانحرافات المختصرة (ح')

$$\bar{س} = \bar{س}_ف + ل \times \frac{مجـ\ ح'\ ك}{ك}$$

$$= ٥ + ٢ \times \frac{٤٧}{٢٠}$$

$$= ٥ + \frac{١٤١}{٢٠}$$

$$= ٥ + ٤,٧ = ٩,٧$$ المتوسط الحسابي

خصائص الوسط الحسابي

١- المجموع الجبري لانحرافات مجموعة من الدرجات عن وسطها الحسابي يساوي صفر. مثال/ [٢ ، ٣ ، ٥ ، ٦ ، ٩] $\frac{٢٥}{٥} = ٥$

الانحرافات [-٣ ، -٢ ، صفر ، ١ ، ٤] = صفر

٢- مجموع مربعات الانحرافات عن الوسط الحسابي يكون أصغر من مجموع مربعات الانحرافات عن أية قيمة أخرى في المجموعة.

المثال السابق/ لو ربعنا الانحرافات (٩ ، ٤ ، صفر ، ١ ، ١٦) = ٣٠

ولو استخدمنا أية قيمة أخرى من القيم الأساسية عوضاً عن الوسط الحسابي لكان الناتج أكبر من (٣٠) مثلاً لو أخذنا الدرجة (٢) عوضاً عن الوسط الحسابي (٥) فإن الانحرافات ستكون (-١ ، صفر ، ٢ ، ٣ ، ٦) ومربعها (١ ، صفر ، ٤ ، ٩ ، ٣٦) = (٥٠) وهي أكبر من (٣٠).

٣- لا يمكن حساب الوسط الحسابي في حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة.

٤- يتأثر الوسط الحسابي بالقيم المتطرفة ويفضل في هذه الحالة استخدام الوسيط.

(٢) الوسيط Median

هو النقطة أو الدرجة في التوزيع التي تكون (٥٠٪) من الدرجات أعلى منها و(٥٠٪) من الدرجات تقع تحتها. ويعتمد الوسيط على ترتيب الدرجات تصاعدياً أو تنازلياً.

* إذا كان عدد القيم فردي (٢ ، ٨ ، ١٨ ، $\boxed{٢١}$ ، ٢٥ ، ٢٩ ، ٣٢)

ترتيب الوسيط = $\frac{ن+١}{٢} = \frac{٧+١}{٢} = ٤$ وهنا الدرجة هي (٢١) الذي ترتيبها ٤

* إذا كان عدد القيم زوجي [٢ ، ٨ ، ١٨ ، $\boxed{٢١ ، ٢٥}$ ، ٢٩ ، ٣٢ ، ٣٧)

ترتيب الوسيط = $\frac{ن+١}{٢} = \frac{٩}{٢} = ٤,٥$

∴ الوسيط = $\frac{٢١+٢٥}{٢} = ٢٣$

حساب الوسيط في التوزيعات التكرارية

مثال/ فيما يلي درجات (٧٦) طالب في اختبار الاحصاء، احسب الوسيط

الحل

الفئة	التكرار	التكرار المتجمع الصاعد	التكرار المتجمع النازل
٠ - ٤	٠	٠	٧٦
٥ - ٩	٢	٢	٧٦
١٠ - ١٤	١١	١٣ *	٧٤
١٥ - ١٩	٢٦	٣٩	٦٣
٢٠ - ٢٤	١٧	٥٦	٣٧ *
٢٥ - ٢٩	٨	٦٤	٢٠
٣٠ - ٣٤	٦	٧٠	١٢
٣٥ - ٣٩	٣	٧٣	٦
٤٠ - ٤٤	٢	٧٥	٣
٤٥ - ٤٩	١	٧٦	١
	٧٦		

١) نحسب التكرار المتجمع الصاعد (او النازل).

٢) تحديد رتبة الوسيط = $\frac{٧٦}{٢}$ = ٣٨

٣) تحديد الفئة التي تقع الفئة الوسيطية فيها

الحد الحقيقي الادنى هو ١٤٫٥

٤) نطبق المعادلة (اذا اعتمدنا على التكرار المتجمع الصاعد فالمعادلة ستكون)

$$\text{الوسيط} = م + \frac{\frac{ن}{٢} - ك_١}{ك_٢} \times ل$$

م = الحد الحقيقي الادنى للفئة الوسيطية

ك١ = مجموع التكرارات السابقة للفئة الوسيطية

ك٢ = تكرار الفئة الوسيطية.

$$= ١٤٫٥ + \frac{\frac{٧٦}{٢} - ١٣}{٢٦} \times ٥$$

$$= ١٤٫٥ + ٠٫٩٦١٥ \times ٥$$

$$= ١٤٫٥ + ٤٫٨٠٧٦$$

$$= ١٩٫٣١$$

اذا اعتمدنا على التكرار المتجمع النازل ستكون المعادلة

$$\text{الوسيط} = ب - \frac{\frac{ن}{٢} - ك_٣}{ك_٢} \times ل$$

ب = الحد الحقيقي الاعلى للفئة الوسيطية

ك٣ = مجموع التكرارات اللاحقة =

$$= ١٩٫٥ - \frac{\frac{٧٦}{٢} - ٣٧}{٢٦} \times ٥$$

$$= ١٩٫٣١$$

(٢) المنوال Mode

هو الدرجة الاكثر شيوعاً او الدرجة التي تتكرر اكثر من غيرها من الدرجات

مثال / فيما يلي درجات (١٩) طالب في اختبار ما ، حدد المنوال

الدرجة	التكرار*	التكرار**	التكرار***
٨	٢	٢	٢
٩	١	١	١
١١	١	١	١
١٢	٢	٢	٤ *
١٥	٥	[٥	٢
١٦	٢	٥]	٥ *
١٧	١	١	١
١٨	١	١	١
١٩	٢	٢	٢

* المنوال هو (١٥) لانها تكررت اكثر من غيرها من الدرجات

اذا كانت الدرجات متكررة بنفس العدد كما في المثال سواء كان واحد او اكثر هنا لا يمكن حساب القيمة المنوالية

** اذا كانت اعلى التكرارات متساوية لدرجتين متجاورتين فان المنوال يستخرج من متوسط الدرجتين

المنوال = $\frac{\text{١٦+١٥}}{\text{٢}}$ = ١٥,٥

*** اذا كان اعلى التكرارات متساوية لدرجتين غير متجاورتين فانه سيكون هناك منوالين (ثنائية المنوال) الاول هو (١٢) والثاني هو (١٦) لانه تكرر خمس مرات .

(لانه تكرر اربع مرات وهو اكبر تكرار للقيم المجاورة)

وهناك طرق رياضية متعددة لاستخراج المنوال بالرغم من محدودية استخدامها في مجال التربية وعلم النفس واحد هذه الطرق تسمى طريقة بيرسون

المنوال = أ + $\frac{\text{ف١}}{\text{ف١ + ف٢}}$ × ل

أ = الحد الادنى للفئة المنوالية

ف١ = الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة قبل المنوالية .

ف٢ = " " " " " بعد " .

مثال / فيما يلي درجات (١٩) طالباً في اختبار ما احسب المنوال

الفئات	التكرار	الفروق المطلقة
٢٨ - ٤٢	٦	
٤٢ - ٤٧	٨	٢ ف١
٤٨ - ٥٢	٥	٣
المجموع	١٩	

= ٤٢,٥ + $\frac{\text{٢}}{\text{٥}}$ × ٥

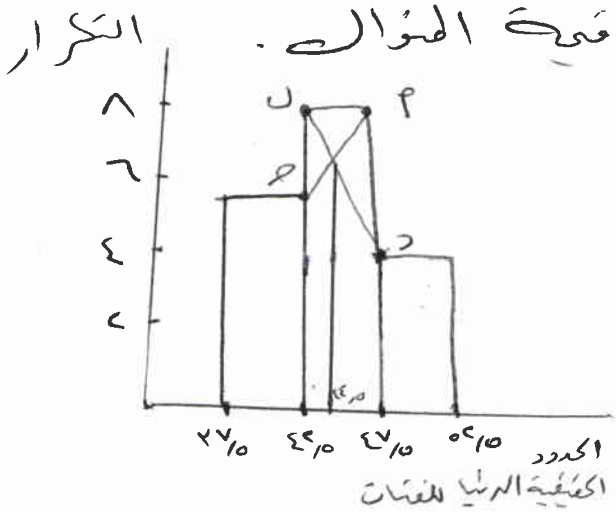
= ٤٢,٥ + $\frac{\text{١٠}}{\text{٥}}$

= ٤٢,٥ + ٢ = ٤٤,٥

المنوال الرياضي هو منوال نظري قد يكون له وجود حقيقي ويفضل ان نأخذ كما سبق وان ذكرنا ، هنا فان المنوال هو مركز الفئة ذات اكبر تكرار وهو (٤٥)

ايجاد المنوال بيانياً

يستخدم المدرج التكراري لايجاد قيمة المنوال.



ونلاحظ هنا ان القيمة التي وجدناها تمثل نفس الدرجة التي حصلنا عليها حسابياً

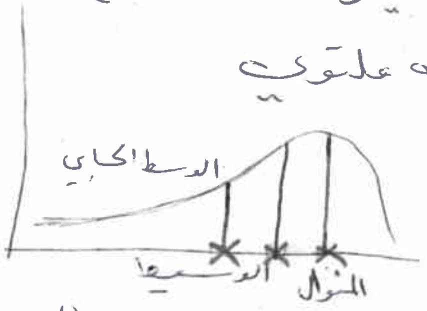
مقارنة بين مقاييس النزعة المركزية الثلاثة

١) الوسط الحسابي اكثر ملائمة للبيانات الفاصلة والنسبية في حين يفضل استخدام الوسيط في البيانات الرتبية، والمنوال للبيانات الاسمية (ويمكن استخدام البيانات الفاصلة والنسبية مع الوسيط والمنوال).

٢) الوسط الحسابي يتضمن كل درجة من درجات المجموعة ويتأثر عند تغيير اي درجة بينما الوسيط يتأثر بعدد القيم او الدرجات

٣) تتساوى قيم الوسط الحسابي والوسيط والمنوال عندما يكون منحنى التوزيع متماثلاً

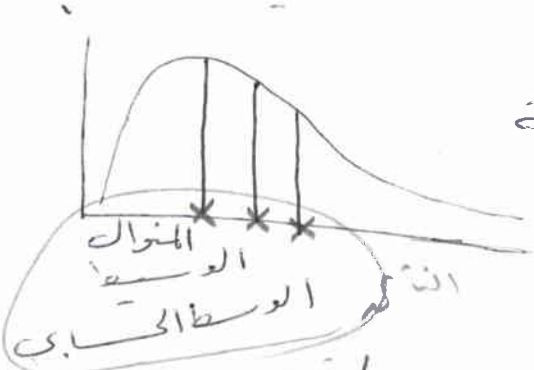
٤) لا تتطابق المقاييس الثلاثة عندما يكون التوزيع ملتوي



ملتوي سالب

أ- اذا كان التوزيع ملتوي سالب يكون الطرف المدبب الطويل من جهة اليسار وتكون العلاقة بين المقاييس

المنوال > الوسيط > الوسط الحسابي



ملتوي موجب

ب- اذا كان التوزيع ملتوي موجب يكون الطرف المدبب الطويل من جهة اليمين وتكون العلاقة بين المقاييس

الوسط الحسابي > الوسيط > المنوال

٥) يعتبر الوسط الحسابي افضل من الوسيط والمنوال اذا كانت الدرجات غير متطرفة واذا كانت الدرجات متطرفة يفضل استخدام الوسيط

٦) لا يتأثر المنوال بالدرجات المتطرفة كما في المتوسط الحسابي ولا يتأثر بالدرجات المتطرفة كما في حالة الوسيط لذا فهو اكثر استقراراً لكنه يتأثر بعدد فئات التوزيع وبطول الفئة، ولا يستعمل كثيراً لصعوبة اخضاعه للعمليات الرياضية

العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية

يتساوى الوسط الحسابي والوسيط والمنوال في حالة التوزيع التكراري المتماثل.
وتتباعد هذه المقاييس عن بعضها كلما ازداد انحراف التوزيع عن التماثل. وقد وجد ان في التوزيعات القريبة من التماثل تكون العلاقة :-

الوسط الحسابي - المنوال = ٣ (الوسط الحسابي - الوسيط)

وتستخدم هذه العلاقة احياناً لحساب المنوال وذلك بمعلومية قيمتي الوسط الحسابي والوسيط ووفقاً للقاعدة السابقة يكون :-

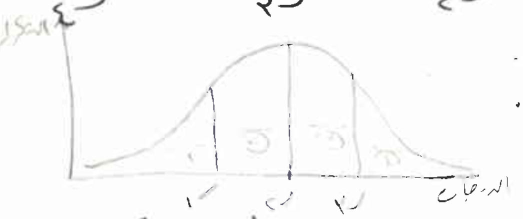
المنوال = ثلاثة امثال الوسيط - ضعف الوسط الحسابي.

مقاييس الوضع النسبي

أولاً :- الربيعات Quartiles

هو درجة او نقطة بالتوزيع هذه النقطة يقع دونها عدد من الدرجات ويقع فوقها عدد من الدرجات . وذلك بترتيب الدرجات تصاعدياً ثم تقسيمها الى اربعة اقسام متساوية بواسطة ثلاث نقاط

وهو محاولة لوصف التوزيع في ضوء معرفة نقطة واحدة او عدد من النقاط في ذلك التوزيع



- ر١ = يقع تحتها ٢٥٪ من الدرجات وفوقها ٧٥٪
- ر٢ = " " ٥٠٪ " " " ٥٠٪ .
- ر٣ = " " ٧٥٪ " " " ٢٥٪ .

مثال/ فيما يلي درجات (٢٠٠) طالب في احد الاختبارات التحصيلية استخرج الربيع الاول والثالث وكما يلي :-

الفئة	التكرار	التكرار المتجمع الصاعد
١٠ - ١٤	٥	٥
١٥ - ١٩	١٢	١٧
٢٠ - ٢٤	١٣	٣٠
٢٥ - ٢٩	٤٥	٧٥
٣٠ - ٣٤	٥٧	١٣٢
٣٥ - ٣٩	٤٣	١٧٥
٤٠ - ٤٤	٢٥	٢٠٠

اولاً : نستخرج التكرار المتجمع الصاعد للتكرارات .

ثانياً : لتحديد فئة الربيع الاول

$$ر_1 = \frac{ن}{٤} \times ١ = \frac{٢٠٠}{٤} \times ١ = ٥٠$$

ثالثاً : الناتج في الخطوة السابقة وهو (٥٠) نلاحظ التكرار المتجمع الصاعد ونأخذ الدرجة الاقرب اليه (علماً ان تكون الاقرب وليس الاقل) وهنا الدرجة هي (٧٥) التكرار المتجمع الصاعد . اذن الفئة المقابلة لهذه الدرجة هي (٢٥ - ٢٩)

م = الحد الحقيقي الادنى لفئة الربيع الاول
ن = العدد الكلي
ق = رتبة الربيع
ك١ = التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل الربيع الاول
ك٢ = تكرار فئة الربيع الاول
ل = طول الفئة

رابعاً : نطبق المعادلة التالية

$$ر_1 = م + \frac{(\frac{ن}{٤} \times ق) - ك_1}{ك_2} \times ل$$

$$= ٢٤,٥ + \frac{(\frac{٢٠٠}{٤} \times ١) - ٣٠}{٤٥} \times ٥$$

$$= ٢٤,٥ + \frac{٥٠ - ٣٠}{٤٥} \times ٥$$

$$= ٢٤,٥ + \frac{٢٠}{٤٥} \times ٥$$

$$= ٢٤,٥ + \frac{١٠٠}{٤٥}$$

$$= ٢٤,٥ + ٢,٢٢$$

$$= ٢٦,٧٢$$

٢٧

استخراج الربيع الثالث

- بعد ان استخرجنا التكرار المتجمع الصاعد للتكرارات
- نحدد فئة الربيع الثالث من خلال $\left[ر_٣ = \frac{ن}{٤} \times ٣ = \frac{٢٠٠}{٤} \times ٣ = ١٥٠ \right]$
- الناتج في الخطوة السابقة (١٥٠) نلاحظ التكرار المتجمع الصاعد ونأخذ الدرجة الاقرب اليه وهنا هي (١٧٥) التكرار المتجمع الصاعد، اذن الفئة المقابلة لهذه الدرجة هي (٤٠ - ٤٤).
- نطبق المعادلة $ر_٣ = أ + \frac{(\frac{ن}{٤} \times ق) - ك_١}{ك_٢} \times ل$

$$= ٣٩,٥ + \frac{(٣ \times \frac{٢٠٠}{٤}) - ١٣٢}{٤٣} \times ٥$$

$$= ٣٩,٥ + \frac{١٥٠ - ١٣٢}{٤٣} \times ٥$$

$$= ٣٩,٥ + \frac{١٨}{٤٣} \times ٥$$

$$= ٣٩,٥ + \frac{٩٠}{٤٣}$$

$$= ٣٩,٥ + ٢,٠٩$$

$$= ٤١,٥٩$$

ثانياً: العشيرات Deciles

بعد ترتيب الدرجات تقسم الى عشرة اقسام متساوية

$ع_١ \quad ع_٢ \quad ع_٣ \quad ع_٤ \quad ع_٥ \quad ع_٦ \quad ع_٧ \quad ع_٨ \quad ع_٩ \quad ع_{١٠}$

مثال/ جد العشير التاسع للمثال السابق

اولاً: نستخرج التكرار المتجمع الصاعد للتكرارات

ثانياً: لتحديد فئة العشير التاسع $\left[ع_٩ = \frac{ن}{١٠} \times ٩ = \frac{٢٠٠}{١٠} \times ٩ = ١٨٠ \right]$

ثالثاً: الناتج في الخطوة السابقة وهو (١٨٠) نلاحظ التكرار المتجمع الصاعد ونأخذ الدرجة الاقرب اليه وهنا الدرجة هي (٢٠٠) التكرار المتجمع الصاعد، اذن الفئة المقابلة لهذه الدرجة هي (٤٠ - ٤٤).

رابعاً: نطبق المعادلة $ع_٩ = أ + \frac{(\frac{ن}{١٠} \times ق) - ك_١}{ك_٢} \times ل$

$$= ٣٩,٥ + \frac{(٩ \times \frac{٢٠٠}{١٠}) - ١٧٥}{٢٥} \times ٥$$

$$= ٣٩,٥ + \frac{١٨٠ - ١٧٥}{٢٥} \times ٥$$

$$= ٣٩,٥ + \frac{٥}{٢٥} \times ٥$$

$$= ٣٩,٥ + \frac{٢٥}{٢٥}$$

$$= ٣٩,٥ + ١ = ٤٠,٥$$

ثالثاً: المئينات ـــــ Percentiles

بعد ترتيب الدرجات تقسم الى مئة قسم متساوية

م١ م٢ م٣ .... م٩٨ م٩٩ م١٠٠

مثال/ جد المئين السابع للمثال السابق

اولاً: نستخرج التكرار المتجمع الصاعد للتكرارات

ثانياً: لتحديد فئة المئين السابع $\left[\text{م}_{\text{٧}} = \frac{\text{ن}}{\text{١٠٠}} \times \text{ق} = \frac{\text{٢٠٠}}{\text{١٠٠}} \times \text{٧} = \text{١٤}\right]$

ثالثاً: نأخذ الخطوة السابقة وهو (١٤) نلاحظ التكرار المتجمع الصاعد ونأخذ الدرجة الاقرب اليه وهنا هي الدرجة (١٧) التكرار المتجمع الصاعد، اذن الفئة المقابلة لهذه الدرجة هي (١٥-١٩)

رابعاً: تطبيق المعادلة

$$\text{م}_{\text{٧}} = \text{ء} + \frac{\left(\frac{\text{ن}}{\text{١٠٠}} \times \text{ق}\right) - \text{ك}_{\text{١}}}{\text{ك}_{\text{٢}}} \times \text{ل}$$

$$= \text{١٤,٥} + \frac{\left(\frac{\text{٢٠٠}}{\text{١٠٠}} \times \text{٧}\right) - \text{٥}}{\text{١٢}} \times \text{٥}$$

$$= \text{١٤,٥} + \frac{\text{١٤} - \text{٥}}{\text{١٢}} \times \text{٥}$$

$$= \text{١٤,٥} + \frac{\text{٩}}{\text{١٢}} \times \text{٥}$$

$$= \text{١٤,٥} + \frac{\text{٤٥}}{\text{١٢}}$$

$$= \text{١٤,٥} + \text{٣,٧٥}$$

$$= \text{١٨,٢٥}$$

الربيع الثاني هو الوسيط والمئين الخمسين

الربيع الثالث هو المئين الخامس والسبعين

٥

امثلة

فيما يلي درجات عشرين طالب في اختبار الاحصاء احسب المئين الثمانين

الفئات	ك	التكرار المتجمع الصاعد
١ - ٢	٢	٢
٤ - ٦	٥	٨
٧ - ٩	٤	١٢
١٠ - ١٢	٦	١٨
١٣ - ١٥	٢	٢٠

$\frac{ن}{١٠٠} \times ق$

$\frac{٢٠}{١٠٠} \times ٨٠$

$= ٠٫٢ \times ٨٠ = ١٦$

$م = أ + \frac{(\frac{ن}{١٠٠} \times ق) - ك_١}{ك_٢} \times ل$

$= ٩٫٥ + \frac{١٦ - ١٢}{٦} \times ٢$

$= ٩٫٥ + \frac{٤}{٦} \times ٢$

$= ٩٫٥ + ٠٫٦٦٦ \times ٢$

$= ٩٫٥ + ١٫٩٩٩ = ١١٫٩٩٩$ المئين الثمانين

الوسيط

$٢٠ \div ٢ = ١٠$

$= أ + \frac{(\frac{ن}{٢}) - ك_١}{ك_٢} \times ل$

$= ٦٫٥ + \frac{١٠ - ٨}{٤} \times ٢$

$= ٦٫٥ + \frac{٢}{٤} \times ٢$

$= ٦٫٥ + ١٫٥$

$= ٨$ الوسيط

(٢٦)

الخط النسبي

امثلة

طبق احد الباحثين مقياسا للاكتئاب فكانت درجاتهم كما في الجدول
اوجد المطلوب

الفئات	التكرار	التكرار المتجمع الصاعد
٧ - ١١	٢	٢
١٢ - ١٦	٥	٧
١٧ - ٢١	٦	١٣
٢٢ - ٢٦	٨	٢١
٢٧ - ٣١	٤	٢٥
٣٢ - ٣٦	٥	٣٠
	٣٠	

A) احسب قيمة الربيع الثالث

ر٣ = ٣ × ن/٤ = ٣ × ٣٠/٤ = ٣ × ٧,٥ = ٢٢,٥

ر٣ = م + ((ن/٤ × ق) − ك١)/ك٢ × ل = ٢٦,٥ + (٢٢,٥ − ٢١)/٤ × ٥

= ٢٦,٥ + ١,٥/٤ × ٥ = ٢٦,٥ + ٠,٣٧٥ × ٥ = ٢٦,٥ + ١,٨٧٥ = **٢٨,٣٧٥**

B) احسب قيمة العشير السادس

ع٦ = ٦ × ن/١٠ = ٦ × ٣٠/١٠ = ٦ × ٣ = ١٨

ع٦ = م + ((ن/١٠ × ق) − ك١)/ك٢ × ل

= ٢١,٥ + (١٨ − ١٣)/٨ × ٥ = ٢١,٥ + ٥/٨ × ٥ = ٢١,٥ + ٠,٦٢٥ × ٥

= ٢١,٥ + ٣,١٢٥ = **٢٤,٦٢٥**

C) احسب قيمة المئين الخامس عشر

م١٥ = ١٥ × ٣٠/١٠٠ = ١٥ × ٠,٣ = ٤,٥

م١٥ = م + ((ن/١٠٠ × ق) − ك١)/ك٢ × ل

= ١١,٥ + (٤,٥ − ٢)/٥ × ٥ = ١١,٥ + ٢,٥/٥ × ٥ = ١١,٥ + ٠,٥ × ٥

= ١١,٥ + ٢,٥ = **١٤**

مقاييس التشتت Measures of Variability

يستخدم لمعرفة مدى انتشار الدرجات في التوزيع واختلافها عن الواحدة عن الاخرى

اولاً: المدى Range

يعرف بانه مقدار الفرق الموجود بين اعلى واوطأ درجتين في التوزيع

مثال/ [٩٠ ، ٦٥ ، ٤٠ ، ٢٨ ، ٢٤ ، ١٥]

الحل/ ٩٠ - ١٥ = ٧٥ المدى المقصور Exclusive

ويحسب ايضاً باستخراج الفرق بين الحدين الادنى للدرجة الصغرى والاعلى للدرجة الكبرى.

- الحد الادنى للدرجة الصغرى (١٥) هو ١٤,٥
- 〃 الاعلى 〃 الكبرى (٩٠) هو ٩٠,٥

لذى المدى سيكون المطلق او الشامل Inclusive { ٩٠,٥ - ١٤,٥ = ٧٦ } بدلاً من (٧٥) وهو المدى

ثانياً: الانحراف الربيعي Quantile Deviation

هو نصف الفرق بين قيمتي الربيعين الاول والثالث ويسمى احياناً بنصف المدى الربيعي

$$\text{الانحراف الربيعي} = \frac{\text{الربيع الثالث} - \text{الربيع الاول}}{2}$$

$$ر = \frac{ر_3 - ر_1}{2}$$

وعند استخدامه نضمن التعرف على (٥٠٪) من البيانات الخاصة بذلك التوزيع لانها تقع بين (ر١) و (ر٣) ويتم حساب قيمة الانحراف الربيعي بعد استخراج قيمتي الربيعين الاول والثالث

مثال/ جد قيمة الانحراف الربيعي للمثال الموجود في الربيعيات للطلبة الذين عددهم (٢٠٠) طالب

$$\text{الانحراف الربيعي} (ر) = \frac{٣٦,٧٢ - ٢٦,٥٩}{٢}$$

$$= \frac{٩,٨٧}{٢}$$

$$= ٤,٩٢٥$$

(٤٨)

ثالثاً: الانحراف المتوسط Mean Deviation

هو متوسط الانحرافات المطلقة للدرجات عن وسطها الحسابي، ويقصد بالانحراف المطلق الفرق بين الدرجة والوسط الحسابي بغض النظر عن اتجاه هذا الفرق سواء كان سالباً أو موجباً.

مثال/

① نستخرج الوسط الحسابي = ٧٠ / ٧ = ١٠

② العمود الثاني سيكون (س - سَ) أي نطرح كل درجة من الوسط الحسابي

③ العمود الثالث سيكون الانحراف المطلق |س - سَ| أي نطرح ونهمل الإشارة

④ نطبق المعادلة وهي

	الدرجة س	الدرجة - الوسط الحسابي س - سَ	الانحراف المطلق |س - سَ|
١	٢	٢ - ١٠	٧
٢	٤	٤ - ١٠	٦
٣	٦	٦ - ١٠	٤
٤	٩	٩ - ١٠	١
٥	١٢	١٢ - ١٠	٢
٦	١٦	١٦ - ١٠	٦
٧	٢٠	٢٠ - ١٠	١٠
	مج ٧٠		٢٦

الانحراف المتوسط = مج |س - سَ| / ن

= ٢٦ / ٧

= ٣,٧١٤

رابعاً التباين Variance $س$ / $ع^{2}$

هو انحراف كل درجة من درجات التوزيع عن الوسط الحسابي.

فاذا كان لدينا مجموعة من الدرجات (٥، ٥، ٥، ٥، ٥) فان انحراف الدرجة عن الوسط الحسابي الذي مقداره (٥) هو (صفر) التباين صفر

اما اذا كانت الدرجات غير متجانسة مثل (٤، ٥، ٦) فان انحراف كل درجة عن الوسط الحسابي الذي مقداره (٥) (ليس صفر) التباين ٠٫٨١٦ دائما هو (-١، صفر، ١) ومجموع الانحرافات يكون (صفر) في كافة الحالات.

خطوات حساب التباين (الطريقة الاولى المطولة)

مثال/ استخرج التباين للدرجات (١، ٤، ٧، ٨، ١٠)

الحل/

١) نستخرج قيمة المتوسط الحسابي

$$\bar{س} = \frac{٣٠}{٥} = ٦$$

٢) نستخرج انحراف كل درجة عن الوسط الحسابي $(س - \bar{س})$ ونضعها في العمود الثاني

٣) نربع قيمة كل انحراف $(س - \bar{س})^{2}$ ونضعها في العمود الثالث

٤) نطبق المعادلة وهي

$$ع^{2} = \frac{مج(س - \bar{س})^{2}}{ن}$$

$$= \frac{٥٠}{٥} = ١٠$$

	$س$	$س - \bar{س}$	$(س - \bar{س})^{2}$
١	١	١ - ٦ = -٥	٢٥
٢	٤	٤ - ٦ = -٢	٤
٣	٧	٧ - ٦ = ١	١
٤	٨	٨ - ٦ = ٢	٤
٥	١٠	١٠ - ٦ = ٤	١٦
	المجموع		٥٠

الطريقة الثانية لحساب التباين (الطريقة المختصرة)

مثال/ نفس المثال السابق

١) نربع كل درجة ونضعها في العمود الثاني

٢) نطبق القانون التالي

$$ع^{2} = \frac{ن\, مج س^{2} - (مج س)^{2}}{ن^{2}}$$

$$= \frac{(٥)(٢٣٠) - (٣٠)^{2}}{(٥)^{2}}$$

$$= \frac{١١٥٠ - ٩٠٠}{٢٥}$$

$$= \frac{٢٥٠}{٢٥} = ١٠$$

	$س$	$س^{2}$
١	١	١
٢	٤	١٦
٣	٧	٤٩
٤	٨	٦٤
٥	١٠	١٠٠
	٣٠	٢٣٠

$$ع^{2} = \frac{مج(س - \bar{س})^{2}}{ن}$$

$ن-١$

عينة صغيرة (ن-١)

طريقة الانحرافات

$$ع^{2} = \frac{ن\, مج س^{2} - (مج س)^{2}}{ن^{2}}$$

عينة صغيرة (ن(ن-١))

طريقة المربعات

$$ع^{2} = \frac{ن\, مج س^{2}ك - (مج سك)^{2}}{ن^{2}}$$

طريقة المربعات + تكرار

~~طريقة الانحرافات + تكرار~~

حساب التباين عند وجود تكرارات بطريقة المربعات فقط (٢)

مثال / فيما يلي درجات عشرين طالب في اختبار ما احسب تباين الدرجات

① نستخرج مراكز الفئات

① نربع كل درجة ونضعها في العمود الثالث

② نضرب كل درجة بتكرارها ونضعها في العمود الرابع ونجمعها بالنهاية

③ نضرب كل قيمة مربعة (س²) بالتكرار المقابل لها ونضعها في العمود الخامس ونجمعها في النهاية

④ نطبق المعادلة التالية

الفئات	س	ك	س²	س ك	س² ك
٤٤-٤٨	٤٦	٤	٢١١٦	١٨٤	٨٤٦٤
٤٩-٥٢	٥١	١	٢٦٠١	٥١	٢٦٠١
٥٤-٥٨	٥٦	٢	٣١٣٦	١١٢	٦٢٧٢
٥٩-٦٢	٦١	٢	٣٧٢١	١٢٢	٧٤٤٢
٦٤-٦٨	٦٦	٢	٤٣٥٦	١٣٢	٨٧١٢
٦٩-٧٢	٧١	٩	٥٠٤١	٦٣٩	٤٥٣٦٩
مج		٢٠		١٢٤٠	٧٨٨٦٠

$$ع^2 = \frac{ن\ مج\ س^2ك - (مج\ س ك)^2}{ن\,(ن-١)}$$

$$= \frac{٢٠ \times ٧٨٨٦٠ - (١٢٤٠)^2}{١٩ \times ٢٠}$$

$$= \frac{١٥٧٧٢٠٠ - ١٥٣٧٦٠٠}{٣٨٠}$$

$$= \frac{٣٩٦٠٠}{٣٨٠}$$

$$= ١٠٤,٢٩$$

① العمود الأول ← الفئات

② العمود الثاني ← التكرارات / ك

③ العمود الثالث ← مراكز الفئات / س

④ العمود الرابع ← تربيع س ← س²

⑤ العمود الخامس ← س × ك = مج

⑥ العمود السادس ← س² × ك = مج

في حالة وجود فئات وليس درجات خام يجب استخراج مراكز الفئات واعتبارها درجات ونتبع نفس الخطوات السابقة.

الفئات	ك	س
٤٤-٤٨	٤	٤٦
٤٩-٥٢	١	٥١
٥٤-٥٨	٢	٥٦
٥٩-٦٢	٢	٦١
٦٤-٦٨	٢	٦٦
٦٩-٧٢	٩	٧١
	٢٠	

(س) (ع) ٢١

الانحراف المعياري Standard Deviation

هو الجذر التربيعي الموجب للتباين ويستخرج بنفس الطريقة التي تعلمناها عند حساب التباين.

الطريقة الاولى في حساب الانحراف المعياري (المطولة)

مثال / استخرج الانحراف المعياري للدرجات (١، ٤، ٧، ٨، ١٠) (سابقا)

الحل /

الخطوات

① نستخرج قيمة الوسط الحسابي $\bar{س} = \frac{٢٠}{٥} = ٦$

② نستخرج انحراف كل درجة عن الوسط الحسابي $(س - \bar{س})$ ونضعها في العمود الثاني.

③ نربع قيمة كل انحراف $(س - \bar{س})^٢$ ونضعها في العمود الثالث

④ نطبق المعادلة الخاصة بالانحراف المعياري وهي

س	$س - \bar{س}$	$(س - \bar{س})^٢$
١	١-٦ = -٥	٢٥
٤	٤-٦ = -٢	٤
٧	٧-٦ = ١	١
٨	٨-٦ = ٢	٤
١٠	١٠-٦ = ٤	١٦
المجموع ٢٠		٥٠

$$ع = \sqrt{\frac{مج (س - \bar{س})^٢}{ن}}$$

$$= \sqrt{\frac{٥٠}{٥}} = ٢,١٦٢$$

ملاحظة اذا قمنا بتربيع النتيجة الظاهرة تكون نفس ما حصلنا للتباين

الطريقة الثانية في حساب الانحراف المعياري (الطريقة الشائعة)

مثال / نفس المثال السابق

الخطوات

① نربع كل درجة ونضعها في العمود الثاني

② نطبق القانون التالي

س	$س^٢$
١	١
٤	١٦
٧	٤٩
٨	٦٤
١٠	١٠٠
٢٠	٢٣٠

$$ع = \sqrt{\frac{ن مج س^٢ - (مج س)^٢}{ن^٢}}$$

$$= \sqrt{\frac{٥ \times ٢٣٠ - (٢٠)^٢}{(٥)^٢}}$$

$$= \sqrt{\frac{١١٥٠ - ٩٠٠}{٢٥}}$$

$$= \sqrt{\frac{٢٥٠}{٢٥}}$$

$$= \sqrt{١٠}$$

$$= ٢,١٦٢$$

حساب الانحراف المعياري عند وجود تكرارات

ارجع الى المثال الموجود بحساب التباين وطبق القانون لكنه يجب ان تجذره.

$$ع = \sqrt{\frac{ن مج س^٢ك - (مج س ك)^٢}{ن}}$$

استخدام الانحرافات عن وسط فرضي في حساب التباين والانحراف المعياري

٢٢

ارجع الى المثال السابق

س	س - سَ ف = ح	ح²
١	١ - ٤ = -٣	٩
٤	٤ - ٤ = صفر	صفر
٧	٧ - ٤ = ٣	٩
٨	٨ - ٤ = ٤	١٦
١٠	١٠ - ٤ = ٦	٣٦
٢٠	١٠	٧٠

الخطوات

① بما ان المطلوب حساب التباين والانحراف المعياري بطريقة الانحرافات عن وسط فرضي اذن لنأخذ اي درجة من الدرجات الخمسة ونعتبرها وسطاً فرضياً وليكن مثلاً (٤)

② نطرح كل درجة من الدرجات من الوسط الفرضي ونضعه في العمود الثاني (س - سَ ف)

③ نربع قيمة كل انحراف عن الوسط الفرضي (س - سَ ف)² ونضعه في العمود الثالث

④ نطبق المعادلة التالية

التباين $ع^2 = \frac{ن\ مجـ ح^2 - (مجـ ح)^2}{ن^2}$

$= \frac{٥ \times ٧٠ - (١٠)^2}{(٥)^2}$

$= \frac{٣٥٠ - ١٠٠}{٢٥}$

$= \frac{٢٥٠}{٢٥} = ١٠$

الانحراف المعياري $ع = \sqrt{١٠} = ٣.١٦٢$ وهي نفس القيمة السابقة

وهناك طريقة اخرى اسمها الانحرافات المختصرة (ح)

الفئات	التكرارات	س	س²	س ك	س² ك
١ - ٣	٢				
٤ - ٦	٣	٥			
٧ - ٩	٢	٨			
١٠ - ١٢	٤	١١			
١٣ - ١٥	٤	١٤			
١٦ - ١٨	٣	١٧			
	١٨				

خامساً: معامل الاختلاف Coefficient of Variation

يستخدم عند المقارنة بين تشتت عدة توزيعات. ويعرف بأنه نسبة الانحراف المعياري الى الوسط الحسابي

$$\text{معامل الاختلاف} = \frac{\text{الانحراف المعياري (ع)}}{\text{الوسط الحسابي }(\bar{س})} \times ١٠٠$$

مثال/ اذا كان متوسط وزن تلاميذ الصف السادس الابتدائي (٥٠) كغم ومقدار الانحراف المعياري لاوزانهم (١٠) فما هو معامل الاختلاف؟

الحل/ نطبق القانون $= \frac{١٠}{٥٠} \times ١٠٠$

$= ٢٠$

سادساً: الدرجة المعيارية (د) Standard Score

هو انحراف الدرجة الاصلية عن الوسط الحسابي للتوزيع مقسوماً على الانحراف المعياري. وتستخدم لمعرفة واهمية درجة معينة بالنسبة الى مجموع من الدرجات في نفس التوزيع او مقارنتها مع درجة اخرى في توزيع آخر.

$$\text{الدرجة المعيارية} = \frac{س - \bar{س}}{ع}$$

مثال/ اذا كان الوسط الحسابي لدرجات مجموعة من الطلبة في اختبار ما (٧٥) والانحراف المعياري (١٠)، فان الدرجة المعيارية للطالب الذي حصل على درجة (٩٥) هي

$$د_{٩٥} = \frac{٩٥ - ٧٥}{١٠} = \frac{٢٠}{١٠} = ٢$$

التباين

عينة كبيرة	عينة صغيرة
طريقة المتوسطات: $ع^٢ = \frac{مج(س-\bar{س})^٢}{ن}$	$ع^٢ = \frac{مج(س-\bar{س})^٢}{ن-١}$
طريقة المربعات: $ع^٢ = \frac{ن مج س^٢ - (مج س)^٢}{ن^٢}$	$ع^٢ = \frac{ن مج س^٢ - (مج س)^٢}{ن(ن-١)}$

التباين بوجود تكرارات فقط طريقة المربعات

$$ع^٢ = \frac{ن مج س^٢ك - (مج س ك)^٢}{ن^٢}$$

$$ع^٢ = \frac{ن مج س^٢ك - (مج س ك)^٢}{ن(ن-١)}$$

مثال فيما يلي بيانات مجموعة من الافراد على مقياس الصحة النفسية احسب الانحراف المعياري لدرجاتهم

الفئات	ك	س	س ك	$س^٢$	$س^٢ك$
١ - ٥	٩	٣	٢٧	٩	٨١
٦ - ١٠	٥	٨	٤٠	٦٤	٣٢٠
١١ - ١٥	٨	١٣	١٠٤	١٦٩	١٣٥٢
١٦ - ٢٠	١٠	١٨	١٨٠	٣٢٤	٣٢٤٠
	٣٢		٣٥١		٤٩٩٣

$$ع^٢ = \frac{ن مج س^٢ك - (مج س ك)^٢}{ن^٢}$$

$$= \frac{٣٢ \times ٤٩٩٣ - (٣٥١)^٢}{(٣٢)^٢}$$

$$= \frac{١٥٩٧٧٦ - ١٢٣٢٠١}{١٠٢٤}$$

$$= \frac{٣٦٥٧٥}{١٠٢٤}$$

التباين $= \boxed{٣٥,٧١٧٧}$ التباين

الانحراف المعياري $= \sqrt{٣٥,٧١٧٧}$

$= ٥,٩٧٦$ الانحراف المعياري

٢٠ Measures of Relationship مقاييس العلاقة

تستخدم مقاييس العلاقة في دراسة علاقة التوزيع الواحد بواحد آخر أو أكثر من التوزيعات الأخرى وهناك ثلاث أنواع من العلاقات بين المتغيرات:-

① قيم عالية للمتغير (س) مثلاً الطول تقابلها قيم عالية للمتغير (ص) مثلاً الوزن. والقيم الواطئة للمتغير الأول تقابلها قيم واطئة للمتغير الثاني، هذه العلاقة تكون موجبة.

② قيم عالية للمتغير (س) تقابلها قيم واطئة للمتغير (ص) او بالعكس فان هذه العلاقة تكون سالبة.

③ لا يوجد اتجاه واضح للعلاقة بين قيم المتغيرين، فانه لا توجد علاقة بين المتغيرين.

اولاً:- معامل ارتباط بيرسون Pearsons Correlation Coefficient

العلاقة بين متغيرين مستمرين سواء كان كلاهما من النوع النسبي او الفاصل او كان قياس احدهما نسبياً والاخر فاصلاً او بالعكس.

القانون هو ر =

$$ر = \frac{ن\ مج\ س\ ص - (مج\ س)(مج\ ص)}{\sqrt{[ن\ مج\ س^2 - (مج\ س)^2][ن\ مج\ ص^2 - (مج\ ص)^2]}}$$

مثال/ طبقنا اختبارات احدهما في علم النفس (س) والاخر في الاحصاء (ص) على عشر طلاب وكانت درجات كل طالب في الاختبارين موضحة في العمودين الاول والثاني

س ص	ص²	س²	ص	س	
٤٢	٤٩	٣٦	٧	٦	١
٥٦	٦٤	٤٩	٨	٧	٢
٨١	٨١	٨١	٩	٩	٣
٢٠	٢٥	١٦	٥	٤	٤
٩٠	٨١	١٠٠	٩	١٠	٥
٦	٩	٤	٣	٢	٦
٣٠	٣٦	٢٥	٦	٥	٧
١٢	١٦	٩	٤	٣	٨
٦٤	٦٤	٦٤	٨	٨	٩
٣	٩	١	٣	١	١٠
٤٠٤	٤٣٤	٣٨٥	٦٣	٥٥	مج

الخطوات

① نربع كل قيمة من قيم (س) ونضعها في العمود الثالث ونجمعها بالنهاية.

② نربع كل قيمة من قيم (ص) ونضعها في العمود الرابع ونجمعها بالنهاية.

③ نضرب كل قيمة من قيم (س) في (ص) لكل طالب من الطلبة العشرة ونضعها في العمود الخامس ونجمعها في النهاية.

④ نطبق القانون.

$$= \frac{(٦٢)(٥٥) - (٤٠٤)(١٠)}{\sqrt{\left[{}^{٢}(٦٢) - (٤٢٤)(١٠)\right]\left[{}^{٢}(٥٥) - (٢٨٥)(١٠)\right]}}$$

$$= \frac{٣٤١٠ - ٤٠٤٠}{\sqrt{\left[٣٨٤٤ - ٤٢٤٠\right]\left[٣٠٢٥ - ٢٨٥٠\right]}}$$

$$= \frac{٦٣٠}{\sqrt{٤٩٦ \times ٨٢٥}}$$

$$= \frac{٦٣٠}{\sqrt{٤٠٩٢٠٠}}$$

$$= \frac{٦٣٠}{٦٣٩٫٦٨٧٤٢٦}$$

$$= ٠٫٩٨٤$$

ملاحظة (١) إن قيمتي معامل الارتباط تتراوح بين (+١) و (−١)
والخطأ المعياري يساوي صفر

(٢) معامل ارتباط بيرسون يقيس قوة واتجاه العلاقة بين متغيرين
كميين (ليس وصفيين)

مخطط الانتشار Scatter Diagram

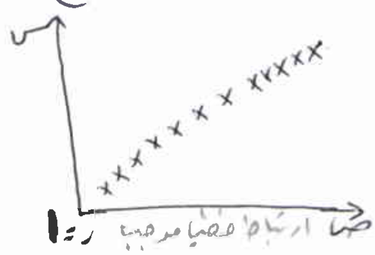
* يستخدم مخطط الانتشار، اذا كانت البيانات قليلة العدد، حيث نقوم بتعيين النقطة الخاصة بكل طالب وذلك بمعرفة الدرجتين (س)، (ص) على المحورين السيني والصادي.

١) العلاقة الموجبة :- ان الزيادة في قيمة متغير تتبعها زيادة في قيمة المتغير الاخر والعكس بالعكس.

٢) العلاقة السالبة :- ان الزيادة في احد المتغيرين يتبعها نقصها في قيم المتغير الثاني.

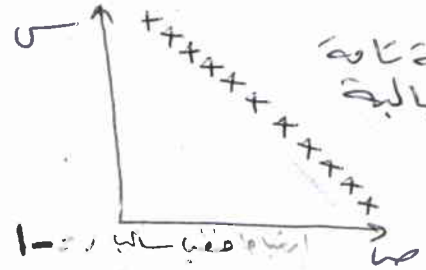
* قيم معامل ارتباط بيرسون لا يكون اقل من (-١) ولا اكبر من (+١) وهي تتراوح بين هاتين القيمتين. واذا كانت قيمة معامل الارتباط مساوية (-١) أو (+١) فان كافة النقاط تقع على خط مستقيم وتسمى العلاقة تامة.

علاقة تامة موجبة



ارتباط طردي موجب ر=١

علاقة تامة سالبة



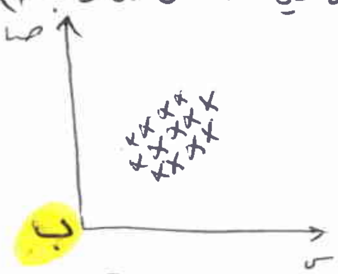
ارتباط عكسي سالب ر=-١

* وتضعف العلاقة (اي ينخفض قيمة معامل الارتباط) كلما ازداد انتشار النقاط.

ارتباط طردي موجب ر≠١

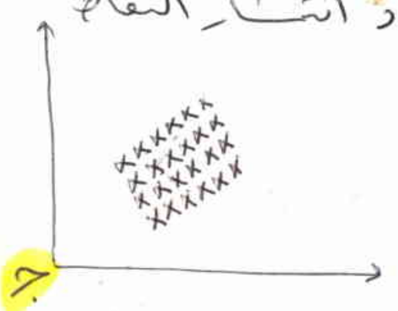
علاقة موجبة

(أ) العلاقة اقوى من (ب و ج) لان النقاط اقل انتشاراً



علاقة موجبة

العلاقة اضعف من (أ) واقوى من (ج)

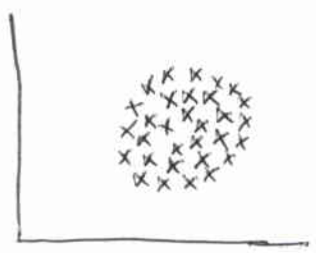


علاقة موجبة

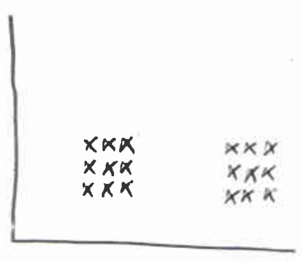
علاقة موجبة ضعيفة

* لا توجد علاقة اذا انتشرت النقاط بصورة لا يتضح منها اتجاه معين وهذا يعني ان قيمة معامل الارتباط تساوي (صفر). اي عدم وجود تأثير وتبادل بين المتغيرين.

أ لا توجد علاقة



ب لا توجد علاقة ر=صفر



ج لا توجد علاقة

٢٨

تفسير معامل ارتباط بيرسون

ان وجود علاقة بين متغيرين لا يعني بالضرورة ان هذه العلاقة سببية.

قد يساعد استخراج معامل الارتباط في وضع فرضيات سببية اي التنبؤ بوجود مثل هذه العلاقة السببية بعد السيطرة على العوامل الاخرى بواسطة اجراء دراسات تجريبية. ولكنه بحد ذاته لا يكشف عن هذه العلاقات.

بصورة عامة لتفسير معامل الارتباط يجب ملاحظة :-

① قوة العلاقة فيما اذا كان معامل الارتباط مرتفعاً يقترب من (١) أو منخفضاً يقترب من (صفر).

② اتجاه العلاقة اي فيما اذا كانت اشارة معامل الارتباط سالبة او موجبة.

اذا كانت قيمة معامل الارتباط صفر في احيان كثيرة لا يدل على عدم وجود علاقة بين المتغيرين لذلك يفضل رسم مخطط الانتشار لملاحظة توزيع النقاط وفيما اذا كانت تدل على عدم وجود علاقة ام لا. وفي احيان كثيرة قد يظهر المخطط نوعاً من العلاقة المنحنية حيث يظهر حساب معامل الارتباط قيمة صفر

ب

أ

يتوقف تفسير معامل الارتباط على :- ① نوع المتغيرات ② حجم العينة ③ هدف البحث ④ - - - -

يمكن تقييم معامل الارتباط من خلال ① الدراسات السابقة والمعيار هنا نسبياً ② باستخدام معيار مطلق من خلال تربيع معامل الارتباط ($ر^2$) [ر = ٠.٦٠ ر] معتدل لانه [$ر^2$ = ٠.٢٦ ر]

③ طرق احصائية استدلالية للتعرف على اهمية ودلالة معاملات الارتباط.

تر ٢

(29)

مثال

ن	س	ص	س²	ص²	س ص
1	5	1	25	1	5
2	10	6	100	36	60
3	5	2	25	4	10
4	11	8	121	64	88
5	12	5	144	25	60
6	4	1	16	1	4
7	3	4	9	16	12
8	2	6	4	36	12
9	7	5	49	25	35
10	1	2	1	4	2
مج	60	40	494	212	288

$$ر = \frac{ن\ مج\ س ص - (مج\ س)(مج\ ص)}{\sqrt{[ن\ مج\ س^2 - (مج\ س)^2][ن\ مج\ ص^2 - (مج\ ص)^2]}}$$

$$= \frac{288 \times 10 - (60) \times (40)}{\sqrt{[10 \times 494 - (60)^2][10 \times 212 - (40)^2]}}$$

$$= \frac{2880 - 2400}{\sqrt{[4940 - 3600][2120 - 1600]}}$$

$$= \frac{2880 - 2400}{\sqrt{1340 \times 520}}$$

$$= \frac{480}{\cancel{\quad}} = \boxed{0.575}$$

834.7454071

(٤٢)

ثانياً: معامل ارتباط سبيرمان للرتب Spearman's Coefficient of Rank Correlation.

يستخدم معامل ارتباط سبيرمان للرتب للعلاقة بين متغيرين رتبيين. [يقيس قوة واتجاه العلاقة بين رتب متغيرين كلاهما أو أحدهما وصفية]

مثال/ اراد باحث قياس التكيف والغيرة لعشرة من الطلبة وكانت رتبهم كما يأتي:

	رتبة التكيف س	رتبة الغيرة ص	ف = س-ص	ف²
أ	١	٦	-٥	٢٥
ب	٢	٣	-١	١
ج	٣	٧	-٤	١٦
د	٤	٢	٢	٤
ه	٥	١	٤	١٦
و	٦	٨	-٢	٤
ز	٧	٤	٣	٩
ح	٨	٩	-١	١
ط	٩	٥	٤	١٦
ي	١٠	١٠	صفر	صفر
				المجموع ٩٢

الخطوات

١) نضع رتبة الطلبة العشرة في المتغير الاول وهو التكيف (س) في العمود الاول.

٢) نضع رتب الطلبة نفسهم العشرة في المتغير الثاني وهو الغيرة (ص) في العمود الثاني.

٣) نستخرج قيمة (ف) وهي (س-ص) اي نطرح كل رتبة من س من ص لكل طالب من الطلبة العشرة ونضعها في العمود الثالث

٤) نربع كل قيمة ظهرت لنا في العمود الثالث ونجمع قيمها التربيعية ونضعها في العمود الرابع

٥) نطبق القانون وهو

$$ر = ١ - \frac{٦ \text{ مج } ف^٢}{ن(ن^٢ - ١)}$$

$$ر = ١ - \frac{٦ \times ٩٢}{١٠(١٠٠ - ١)}$$

$$ر = ١ - \frac{٥٥٢}{١٠ \times ٩٩}$$

$$ر = ١ - \frac{٥٥٢}{٩٩٠}$$

ر = ١ - ٠,٥٥٧٥٧٥٧٥٧

= ٠,٤٤٢

ملاحظة: لا يمكن استخدام القانون السابق اذا تجاوز عدد الرتب المتشابهة الثلاث وفي مثل هذه الحالة يستخدم قانون معامل ارتباط الرتب لكاندال Kendall الذي يتضمن عاملاً للتصحيح للرتب المتشابهة لكل من المتغيرين

وفي مثالنا السابق هناك رتبة واحدة متشابهة فقط وهي الاخيرة (١٠)

ك

س	ص	رس	رص	ف	ف²
١٠	٩	٥	٢,٥	١,٥	٢,٢٥
١١	١٢	٤	١	٣	٩
١٢	١١	٣	٢	١	١
١٣	٩	٢	٣,٥	١,٥-	٢,٢٥
١٤	٥	١	٥	٤-	١٦
					٣٠,٥

محاضرة

$$ر = ١ - \frac{٦ \text{ مجـ } ف^٢}{ن(ن^٢ - ١)}$$

$$ر = ١ - \frac{٦ \times ٣٠,٥}{٥(٢٥ - ١)}$$

$$ر = ١ - \frac{١٨٣}{١٢٠}$$

ر = ١ - ١,٥٢٥

ر = ٠,٥٢٥-

معامل ارتباط سبيرمان للرتب

س	ص	رس	رص	ف	ف²
١٢	٦	١,٥	٤,٥	٣-	٩
١٢	١٠	١,٥	٢	٠,٥-	٠,٢٥
٤	١١	٤	١	٣	٩
٤	٩	٤	٣	١	١
٤	٦	٤	٤,٥	٠,٥-	٠,٢٥
					١٩,٥

محاضرة

$$ر = ١ - \frac{٦ \text{ مجـ } ف^٢}{ن(ن^٢ - ١)}$$

$$ر = ١ - \frac{٦ \times ١٩,٥}{٥(٢٥ - ١)}$$

$$ر = ١ - \frac{١١٧}{١٢٠}$$

ر = ١ - ٠,٩٧٥ = ٠,٠٢٥

سبيرمان للرتب

٠,٠٢٥

(٤٢)

أوجد معامل ارتباط الرتب لتقديرات عينة طلاب في مادتي الاحصاء التربوي (س) وعلم النفس العام (ص) موضحاً قوة واتجاه العلاقة ؟

الطالب	س	ص	ر س	ر ص	ف	ف²
أ	جيد (٢)	جيد جداً (٢)	٣	٢	١	١
ب	امتياز (١)	امتياز (١)	١	١	صفر	صفر
ج	متوسط (٤)	مقبول (٥)	٤	٥	-١	١
د	جيد جداً (٢)	جيد (٣)	٢	٣	-١	١
هـ	مقبول (٥)	متوسط (٤)	٥	٤	١	١
						٤

$$ر = ١ - \frac{٦ \text{ مجـ } ف^٢}{ن(ن^٢ - ١)}$$

$$ر = ١ - \frac{٦ \times ٤}{٥(٢٥ - ١)}$$

$$ر = ١ - \frac{٢٤}{١٢٠}$$

ر = ١ - ٠,٢

ر = ٠,٨ علاقة قوية موجبة

المقال درجة تعطيها ترتيب ١ وهكذا

(٤٢)

سبيرمان

ف²	ف	ر ص	ر س
٢,٢٥	١,٥	٢,٥ مكرر	٥
٩	٣	١	٤
١	١	٤	٣
٢,٢٥	١,٥	٢,٥ $\frac{٣+٢}{٢} = ٢,٥$	٢
١٦	−٤	٥	١
٢٠,٥			

ر = ١ − $\frac{٦ \text{ مج ف}^2}{\text{ن}(\text{ن}^2 - ١)}$

= ١ − $\frac{٦ \times ٢٠,٥}{٥(٢٥ - ١)}$

= ١ − $\frac{١٢٣}{١٢٠}$ = ١ − ١,٠٢٥ = −٠,٠٢٥

مثال (٢)

بيرسون

درجات

س	ص	س²	ص²	س ص
١٠	٩	١٠٠	٨١	٩٠
١١	١٢	١٢١	١٤٤	١٣٢
١٢	١١	١٤٤	١٢١	١٣٢
١٣	٩	١٦٩	٨١	١١٧
١٤	٥	١٩٦	٢٥	٧٠
٦٠	٤٦	٧٣٠	٤٥٢	٥٤١

ر = $\frac{\text{ن مج س ص} - (\text{مج س})(\text{مج ص})}{\sqrt{[\text{ن مج س}^2 - (\text{مج س})^2][\text{ن مج ص}^2 - (\text{مج ص})^2]}}$

= $\frac{٥ \times ٥٤١ - (٦٠)(٤٦)}{\sqrt{[٥ \times ٧٣٠ - (٦٠)^2][٥ \times ٤٥٢ - (٤٦)^2]}}$

= $\frac{٢٧٠٥ - ٢٧٦٠}{\sqrt{(٣٦٥٠ - ٣٦٠٠)(٢٢٦٠ - ٢١١٦)}}$

= $\frac{-٥٥}{\sqrt{٥٠ \times ١٤٤}}$

= $\frac{-٥٥}{\sqrt{٧٢٠٠}}$

= $\frac{-٥٥}{٨٤,٨٥٢٨}$ = $\boxed{-٠,٦٤٨}$

(٤٦)

~~Association Coefficient~~

ثالثاً:- معامل فاي Phi Coefficient

يستخدم معامل فاي اذا كان المتغيران متقطعان ثنائيان (٢×٢) اي انه. مثال، دراسة العلاقة بين متغير الجنس ومتغير ~~[illegible]~~ النتيجة في الامتحانات العامة

ذكور (١) — اناث (صفر) — ناجح (١) — راسب (صفر)

ذكر ناجح (١،١)

ذكر راسب (١،صفر)

انثى ناجحة (صفر،١)

انثى راسبة (صفر،صفر)

فيما يلي عدد الناجحين والراسبين في مادة علم النفس التربوي احسب معامل الارتباط

مثال/ فيما يلي الدرجات الرئيسية لاثنا عشر طالباً وطالبة، اذا كان عدد الذكور الناجحين (٤) والراسبين (١)، اما عدد الناجحات من الاناث (٢) والراسبات (٥).

الجنس س	نتيجة الامتحان ص
١	١
١	١
١	١
١	١
١	صفر
صفر	١
صفر	١
صفر	صفر
صفر	صفر
صفر	صفر
صفر	صفر
صفر	صفر

الخطوات

١) نضع في العمود الاول في البداية الذكور ورمزهم (١) وعددهم (٤+١) = (٥) وبعدها نضع الاناث ورمزها (صفر) وعددهم (٢+٥) = (٧)

٢) نضع في العمود الثاني نتيجة الامتحان (ناجح رمزه (١) والراسب رمزه (صفر)) مقابل كل رمز موجود في العمود الاول.

٣) نعد المصفوفة كما يأتي:-

الجنس / النتيجة	ناجح (١)	راسب (صفر)	المجموع
ذكر (١)	أ ٤	ب ١	أ+ب ٥
انثى (صفر)	ج ٢	د ٥	ج+د ٧
المجموع	أ+ج ٦	ب+د ٦	١٢

٤) نطبق القانون الاتي:-

$$\text{معامل فاي} = \frac{\text{أد} - \text{ب ج}}{\sqrt{(\text{أ}+\text{ج})(\text{ب}+\text{د})(\text{أ}+\text{ب})(\text{ج}+\text{د})}}$$

$$= \frac{(٤)\times(٥) - (١)\times(٢)}{\sqrt{(٦)(٦)(٥)(٧)}} = \frac{٢٠ - ٢}{\sqrt{٣٥ \times ٣٦}} = \frac{١٨}{\sqrt{١٢٦٠}} = \frac{١٨}{٣٥,٤٩٦٤٧٨٦٩} = ٠,٥٠٧$$

$$\frac{(٩\times٢) - (٧\times٥)}{\sqrt{(٦+٥)(٧+٢)(٦+٧)(٥+٢)}} = \frac{١٢ - ٢٠}{\sqrt{١١\times٩\times١٢\times٧}} = \frac{-٢٧}{\sqrt{٩٠٠٩}} = \frac{-٢٧}{٩٤,٩١٥} = -٠,٢٨٤٠$$

ملاحظة:- نفس الشيء هنا قيمة معامل الارتباط تكون محددة بين صفر والواحد

فاي

٤٥

طبق احد المدرسين اختبارا في مادة الاحصاء التربوي فكان عدد الناجحين من الذكور (٥) والراسبين (٧)، اما الاناث فكان عدد الناجحات (٩) والراسبات (٨)، احسب معامل الارتباط فيبيا وحدد قوة واتجاه العلاقة

النتيجة / الجنس	ناجح	راسب	المجموع
ذكور	٥	٧	١٢
اناث	٩	٨	١٧
المجموع	١٤	١٥	٢٩

$$\phi = \frac{أد - ب ج}{\sqrt{(أ+ب)(ج+د)(أ+ج)(ب+د)}}$$

$$= \frac{(٥ \times ٨) - (٧ \times ٩)}{\sqrt{(٥+٩)(٧+٨)(٥+٧)(٩+٨)}}$$

$$= \frac{٤٠ - ٦٣}{\sqrt{١٤ \times ١٥ \times ١٢ \times ١٧}}$$

$$= \frac{-٢٣}{\sqrt{٤٢٨٤٠}} = \frac{-٢٣}{٢٠٦,٩٧٨}$$

$$= -٠,١١$$

مثال: دراسة العلاقة بين الميل الدراسي والاتجاه نحو النشاط صنف (٢٠) طالبا وفقا لهذين المتغيرين كما مبين في الجدول الاتي، احسب معامل الارتباط

الاتجاه / الميل الدراسي	ايجابي	سلبي	المجموع
قوي	٥	٦	١١
ضعيف	٧	٢	٩
المجموع	١٢	٨	٢٠

$$\phi = \frac{(٥ \times ٢) - (٦ \times ٧)}{\sqrt{(٥+٧)(٦+٢)(٥+٦)(٧+٢)}}$$

$$= \frac{١٠ - ٤٢}{\sqrt{١٢ \times ٨ \times ١١ \times ٩}}$$

$$= \frac{-٣٢}{\sqrt{٩٥٠٤}}$$

$$= \frac{-٣٢}{٩٧,٤٨٨٤}$$

$$= -٠,٣٢٨$$

(٤٦)

Regression الانحدار

أولاً : التنبؤ بقيمة ص بدلالة س

في معاملات الارتباط كان الاهتمام بدراسة العلاقة بين متغيرين ومدى قوتها واتجاهها. اما الانحدار فيهتم بتنبؤ قيمة متغير معين عن معرفة قيمة متغير آخر مثل التنبؤ بالدرجات التي يحصل عليها الطالب بالامتحان الوزاري (ص) من معرفة درجاته في الامتحان المدرسي (س).

مثال/ طبق احد الباحثين اختبارين (س) ، (ص) على سبعة افراد وكانت النتائج كما يأتي :- المطلوب التنبؤ بتقدير قيمة (ص) اي درجات الافراد في الاختبار الثاني في معرفة درجاتهم في الاختبار الاول (س).

	س	ص	س ص	س²
١	١٢	١١	١٣٢	١٤٤
٢	١١	١٤	١٥٤	١٢١
٣	٥	١١	٥٥	٢٥
٤	١٠	١٢	١٢٠	١٠٠
٥	١٣	١٥	١٩٥	١٦٩
٦	١٣	١٤	١٨٢	١٦٩
٧	١٢	١٢	١٤٤	١٤٤
المجموع	٧٦	٩٠	٩٩٢	٨٧٢

الخطوات

١) نضرب كل قيمة موجودة في (س) بما يقابلها في (ص) ونضعها في العمود الثالث / مثلاً

٢) تطبيق قانون الانحدار (معادلة خط الانحدار) وهو $\hat{ص} = ب\, س + م$ — Regression Line معادلة خط الانحدار

٣) ايجاد قيمة ب من خلال تطبيق القانون :-

$$ب = \frac{ن\ مج\ س ص - (مج\ س)(مج\ ص)}{ن\ مج\ س^2 - (مج\ س)^2}$$

$$= \frac{(٧)(٩٩٢) - (٧٦)(٩٠)}{(٧)(٨٧٢) - (٧٦)^2}$$

$$= \frac{٦٩٤٤ - ٦٨٤٠}{٦١٠٤ - ٥٧٧٦}$$

$$= \frac{١٠٤}{٣٢٨} = ٠,٣١٧$$ وبالتقريب ٠,٣٢

٤) ايجاد قيمة م من خلال تطبيق القانون :-

$$م = \frac{مج\ ص}{ن} - ب \left(\frac{مج\ س}{ن}\right)$$

$$= \frac{٩٠}{٧} - ٠,٣٢ \left(\frac{٧٦}{٧}\right)$$

$= ١٢,٨٥٧١٤٢٨٥ - ٠,٣٢ \times ١٠,٨٥٧١٤٢٨٥$

$= ١٢,٨٥٧١٤٢٨٥ - ٣,٤٧٤٢٨٥٧١٢$

$= ٩,٣٨$

(٤٧)

٥) تطبيق المعادلة في الخطوة الثالثة الخاصة بقانون الانحدار

$$\hat{ص} = ب\,س + م$$

$$= (٠٫٢٢)\,س + ٩٫٢٨$$

وتعني هذه المعادلة ان القيمة المقدرة او المتوقعة لأي فرد في الاختبار (ص) هي مساوية لمقدار درجة ذلك الفرد في الاختبار (س) مضروبة في (٠٫٢٢) ب مضافاً اليه (٩٫٢٨) م

٦) <u>مثال الفرد الثالث</u>:- عندما تكون قيمة (س) هو (٥) فان درجته المتوقعة في (ص)

$$\hat{ص}_٣ = ب\,س + م$$

$$= ٥ \times ٠٫٢٢ + ٩٫٢٨$$

$$= ١٫٦ + ٩٫٢٨$$

$$= \boxed{١٠٫٩٨}$$

واذا نظرنا الى الجدول السابق نرى ان الفرد الثالث حصل على (١١) والخطأ هنا يسمى بخطأ التقدير ومقداره

ولهذا يعني اننا نتوقع للفرد الذي يحصل على (٥) في (س) فانه يحصل على (١٠٫٩٨) فقط (٠٫٠٢)

<u>مثال آخر الفرد الرابع</u> $\hat{ص}_٤ = ٠٫٢٢ \times ١٠ + ٩٫٢٨$

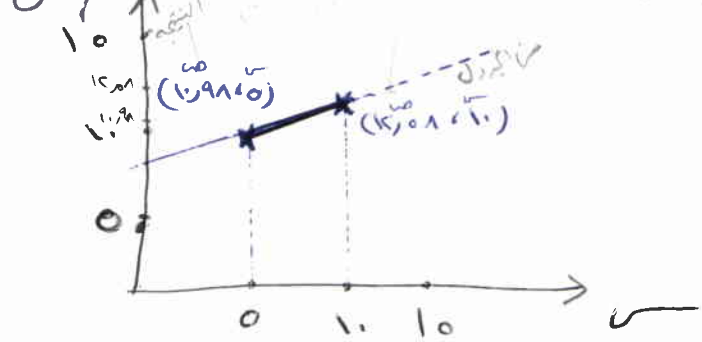
$$= ٢٫٢ + ٩٫٢٨$$

$$= ١٢٫٥٨$$

واذا نظرنا الى الجدول السابق نرى ان الفرد الرابع حصل على (١٢)

ولهذا يعني اننا نتوقع للفرد الذي يحصل على (١٠) في (س) فانه يحصل على (١٢٫٥٨).

ولأجل تحديد ورسم خط الانحدار يجب تحديد نقطتين على الأقل



ثانياً - التنبؤ بقيمة س بدلالة ص

نطبق نفس الخطوات السابقة

① نحسب قيمة جـ من خلال القانون جـ = [ن مجـ س ص - (مجـ س)(مجـ ص)] / [ن مجـ ص² - (مجـ ص)²]

وهيا به لو مساوية ب ونفس القانون ب = [ن مجـ س ص - (مجـ س)(مجـ ص)] / [ن مجـ س² - (مجـ س)²]

هذه المتغيرة فقط في القانونيا

② نحسب قيمة د = مجـ س / ن - جـ (مجـ ص / ن)

وهيا به لو مساوية م ونفس القانون وهو م = مجـ ص / ن - ب (مجـ س / ن)

③ نطبق قانون الانحدار س^ = جـ ص + د

هذه المتغيرة فقط في القانون

	س	ص	س ص	ص²
١	١٢	١١	١٣٢	١٢١
٢	١١	١٤	١٥٤	١٩٦
٣	٥	١١	٥٥	١٢١
٤	١٠	١٣	١٢٠	١٦٩
٥	١٣	١٥	١٩٥	٢٢٥
٦	١٣	١٤	١٨٢	١٩٦
٧	١٢	١٢	١٤٤	١٤٤
	٧٦	٩٠	٩٩٢	١١٧٢

س^ = جـ ص + د

= ١ × ص + (-٢)

الفرد الأولى = ١ × ١١ + (-٢)

= ١١ - ٢ = ٩ ← ١٢

الفرد الثاني = ١ × ١٤ + (-٢)

= ١٤ - ٢ = ١٢ ← ١١

الفرد الثالث = ١ × ١١ + (-٢)

= ١١ - ٢ = ٩ ← ٥

ملاحظة في هذا المثال يوجد فرق بين القيمة التنبؤ والدرجة الفعلية ؟؟؟

جـ = [ن مجـ س ص - (مجـ س)(مجـ ص)] / [ن مجـ ص² - (مجـ ص)²]

= [٧ × ٩٩٢ - (٧٦)(٩١)] / [٧ × ١١٧٢ - (٩١)²]

= [٦٩٤٤ - ٦٨٤٠] / [٨٢٠٤ - ٨١٠٠]

= ١٠٤ / ١٠٤ = ١

د = مجـ س / ن - جـ (مجـ ص / ن)

= ٧٦ / ٧ - ١ (٩١ / ٧)

= ١٠,٨٥٧ - ١ × ١٢,٨٥٧

= ١٠,٨٥٧ - ١٢,٨٥٧

= -٢

٤٩

الانحدار

طبق اختبار قبول للطلبة المتقدمين لقسم الارشاد النفسي وبعد اتمام الدراسة احسب معدلات هؤلاء الطلبة وعند دراسة العلاقة بين درجات القبول (س) ومعدلات التخرج (ص) توفرت البيانات الاتية

مج س = ٦٤٠ مج ص = ١٢٠

مج س² = ٢١٤٨٠ مج س ص = ٣٩٨٠ ن = ٢٠

المطلوب ايجاد معادلة الانحدار س بدلالة ص

$$\boxed{\hat{ص} = ب\,س + أ}$$

$$\boxed{ب = \frac{ن\ مج\ س\ ص - (مج\ س)(مج\ ص)}{ن\ مج\ س^2 - (مج\ س)^2}}$$

$$= \frac{٣٩٨٠ \times ٢٠ - (٦٤٠)(١٢٠)}{٢١٤٨٠ \times ٢٠ - (٦٤٠)^2}$$

$$= \frac{٧٩٦٠٠ - ٧٦٨٠٠}{٤٢٩٦٠٠ - ٤٠٩٦٠٠}$$

$$= \frac{٢٨٠٠}{٢٠٠٠٠} = ٠,١٤$$

$$\boxed{أ = \frac{مج\ ص}{ن} - ب\left(\frac{مج\ س}{ن}\right)}$$

$$= \frac{١٢٠}{٢٠} - ٠,١٤\left(\frac{٦٤٠}{٢٠}\right)$$

$$= ٦ - ٠,١٤ \times ٣٢$$

$$= ٦ - ٤,٤٨$$

$$= ١,٥٢$$

$$\boxed{\hat{ص} = ب\,س + أ}$$

$$= ٠,١٤\,س + ١,٥٢$$

طبق احد الباحثين مقياساً للقلق (ص) على (١٨) طالباً وبعد تطبيق برنامج علاجي عليهم طبق مرة ثانية (ص) وكانت البيانات كما في الجدول الآتي، المطلوب ايجاد معادلة الانحدار، التنبؤ بقيمة (ص) بدلالة (س)

مج س	مج ص	مج س²	مج س ص
٢٠٢٤	١١٠٠	٢٢٨٩٧٨	١٢٠٨٠٦

$$\text{ب} = \frac{\text{ن مج س ص} - (\text{مج س})(\text{مج ص})}{\text{ن مج س}^2 - (\text{مج س})^2} = \frac{١٨ \times ١٢٠٨٠٦ - ٢٠٢٤ \times ١١٠٠}{١٨ \times ٢٢٨٩٧٨ - (٢٠٢٤)^2}$$

$$= \frac{٤٢٥٤٥٠٨ - ٢٢٢٧٧٢٠}{٤١٢١٦٠٤ - ٤٠٩٦٥٧٦} = \frac{١٦٧٨٨}{٢٥٠٢٨} = \boxed{٠,٦٧٠٨}$$

$$\text{أ} = \frac{\text{مج ص}}{\text{ن}} - \text{ب}\left(\frac{\text{مج س}}{\text{ن}}\right)$$

$$= \frac{١١٠٠}{١٨} - ٠,٦٧٠٨\left(\frac{٢٠٢٤}{١٨}\right)$$

$$= ٦٤,١٦٦٧ - ٠,٦٧٠٨ \times ١١٢,٤٤$$

$$= ٦٤,١٦٦٧ - ٧٥,٤٢٤٧٥٢$$

$$= -١١,٢٥٨$$

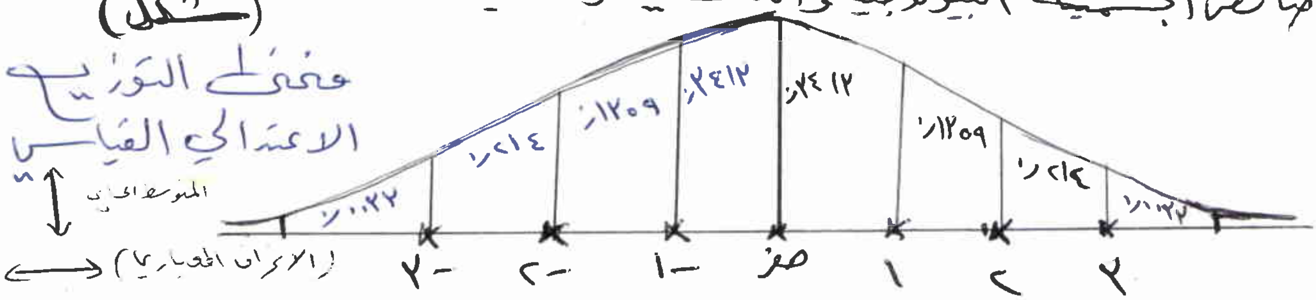
$$\hat{\text{ص}} = ٠,٦٧٠٨\ \text{س} + (-١١,٢٥)$$

$$\hat{\text{ص}} = ٠,٦٧٠٨\ \text{س} - ١١,٢٥$$

The Normal Distribution التوزيع الاعتدالي الطبيعي

- عند ملاحظة الكثير من المتغيرات الطبيعية نرى انها تتوزع بشكل توزيع تكراري جرسي الشكل يسمى التوزيع الاعتدالي او الطبيعي كالخصائص الجسمية البيولوجية والنفسية والعقلية

(شكل)



- يمكن التعرف على التوزيع الاعتدالي بواسطة مؤشرين :-
① الوسط الحسابي للمجتمع الاصلي (م)
② الانحراف المعياري " " (ع)

- ويعد التوزيع الاعتدالي من اهم التوزيعات المستمرة النظرية المستخدمة في الطرق الاحصائية لان البيانات العشوائية التي تؤخذ عنها تتوزع بشكل اعتدالي ايضاً وان عدداً كبيراً من الظواهر تتوزع بشكل طبيعي او قريباً منه.

- لا يشترط ان تكون الاوساط الحسابية لكافة التوزيعات الاعتدالية ذات قيم متساوية وانما هي تتباين تبعاً لطبيعة المتغير واسلوب قياسه.

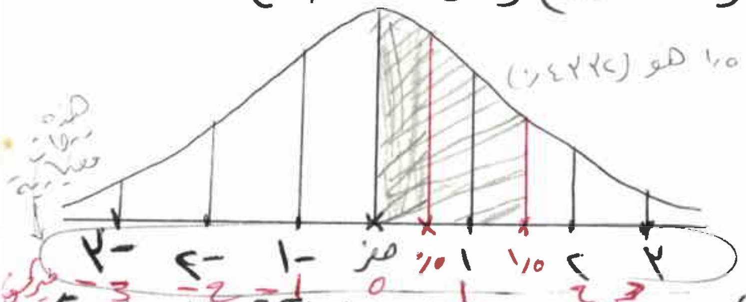
غير انه اذا تم تحويل كافة الدرجات الخاصة بافراد المجتمع الى درجات معيارية $د = \frac{س - م}{ع}$ م = الوسط الحسابي للمجتمع / ع = الانحراف المعياري للمجتمع

فان كافة التوزيعات الاعتدالية تصبح توزيعات اعتدالية قياسية ذات وسط حسابي (م) = صفر وانحراف معياري (ع) = ١ والمساحة تحت المنحنى الاعتدالي القياسي (المعياري) تصبح مساوية وحدة واحدة كما في الشكل السابق.

لمعرفة نسبة المساحة الواقعة بين نقطة الوسط الحسابي واية نقطة اخرى على المحور الافقي، يمكن الرجوع الى الجدول الخاص بالمساحات تحت المنحنى الطبيعي المعياري (البياني).

مثال / جد المساحة الواقعة بين (د = ٠,٥) و (د = ١,٥)

(اذا كان د = ٠,٥ هو (١٩١٥,٠) وان د = ١,٥ هو (٤٣٣٢,٠))



الخطوات

١) نرسم المنحنى الاعتدالي ونحدد الدرجتين المعياريتين عليه

٢) نذهب الى جدول المساحات تحت المنحنى الطبيعي المعياري (البياني) لنرى ما يقابل كل درجة (د) وما يقابلها تحت المساحة في الجدول (موجود بصفحة ٣٢٦) الجدول به ثلاث اعمدة (الارتفاع) (المساحة A) (Z = $\frac{x}{\sigma}$ الدرجة)

١- نجد ان المساحة الواقعة بين الوسط الحسابي (د = صفر) و (د = ٠,٥) = ١٩١٥,٠ موجودة بالجدول

٢) نجد ان المساحة الواقعة بين الوسط الحسابي (د = صفر) و (د = ١,٥) = ٤٣٣٢,٠ موجودة بالجدول

٣) نطرح ٤٣٣٢,٠ - ١٩١٥,٠ = ٢٤١٧,٠ هذه هي المساحة

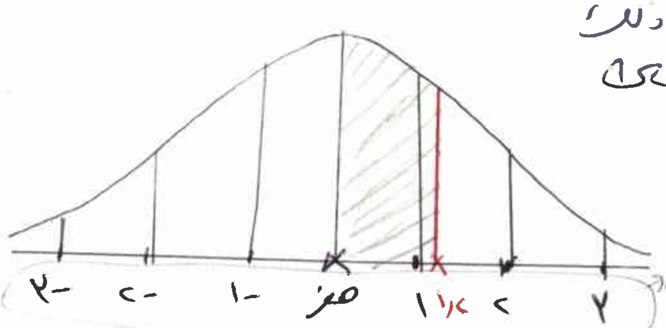
مثال / اختبار في علم النفس تم تطبيقه على درجات افراد مجتمع طلابي معين فكان الوسط الحسابي (م = ٢٢) والانحراف المعياري (ع = ٥) والمطلوب التعرف على نسبة الطلاب الذين حصلوا على درجة مقدارها (٢٨) او اكثر في هذا الاختبار.

الحل /

الخطوات

١) تحويل الدرجة (٢٨) الى درجة معيارية وذلك لتعيين النقطة التي تقع عندها الدرجة (٢٨) على التوزيع الاعتدالي

$$د = \frac{س - م}{ع} = \frac{٢٨ - ٢٢}{٥} = \frac{٦}{٥} = ١,٢$$



٢) نحدد المساحة الواقعة بين الوسط الحسابي (د = صفر) و (د = ١,٢) = ٣٨٤٩,٠ من الجدول

٣) بما ان في التوزيع الاعتدالي (٥٠,٠) تكون درجاتهم اكثر من الوسط اذن نسبة الذين حصلوا على درجة تزيد عن ٢٨ نقول

٥٠,٠ - ٣٨٤٩,٠ = ١١٥١,٠

[اذا ضربنا ١١٥١,٠ × ١٠٠ = ١١,٥١]

أي ان حوالي ١١,٥١٪ من الطلبة كانت درجاتهم تزيد على ٢٨

٥٧

واذا اردنا ان نعرف نسبة الذين كانت درجاتهم تقل عن ١٦

الخطوات

١) تحويل الدرجة (١٦) الى درجة معيارية وذلك لتعيين النقطة التي تقع عندها الدرجة (٢٨) على التوزيع الاعتدالي

$$د = \frac{س - م}{ع} = \frac{١٦ - ٢٢}{٥}$$

$$= \frac{-٦}{٥}$$

$$= -١٫٢$$

وهكذا بنفس الطريقة يظهر ان (١١٫٥١٪) كانت درجاتهم اقل من (١٦) لانه نفس الدرجة المعيارية ~~السابقة وهي ٠٫٣٨٤٩~~ ٠٫٣٨٤٩ الموجودة بالجدول بغض النظر عن الاشارة الموجودة

واذا اردنا ان نكمل بالتفصيل

٢) نحدد المساحة الواقعة بين الوسط الحسابي (د = صفر) و (د = -١٫٢).

٣) بما ان في التوزيع الاعتدالي (٥٠٪) تكون درجاتهم اكثر من الوسط.

اذن نسبة الذين حصلوا على درجة اقل من ١٦

٥٠٪ - ٠٫٣٨٤٩ = ٠٫١١٥١ [اذا ضربنا ٠٫١١٥١ × ١٠٠ = ١١٫٥١]

اي ان حوالي ١١٫٥١٪ من الطلبة كانت درجاتهم تقل عن ١٦

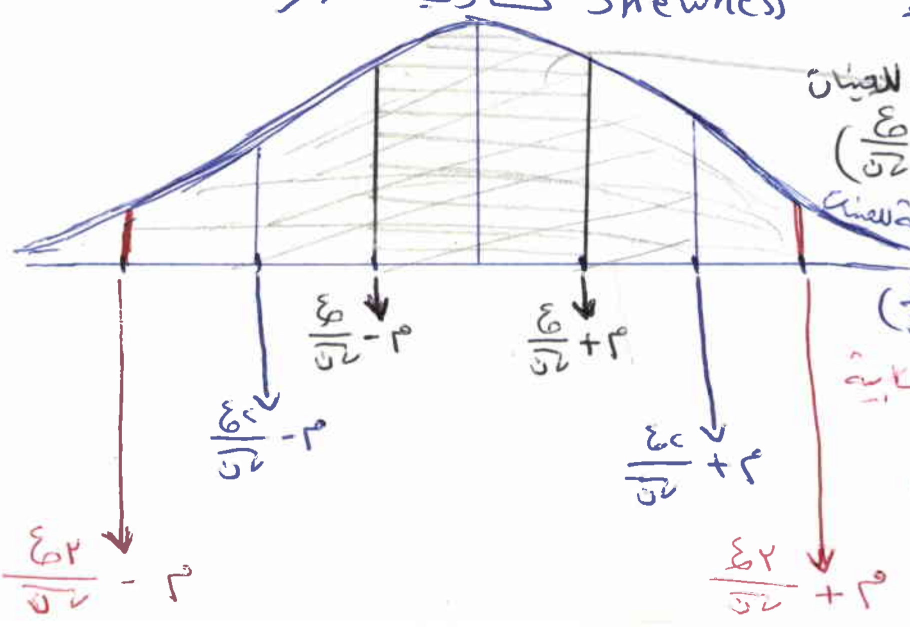
لو كان المجتمع معروف وسطه لا نحتاج الى استخدام الاحصاء الاستدلالي الذي يعتمد على العينات.

١) المساحة الواقعة بين (د = -١٫٩٦) و (د = ١٫٩٦) يقع حوالي ٩٥٪ من المساحة

٢) " " (د = -٢٫٥٨) و (د = ٢٫٥٨) " " ٩٩٪ " "

٣) درجة تفرطح المنحنى Kurtosis تساوي ٣

٤) " الالتواء " Skewness تساوي صفر



٦٨٪ من الاوساط الحسابية للعينات تقع بين (م + $\frac{ع}{\sqrt{ن}}$) و (م - $\frac{ع}{\sqrt{ن}}$)

٩٥٪ من الاوساط الحسابية للعينات تقع بين (م + $\frac{٢ع}{\sqrt{ن}}$) (م - $\frac{٢ع}{\sqrt{ن}}$)

٩٩٪ من الاوساط الحسابية للعينات تقع بين (م + $\frac{٣ع}{\sqrt{ن}}$) و (م - $\frac{٣ع}{\sqrt{ن}}$)

Testing of Hypothesis — اختبار الفرضيات الإحصائية

(٥٤)

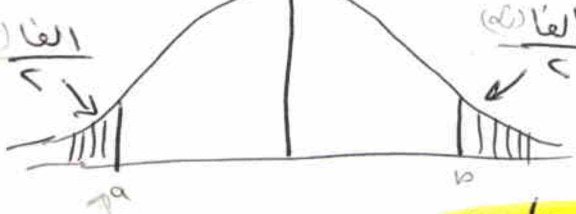
- ان الهدف من اختبار الفرضيات هو استدلال عما نص المجتمع او بعض من ملاحظة العينة التي اخذت منه وذلك بهدف تعميم ما نتوصل اليه من نتائج في دراستنا لعينة صغيرة تلك ذلك المجتمع الذي تمثله تلك العينة.
- والفرضية الاحصائية هي توقع لمؤشر غير معروف لمجتمع معين او اكثر.
- الفرضيات تكون نوعين :-
الاولى :- الفرضية الصفرية ويتم اختبارها احصائياً (م١ = م٢) م١ = م٢
الثانية :- البديلة وهي عادة عكس الفرضية الصفرية (م١ ≠ م٢) م١ ≠ م٢
* عندما يرفض الباحث الفرضية الصفرية ويقبل بالبديلة فقد يقع في الخطأ من النوع الاول ويسمى (خطأ الفا). مستوى الدلالة
* عندما يقبل الباحث الفرضية الصفرية ويرفض البديلة فقد يقع في الخطأ من النوع الثاني ويسمى (خطأ بيتا).
- منطقة الرفض : هي المنطقة التي اذا وقعت فيها القيمة التي يحصل عليها الباحث فعليه ان يرفض الفرضية الصفرية ويمكن توضيح ذلك بالشكل

الشكل
منطقة رفض الفرضية الصفرية في جهة واحدة

* وتكتب بهذه الصورة الفرضية البديلة ذات النهاية الواحدة :- أما م١ > م٢ (اكبر)
أو م١ < م٢ (اصغر)

ويسمى الاختبار هنا بالاختبار ذو النهاية الواحدة One Tailed Test.

وقد يكون في الجهتين كما في الشكل



الشكل
منطقة رفض الفرضية الصفرية في الجهتين

وتكتب الفرضية البديلة بهذه الصورة م١ ≠ م٢

ويسمى الاختبار ذو النهايتين Two-Tailed Test.

الفرضية البديلة (H1) على ثلاثة انواع
① الفرضية البديلة ذات الذيلين $H_1: M_1 \neq M_0$ (أو) $H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$
نقبل الفرضية H0 اذا ارتفعت القيمة المحسوبة (G) بين الحدين (a,b) ونرفض H0 اذا وقعت (G) في المنطقة التي تمثل منطقة الرفض.
② الفرضية البديلة ذات الذيل الايمن مثل $H_1: M > M_0$ (أو) $H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$ وفي مثل هذه الحالات نضع α في الطرف الايمن من توزيع دالة الاختبار (G) فاننا نجد b بحيث ان $\alpha = P(G > b)$، ونقبل H0 اذا كانت $G < b$ ونرفض H0 اذا كانت $G > b$.

H0 الفرضية الصفرية
H1 الفرضية البديلة

55

بعض الطرق الاستدلالية في اختبار الفرضيات

أولاً :- الاستدلال حول الوسط الحسابي للمجتمع (م)

اذا كان الباحث يجهل خصائص المجتمع الذي يدرسه والذي يفترض ان تتوزع خصائصه بصورة اعتدالية فانه يختار عينة عشوائية من هذا المجتمع ويحسب الوسط الحسابي من بيانات العينة المختارة ، وليتوصل الى ان تلك العينة تمثل المجتمع في وسطها الحسابي فانه يستخدم الاختبار التائي (ت).

مثال/ اجرى احد المدرسين دراسة لمعرفة ما اذا كان مستوى ذكاء طلبته وعددهم (٢٥) طالب مشابه لمستوى ذكاء الطلبة الاعتياديين الاخرين الذي يكون متوسط ذكائهم عادة (م = ١٠٠) . لذلك طبق المدرس اختبار ذكاء على هؤلاء الطلبة فوجد ان متوسط ذكائهم (س̄ = ١١٢،٦٤) والانحراف المعياري (ع = ١٢،١٤) واراد ان يختبر الفرضية الصفرية م = ١٠٠ بمستوى دلالة قدره (٠،٠٥)

الفرضية البديلة م ≠ ١٠٠

خطوات الحل

هو متوسط المجتمع — المتوسط الحسابي

① نطبق القانون هو $ت_{(ن-١)} = \frac{س̄ - م}{ع / \sqrt{ن}}$

$ت_{(٢٥-١)} = \frac{١١٢،٦٤ - ١٠٠}{\frac{١٢،١٤}{\sqrt{٢٥}}}$ حاله

$= \frac{١٢،٦٤}{٢،٤٢٨}$

$= \boxed{٥،٢١}$ قيمة ت المحسوبة

② بما ان الاختبار ذو نهايتين (لان الفرضية البديلة هي م ≠ ١٠٠) ومستوى الدلالة (الفا) = (٠،٠٥) ودرجة الحرية = (٢٤)

∴ نذهب الى جدول ت [الذي يمثل القيم التائية النظرية] عند مستوى ٠،٠٥ وبدرجة حرية ٢٤ نرى ان القيمة الجدولية هي [٢،٠٦٤]

٠.٠٥ اختبار ذو نهايتين

③ نقارن قيمة ت المحسوبة بقيمة ت الجدولية (النظرية)

بما ان ٥،٢١ أكبر > ٢،٠٦٤

∴ نرفض الفرضية الصفرية

الاستنتاج :- ان هؤلاء الطلبة يختلفون عن الطلبة الاعتياديين وليسوا متساويين معهم اوضحنا بينهم لهم في ذكائهم وان الفرق ذو دلالة احصائية

٤ الفرضية البديل ذات الذيل الايمن مثل H1 : M < M0 ...
...لان ما ... a بحيث ان P(G < a) = α وتقبل H0 اذا كانت G > a ونرفض H0 اذا كانت G < a

مثال/ نفس المثال السابق ولكن الفرضية البديلة هي (م > ١٠٠) أكبر

وليس م ≠ ١٠٠

خطوات الحل

١) نفس ما موجود بالخطوة الأولى سابقاً

٢) بما ان الاختبار ذو نهاية واحدة (لأن الفرضية البديلة هي م > ١٠٠

وبمستوى دلالة (٠.٠٥) ودرجة حرية (٢٤)

∴ نذهب الى جدول ت [الذي يمثل القيم الثابتة النظرية] عند مستوى (٠.٠٥)

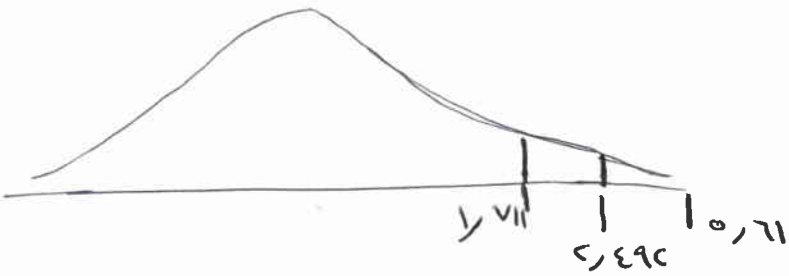
وبدرجة حرية (٢٤) نرى ان القيمة الجدولية هي [١.٧١١]

٣) نقارن قيمة ت المحسوبة بقيمة ت الجدولية (النظرية)

بما ان ٥.٦١ > ١.٧١١ أكبر 05 ذو نهاية واحدة

∴ نرفض الفرضية الصفرية ونقبل الفرضية البديلة

الاستنتاج :- يعني ان الطلبة يختلفون عن مجتمع الطلبة الاعتياديين .



٥٩

طبق احد الباحثين مقياساً للقلق على (٢٥٠) طالباً جامعياً ولمعرفة اذا كان القلق اعلى من المتوسط النظري للمقياس البالغ (٤٨) درجة وجد ان متوسط القلق لدى الطلبة يساوي (٦٥,٥٩) والانحراف المعياري (١٤,١٥) اختبر الفرضية الصفرية: م = ٤٨

البديلة: م ≠ ٤٨ عند مستوى (٠,٠٥)

$$ت = \frac{\bar{س} - م}{\frac{ع}{\sqrt{ن}}} = \frac{٦٥,٥٩ - ٤٨}{\frac{١٤,١٥}{\sqrt{٢٥٠}}} = \frac{١٧,٥٩}{\frac{١٤,١٥}{١٥,٨١١}} = \frac{١٧,٥٩}{٠,٨٩٥} = ١٩,٦٥$$

طبق احد الباحثين مقياساً للتوافق الاكاديمي على (٢٧) طالب جامعي ولمعرفة اذا كان التوافق الاكاديمي لديهم اعلى من المتوسط النظري للمقياس البالغ (٢٢) درجة، وجد ان متوسط التوافق الاكاديمي (٢٧,٥) والتباين (٢٥) درجة اختبر الفرضية الصفرية: م = ٢٢

البديلة: م ≠ ٢٢

$$ت = \frac{\bar{س} - م}{\frac{ع}{\sqrt{ن}}} = \frac{٢٧,٥ - ٢٢}{\frac{٥}{\sqrt{٢٧}}} = \frac{٥,٥}{\frac{٥}{٥,١٩٦}} = \frac{٥,٥}{٠,٩٦٢} = ٥,٧١٧$$

الجدولية (ن - ١) = (٢٧ - ١) = $\underline{٢٦}$

الجدولية = (٢,٠٥٦)

∴ ~~نرفض~~ بما ان القيمة التائية المحسوبة (٥,٧١٧) اكبر من القيمة التائية الجدولية (٢,٠٥٦) بدرجة حرية (٢٦) عند مستوى (٠,٠٥) اذن نرفض الفرضية الصفرية

ثانياً: اختبار الفرضيات الخاصة بالفروق بين وسطين حسابيين

قد يحتاج الباحث الى اتخاذ قرار بالنسبة للفرق بين وسطين حسابيين وعما اذا كان هذان الوسطان الحسابيان لنفس المجتمع أم يمثلان مجتمعين مختلفين، فانه يمكن اختيار العينة بإحدى طريقتين هما:

(أ) اختبار (ت) لعينتين مستقلتين

أي ان الباحث يختار عينتان من الافراد يختلفا كل منهما عن الاخرى

مثال / اجرى احد الباحثين تجربة طبق فيها طريقتين تدريسيتين، فقام باختيار عينتين من الطلبة بصورة عشوائية عدد كل منها (٢٥) طالب، وبعد شهر من التجربة طبق اختبار على المجموعتين فحصل على النتائج التالية:

	المجموعة الاولى	المجموعة الثانية
متوسط	$\bar{س}_1 = ٧,٦٥$	$\bar{س}_2 = ٦$
تباين	$ع_1^2 = ٦,٥٠$	$ع_2^2 = ٥,٩١$

المطلوب / اختبار الفرضية الصفرية $م_1 = م_2$ (يمكن كتابتها $م_1 - م_2 = صفر$)
مقابل الفرضية البديلة $م_1 \neq م_2$ (" " $م_1 - م_2 \neq صفر$)
بمستوى دلالة (٠,٠٥)

ذو ذيلين لأن البديلة $م_1 \neq م_2$

خطوات الحل

① نطبق قانون ت لعينتين مستقلتين وهو

$$\frac{\bar{س}_1 - \bar{س}_2}{\sqrt{\frac{ع_1^2}{ن_1} + \frac{ع_2^2}{ن_2}}}$$

$$ت = \frac{\bar{س}_1 - \bar{س}_2}{\sqrt{\frac{(ن_1-1)ع_1^2 + (ن_2-1)ع_2^2}{ن_1+ن_2-2}\left(\frac{1}{ن_1}+\frac{1}{ن_2}\right)}} \qquad د ح = (ن_1+ن_2-2)$$

$$= \frac{٧,٦٥ - ٦}{\sqrt{\frac{(٦,٥٠)(٢٥-١) + (٥,٩١)(٢٥-١)}{٢٥+٢٥-٢}\left(\frac{١}{٢٥}+\frac{١}{٢٥}\right)}}$$

$$= \frac{١,٦٥}{\sqrt{\frac{١٥٦ + ١٤١,٦}{٤٨}(٠,٠٤+٠,٠٤)}}$$

$$= \frac{١,٦٥}{\sqrt{\frac{٢٩٧,٦}{٤٨}(٠,٠٨)}}$$

$$= \frac{١,٦٥}{\sqrt{٦,٢ \times ٠,٠٨}} = \frac{١,٦٥}{\sqrt{٠,٤٩٦}} = \frac{١,٦٥}{٠,٧٠٤٢٧٢٦٧٤} = ٢,٣٤$$

④ بما ان الاختبار ذو طرفين (لان البديلة م١ ≠ م٢) ومستوى الدلالة (٠٫٠٥) ودرجة حرية (٢٥ + ٢٥ - ٢ = ٤٨)

∴ نذهب الى جدول ت [الذي يمثل القيم التائية النظرية] عند مستوى (٠٫٠٥) ودرجة حرية ٤٨

نرى ان القيمة الجدولية النظرية هي ٢٫٠١

⑤ نقارن قيمة ت المحسوبة بقيمة ت الجدولية النظرية

بما ان ٢٫٢٤ > ٢٫٠١ (اكبر)

∴ نرفض الفرضية الصفرية (م١ = م٢) ونقبل الفرضية البديلة (م١ ≠ م٢)

هذا يعني ان الفرق بين الوسطين الحسابيين ذو دلالة احصائية ولم يكن عن طريق الصدفة

مثال/ نفس المثال السابق ولكن نختبر الفرضية عند مستوى (٠٫٠١)

خطوات الحل

ذو طرفين

① نطبق القانون كما مر سابقاً

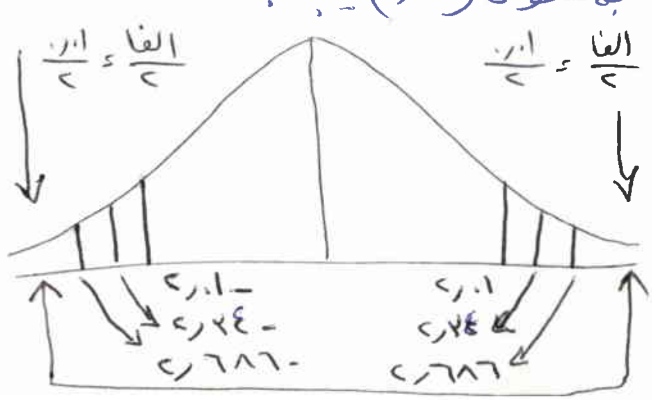
② نستخرج قيمة ت الجدولية النظرية عند مستوى (٠٫٠١) بدرجة حرية ٤٨ وهي ٢٫٦٨٦

③ نقارن قيمة ت المحسوبة بقيمة ت الجدولية النظرية

٢٫٢٤ < ٢٫٦٨٦ (اصغر)

القرار: لا يمكن رفض الفرضية الصفرية بمستوى دلالة (٠٫٠١) نقبل الفرضية الصفرية
وهذا يعني ان (م١ = م٢)

ملاحظة: اذا رفضت الفرضية الصفرية عند مستوى دلالة قدره (٠٫٠٥) هذا لا يعني بالضرورة انه يمكن رفضها بمستوى دلالة قدره (٠٫٠١) لكن اذا رفضت الفرضية بمستوى (٠٫٠١) يجب ان ترفض بمستوى (٠٫٠٥).



منطقة الرفض بمستوى (٠٫٠١)

٥٩ ١

أجرى أحد الباحثين دراسة لمعرفة دلالة الفروق بين متوسطات درجات الطلبة من جامعة بغداد والجامعة المستنصرية في مستوى الطموح فكانت النتائج كما في الجدول الآتي، هل هناك فروق ذات دلالة احصائية بين متوسطي درجات طلبة الجامعتين في مستوى الطموح.

اختبر الفرضية الصفرية: م١ = م٢ والفرضية البديلة: م١ ≠ م٢

عند مستوى دلالة (٠,٠١) علماً أن القيمة ~~[illegible]~~ الجدولية (   )

الجامعة	العدد	المتوسط	الانحراف المعياري
بغداد	٥١	٦٨,٢	٩,٦
المستنصرية	٤١	٦٥,٤	٧,٥

دوة

$$\text{ت} = \frac{\text{س}_1 - \text{س}_2}{\sqrt{\frac{(\text{ن}_1-1)\text{ع}_1^2 + (\text{ن}_2-1)\text{ع}_2^2}{\text{ن}_1+\text{ن}_2-2}\left(\frac{1}{\text{ن}_1}+\frac{1}{\text{ن}_2}\right)}}$$

$$= \frac{٦٨,٢ - ٦٥,٤}{\sqrt{\frac{٩٢,١٦(٥١-١) + ٥٦,٢٥(٤١-١)}{٥١+٤١-٢}\left(\frac{١}{٥١}+\frac{١}{٤١}\right)}}$$

$$= \frac{٢,٨}{\sqrt{\frac{٩٢,١٦ \times ٥٠ + ٥٦,٢٥ \times ٤٠}{٩٠} \times ٠,٠٤٢٩٩٨}}$$

$$= \frac{٢,٨}{\sqrt{٧٦,٢ \times ٠,٠٤٢٩٩٨}} = \frac{٢,٨}{١,٨٢٧} = ١,٥٧$$

بما ان القيمة التائية المحسوبة ١,٥٧ اصغر من القيمة التائية الجدولية (٢,٦١٧) عند مستوى دلالة (٠,٠١) بدرجة حرية (٩٠) ∴ تقبل Ho

٦٠

ب) اختبار (ت) لعينتين مترابطتين

يتم اختيار عينة من الأفراد ويقارن بينها متغيرين أثنين لنفس العينة

مثال/ أجرت أحد الباحثين تجربة على (١٠٠) طالب، ولمعرفة أثر المتغير المستقل طبق اختبارين أحدهما قبلياً والثاني بعدياً) وجد أن نتائج

مقدار متوسط الفروق = -٧,٠٢

مقدار الانحراف المعياري للفروق = ٨,٠٢

المطلوب/ اختبار الفرضية الصفرية م١ - م٢ = صفر

مقابل الفرضية البديلة م١ - م٢ ≠ صفر بمستوى دلالة (٠,٠١)

خطوات الحل

① نطبق القانون وهو $ت_{(ن-١)} = \dfrac{\dfrac{مج(س - ص)}{ن}}{\dfrac{ع_{(س-ص)\ الفروق}}{\sqrt{ن}}}$

$\dfrac{\Sigma D}{\sqrt{\dfrac{[N\Sigma D^2 - (\Sigma D)^2]}{N-1}}}$

$= \dfrac{-٧,٠٢}{\dfrac{٨,٠٢}{\sqrt{١٠٠}}}$

$= \dfrac{-٧,٠٢}{\dfrac{٨,٠٢}{١٠}} = \dfrac{-٧,٠٢}{٠,٨٠٢} = -٨,٧٥$

② بما أن الاختبار ذو طرفين (لأن الفرضية البديلة م١ - م٢ ≠ صفر) أو م١ ≠ م٢ بمستوى دلالة (٠,٠١) ودرجة حرية (١٠٠ - ١) = ٩٩

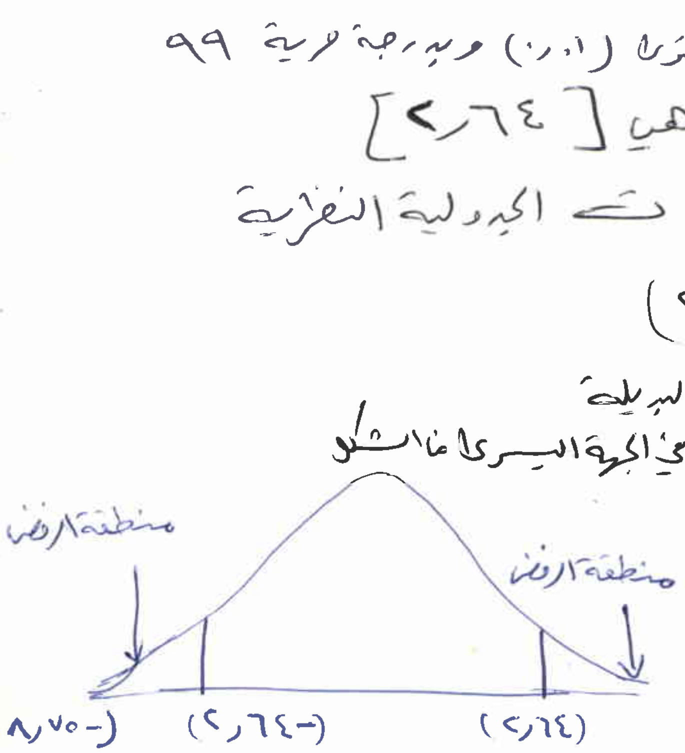
∴ نذهب إلى جدول ت عند مستوى (٠,٠١) وبدرجة حرية ٩٩ نرى أن القيمة الجدولية النظرية هي [٢,٦٤]

③ نقارن قيمة ت المحسوبة بقيمة ت الجدولية النظرية

بما أن (-٨,٧٥) أصغر < (-٢,٦٤)

∴ نرفض الفرضية الصفرية ونقبل الفرضية البديلة

لأن القيمة المحسوبة تقع في منطقة الرفض في الجهة اليسرى من الشكل



الاستنتاج: أن المتغير المستقل تأثير على المتغير التابع.

A - ٦٠ ص

اختبار مربع كاي (كا²) Chi Square

وهو احد الطرق اللابارمترية يستعمل اذا كان الباحث لا يحتاج الى ان يضع افتراضات معينة كاعتدالية التوزيع الاصلي للمجتمع، ويستعمل في المواقف التي تحتاج الى مقارنة التكرارات التي نلاحظها (نحصل عليها عن طريق الملاحظة والتجربة) مع التكرارات المتوقعة (تحسب على اساس نظري).

خصائص توزيع مربع كاي

1. منحنى التوزيع ملتوي نحو اليمين (ملتوي موجب)
2. ان قيمة مربع كاي لا يمكن ان تكون سالبة اي لا يمكن ان تكون اقل من صفر.
3. اذا كانت قيمة مربع كاي صفر فهذا يعني ان العينة مماثلة للمجتمع تماما أي ان التكرار الملاحظ هو نفس التكرار المتوقع من حيث نسبة تصنيف كل تصنيف الى باقي التصنيفات

الفرضيات

* الفرضية الصفرية

* الفرضية البديلة

درجة الحرية

القيمة الجدولية

(أولا) استعمال مربع كاي في حالة وجود متغير واحد (١×٢) (١×٣) (١×٤) (١×٥) وهكذا

(مثال)

حصل احد الباحثين على البيانات الاتية لمعرفة رضا الطلبة عن تخصصهم الاكاديمي

① اختبر فيما اذا كانت هذه البيانات تختلف عما هو متوقع عن طريق الصدفة عند مستوى دلالة (٠,٠٥) ③ فسر ما توصلت اليه من نتائج ② ما عدد درجات الحرية

رضا الطلبة	مرتفع	متوسط	منخفض
التكرار	٢٣	١٧	٢٠

٢٣ + ١٧ + ٢٠ = ٦٠ ÷ ٣ = ٢٠ متوقع

ل	ق	(ل - ق)	(ل - ق)²	(ل - ق)² / ق
٢٣	٢٠	٣	٩	٠,٤٥
١٧	٢٠	٣-	٩	٠,٤٥
٢٠	٢٠	صفر	صفر	صفر
			قيمة كا²	٠,٩

بما ان قيمة كا² المحسوبة (٠,٩) اصغر من قيمة كا² الجدولية (٩,٢١) بدرجة حرية (م-١) (٣-١) = ٢

∴ تقبل الفرضية الصفرية اي لا يوجد فروق بين التكرارين الملاحظ والمتوقع

حصل احد الباحثين على البيانات الاتية لمعرفة رضا المعلمين عن عملهم

① اختبر فيما اذا كانت هذه البيانات تختلف عما هو متوقع عن طريق الصدفة عند مستوى دلالة (٠,٠٥) ③ فسر ما توصلت اليه من نتائج ② ما عدد درجات الحرية لهذه البيانات، علما ان القيمة الجدولية تساوي (٥,٩٩) عند مستوى دلالة (٠,٠٥).

رضا المعلمين	مرتفع	متوسط	منخفض	المجموع
التكرار	٤٢	٧٨	٣٠	١٥٠

٤٢ + ٧٨ + ٣٠ = ١٥٠ ÷ ٣ = ٥٠ متوقع

ل	ق	(ل - ق)	(ل - ق)²	(ل - ق)² / ق
٤٢	٥٠	٨-	٦٤	١,٢٨
٧٨	٥٠	٢٨	٧٨٤	١٥,٦٨
٣٠	٥٠	٢٠-	٤٠٠	٨
				٢٤,٩٦

بما ان قيمة كا² المحسوبة (٢٤,٩٦) اكبر من قيمة كا² الجدولية (٥,٩٩) بدرجة حرية (م-١) (٣-١) = ٢

∴ نرفض الفرضية الصفرية وتقبل الفرضية البديلة.

استطلع احد الباحثين آراء مجموعة من الطلبة وعددهم (١٥٠) طالب حول اهمية الامتحانات الوزارية العامة، فكان (٤٥) طالب يؤيد الامتحانات و(٧٥) لا يؤيد الامتحانات و(٢٠) لا رأي لهم، اختبر الفرضية الصفرية للتعرف اذا كان الفرق بين التكرارين الملاحظ والمتوقع ذا دلالة احصائية عند مستوى (٠,٠١) علماً ان القيمة الجدولية تساوي (٩,٢١)

الرأي	يؤيد	لا يؤيد	لا رأي لهم
التكرار	٤٥	٧٥	٢٠

٤٥ + ٧٥ + ٢٠ = ١٥٠ ÷ ٣ = ٥٠ المتوقع

ل	ق	(ل-ق)	(ل-ق)²	(ل-ق)²/ق
٤٥	٥٠	-٥	٢٥	٠,٥
٧٥	٥٠	٢٥	٦٢٥	١٢,٥
٢٠	٥٠	-٣٠	٩٠٠	١٨
				كا² ٣١

بما ان قيمة كا² المحسوبة (٣١) اكبر من قيمة كا² الجدولية (٩,٢١) بدرجة حرية (م - ١) = (٣ - ١) = ٢

∴ توجد فروق بين آراء الطلبة

اراد احد الباحثين ان يتعرف على مستوى القلق لدى مجموعة من المعلمين وكانت النتائج كما في الجدول الاتي، اختبر الفرضية الصفرية فيما اذا كان الفرق بين التكرارين الملاحظ والمتوقع ذا دلالة احصائية عند مستوى (٠,٠١) علماً ان القيمة الجدولية تساوي (١٢,٨٢).

مستوى القلق	مرتفع	متوسط	منخفض
التكرار	٤٦	٢٨	١٢

٤٦ + ٢٨ + ١٢ = ٨٧ ÷ ٣ = ٢٩ المتوقع

ل	ق	(ل-ق)	(ل-ق)²	(ل-ق)²/ق
٤٦	٢٩	١٧	٢٨٩	٩,٩٦٥
٢٨	٢٩	-١	١	٠,٠٣٤
١٢	٢٩	-١٦	٢٥٦	٨,٨٢٧
				كا² ١٨,٨٢٦

بما ان قيمة كا² المحسوبة (١٨,٨٢٦) اكبر من قيمة كا² الجدولية (١٢,٨٢) بدرجة حرية (م - ١) = (٣ - ١) = ٢

∴ نرفض الفرضية الصفرية ونقبل الفرضية البديلة اي توجد فروق بين مستويات القلق لدى المعلمين.

س٣

كانا عدد الناجحين والراسبين والمكملين في احد مدارس بغداد هو (٢٢٠)، (٧٠)، (١٢٠) على التوالي، المطلوب هل هناك فروق ذات دلالة احصائية بين نتائج الامتحانات في هذه المدرسة والنتائج العامة للامتحانات؟

تأكد من هذا

① نحسب التكرار المتوقع

٢٢٠ + ٧٠ + ١٢٠ = ٤٢٠ ÷ ٣ = **١٤٠**

ل	ق	ل - ق	(ل - ق)²	(ل - ق)² / ق
٢٢٠	١٤٠	٨٠	٦٤٠٠	٦٤٠٠ / ١٤٠ = ٤٥,٧١٤٢٨
٧٠	١٤٠	٧٠-	٤٩٠٠	٤٩٠٠ / ١٤٠ = ٣٥
١٢٠	١٤٠	١٠-	١٠٠	١٠٠ / ١٤٠ = ٠,٧١٤٢٨٥

② نطبق قانون مربع كاي² = مج (ل - ق)² / ق

= ٤٥,٧١٤٢٨ + ٣٥ + ٠,٧١٤٢٨٥ = ٨١,٤٢٨٨ كا² المحسوبة

③ نستخرج درجة الحرية = (م - ١)
= (٣ - ١) = ٢

④ القيمة الجدولية عند مستوى (٠,٠٥) بدرجة حرية (٢) تساوي (٥,٩٩)

بما ان قيمة كا² المحسوبة (٨١,٤٢٨٨) اكبر من قيمة كا² الجدولية (٥,٩٩) بدرجة حرية (٢) عند مستوى (٠,٠٥).

اذن نرفض الفرضية الصفرية ونقبل الفرضية البديلة

اي توجد فروق ذات دلالة احصائية بين نتائج هذه المدرسة والنتائج العامة للامتحانات، اي ان تصنيف افراد هذه العينة يختلف عن تصنيف المجتمع الاصلي

(٥٠)

One-Way Classification

Analysis of Variance

تحليل التباين على وفق تصنيف المتغير الواحد

يستخدم تحليل التباين في أبسط صوره لاختبار الفرضيات المتعلقة بدلالة الفروق بين عدد من الأوساط الحسابية لعينات متعددة.

في حالة العينات المتساوية في الحجم :-

مثال/ اجرى احد الباحثين دراسة تجريبية للتعرف على أثر اربعة طرق تدريسية على تحصيل الطلبة في مادة علم النفس العام ، واراد ان يعرف اذا كان هناك فرق ذو دلالة احصائية بين تحصيل الطلبة الذين يتعرضون لهذه الطرق المختلفة . والدرجات كما مبينة بالجدول الآتي :-

	مجموعة أ		مجموعة ب		مجموعة ج		مجموعة د	
	$س$	$س^2$	$س$	$س^2$	$س$	$س^2$	$س$	$س^2$
١	٢٦	٦٧٦	٥١	٢٦٠١	٥٢	٢٧٠٤	٤١	١٦٨١
٢	٣٤	١١٥٦	٥٠	٢٥٠٠	٦٤	٤٠٩٦	٤٩	٢٤٠١
٣	٤٦	٢١١٦	٣٣	١٠٨٩	٣٩	١٥٢١	٥٦	٣١٣٦
٤	٤٨	٢٣٠٤	٢٨	٧٨٤	٥٤	٢٩١٦	٦٤	٤٠٩٦
٥	٤٢	١٧٦٤	٤٧	٢٢٠٩	٥٨	٣٣٦٤	٧٢	٥١٨٤
٦	٤٩	٢٤٠١	٥٠	٢٥٠٠	٥٣	٢٨٠٩	٦٥	٤٢٢٥
٧	٧٤	٥٤٧٦	٤٨	٢٣٠٤	٧٧	٥٩٢٩	٦٣	٣٩٦٩
٨	٦١	٣٧٢١	٦٠	٣٦٠٠	٥٦	٣١٣٦	٨٧	٧٥٦٩
٩	٥١	٢٦٠١	٧١	٥٠٤١	٦٣	٣٩٦٩	٧٧	٥٩٢٩
١٠	٥٣	٢٨٠٩	٤٢	١٧٦٤	٥٩	٣٤٨١	٦٢	٣٨٤٤
مجـ	٤٨٤	٢٥٠٢٤	٤٨٠	٢٤٣٩٢	٥٧٥	٣٣٩٢٥	٦٣٦	٤٢٠٣٤

خطوات الحل

① لدينا اربعة طرق تدريسية (اربعة مجاميع) (س) هي الدرجات الحاصل عليها الطلبة و($س^2$) قمنا بتربيع كل درجة ثم جمعنا النواتج تحت كل عمود

② نحسب عامل التصحيح (c) وهو يساوي مجموع الدرجات (س) للمجموعات الاربعة ثم يربع ويقسم على عدد الافراد للمجموعات الاربعة.

$$\text{عامل التصحيح } (c) = \frac{(\text{مجـ } س)^2}{ن}$$

$$= \frac{(٦٣٦ + ٥٧٥ + ٤٨٠ + ٤٨٤)^2}{٤٠}$$

$$= \frac{(٢١٧٥)^2}{٤٠}$$

$$= \frac{٤٧٣٠٦٢٥}{٤٠}$$

$$= ١١٨٢٦٥,٦٢٥$$

٦٩

٣) نحسب التباين الكلي (T) من خلال تربيع كل درجات ثم نطرحه من عامل التصحيح (C)

التباين الكلي (T) = مجـ س^٢ − عامل التصحيح (C)

= (٢٥٠٢٤ + ٢٤٣٩٢ + ٣٣٩٢٥ + ٤٢٠٣٤) − ١١٨٢٦٥,٦٢٥

= ١٢٥٣٧٥ − ١١٨٢٦٥,٦٢٥

= ٧١٠٩,٣٧٥

٤) نستخرج مجموع المربعات بين المجموعات (b)

بين المجموعات (b) = مجـ (م)^٢/ن + (مجـ ب)^٢/ن + (مجـ ج)^٢/ن + (مجـ د)^٢/ن − عامل التصحيح (C)

= (٤٨٤)^٢/١٠ + (٤٨٠)^٢/١٠ + (٥٧٥)^٢/١٠ + (٦٣٦)^٢/١٠ − ١١٨٢٦٥,٦٢٥

= [٢٣٤٢٥,٦ + ٢٣٠٤٠ + ٣٣٠٦٢,٥ + ٤٠٤٤٩,٦] − ١١٨٢٦٥,٦٢٥

= ١١٩٩٧٧,٧ − ١١٨٢٦٥,٦٢٥

= ١٧١٢,٠٧٥

٥) نستخرج مجموع المربعات داخل المجموعات (w)

داخل المجموعات (w) = الكلي (T) − بين المجموعات (b)

= ٧١٠٩,٣٧٥ − ١٧١٢,٠٧٥

= ٥٣٩٧,٣

٦) نضع جدول أو مصفوفة تحليل التباين وكالاتي :-

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	النسبة الفائية ف
بين المجموعات b	١٧١٢,٠٧٥	٣ = ٤ − ١	١٧١٢,٠٧٥ / ٣ = ٥٧٠,٦٩	٥٧٠,٦٩ / ١٤٩,٩٣ = ٣,٨١
داخل المجموعات w	٥٣٩٧,٣	٣٦ = ٤٠ − ٤	٥٣٩٧,٣ / ٣٦ = ١٤٩,٩٣	
المجموع الكلي T	٧١٠٩,٣٧٥	٣٩ = ٤٠ − ١		

٧) نستخرج النسبة الفائية النظرية الجدولية بدرجة حرية [٣٦ ، ٣] من طريق (٣) هي أفقياً (م − ١) = (٤ − ١) = ٣

(٣٦) هي رأسياً م(ن − ١) = ٤(١٠ − ١) = ٣٦

النسبة الفائية الجدولية (٢,٨٦) عند مستوى (٠,٠٥)

٨) نقارن بين النسبة الفائية المحسوبة بالنسبة الفائية الجدولية

$$٢,٨١ \;\overset{\text{أكبر}}{>}\; ٢,٨٦$$

٩) القرار :- نرفض الفرضية الصفرية التي تقول بتساوي المتوسطات

عند مستوى (٠,٠٥٪)

اي ان م١ ≠ م٢ ≠ م٣ ≠ م٤

نستنتج ان هناك اختلاف بين الطرق التدريسية المتبعة في مدى تأثيرها في تحصيل الطلبة .

جدول B

القيم الحرجة لاختبار t

< > نهاية واحدة

≠ = نهايتين

	مستوى الدلالة لاختبار ذى نهاية واحد					
	.10	.05	.025	.01	.005	.0005
درجات الحرية	مستوى الدلالة لاختبار ذى نهايتين					
df	.20	.10	.05	.02	.01	.001
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.598
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.941
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.859
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.405
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.767
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.460
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.373
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

FROM: Table III of R. A. Fisher and F. Yates, *Statistical tables for biological, agricultural, and medical research*, published by Oliver & Boyd Ltd., Edinburgh, by permission of the authors and the publishers.

جدول C

القيم الحرجة لمربع كاى

درجات الحرية	الاحتمالية تحت مربع كاى H_0 $\chi^2 \geq$													
df	99	.98	.95	.90	.80	.70	.50	.30	.20	.10	.05	.02	.01	.001
1	.00016	.00063	.0039	.016	.064	.15	.46	1.07	1.64	2.71	3.84	5.41	6.64	10.83
2	.02	.04	.10	.21	.45	.71	1.39	2.41	3.22	4.60	5.99	7.82	9.21	13.82
3	.12	.18	.35	.58	1.00	1.42	2.37	3.66	4.64	6.25	7.82	9.84	11.34	16.27
4	.30	.43	.71	1.06	1.65	2.20	3.36	4.88	5.99	7.78	9.49	11.67	13.28	18.46
5	.55	.75	1.14	1.61	2.34	3.00	4.35	6.06	7.29	9.24	11.07	13.39	15.09	20.52
6	.87	1.13	1.64	2.20	3.07	3.83	5.35	7.23	8.56	10.64	12.59	15.03	16.81	22.46
7	1.24	1.56	2.17	2.83	3.82	4.67	6.35	8.38	9.80	12.02	14.07	16.62	18.48	24.32
8	1.65	2.03	2.73	3.49	4.59	5.53	7.34	9.52	11.03	13.36	15.51	18.17	20.09	26.12
9	2.09	2.53	3.32	4.17	5.38	6.39	8.34	10.66	12.24	14.68	16.92	19.68	21.67	27.88
10	2.56	3.06	3.94	4.86	6.18	7.27	9.34	11.78	13.44	15.99	18.31	21.16	23.21	29.59
11	3.05	3.61	4.58	5.58	6.99	8.15	10.34	12.90	14.63	17.28	19.68	22.62	24.72	31.26
12	3.57	4.18	5.23	6.30	7.81	9.03	11.34	14.01	15.81	18.55	21.03	24.05	26.22	32.91
13	4.11	4.76	5.89	7.04	8.63	9.93	12.34	15.12	16.98	19.81	22.36	25.47	27.69	34.53
14	4.66	5.37	6.57	7.79	9.47	10.82	13.34	16.22	18.15	21.06	23.68	26.87	29.14	36.12
15	5.23	5.98	7.26	8.55	10.31	11.72	14.34	17.32	19.31	22.31	25.00	28.26	30.58	37.70
16	5.81	6.61	7.96	9.31	11.15	12.62	15.34	18.42	20.46	23.54	26.30	29.63	32.00	39.29
17	6.41	7.26	8.67	10.08	12.00	13.53	16.34	19.51	21.62	24.77	27.59	31.00	33.41	40.75
18	7.02	7.91	9.39	10.86	12.86	14.44	17.34	20.60	22.76	25.99	28.87	32.35	34.80	42.31
19	7.63	8.57	10.12	11.65	13.72	15.35	18.34	21.69	23.90	27.20	30.14	33.69	36.19	43.82
20	8.26	9.24	10.85	12.44	14.58	16.27	19.34	22.78	25.04	28.41	31.41	35.02	37.57	45.32
21	8.90	9.92	11.59	13.24	15.44	17.18	20.34	23.86	26.17	29.62	32.67	36.34	38.93	46.80
22	9.54	10.60	12.34	14.04	16.31	18.10	21.34	24.94	27.30	30.81	33.92	37.66	40.29	48.27
23	10.20	11.29	13.09	14.85	17.19	19.02	22.34	26.02	28.43	32.01	35.17	38.97	41.64	49.73
24	10.86	11.99	13.85	15.66	18.06	19.94	23.34	27.10	29.55	33.20	36.42	40.27	42.98	51.18
25	11.52	12.70	14.61	16.47	18.94	20.87	24.34	28.17	30.68	34.38	37.65	41.57	44.31	52.62
26	12.20	13.41	15.38	17.29	19.82	21.79	25.34	29.25	31.80	35.56	38.88	42.86	45.64	54.05
27	12.88	14.12	16.15	18.11	20.70	22.72	26.34	30.32	32.91	36.74	40.11	44.14	46.96	55.48
28	13.56	14.85	16.93	18.94	21.59	23.65	27.34	31.39	34.03	37.92	41.34	45.42	48.28	56.89
29	14.26	15.57	17.71	19.77	22.48	24.58	28.34	32.46	35.14	39.09	42.56	46.69	49.59	58.30
30	14.95	16.31	18.49	20.60	23.36	25.51	29.34	33.53	36.25	40.26	43.77	47.96	50.89	59.70

FROM: Table IV of R. A. Fisher and F. Yates: *Statistical tables for biological, agricultural, and medical research*, published by Oliver & Boyd, Ltd., Edinburgh, by permission of the authors and the publishers.