الكهربائية والمغناطيسية

الاستاذ خضير عباس

Electricity and Magnetism

الفصل الرابع

الجهد الكهربائي
Electric Potential

فرق الجهد والجهد الكهربائى
Potentionl Difference and Electric Potential

الجهد الكهربائي في نقطة ما : هو عبارة عن الشغل لوحدة الشحنة الواجب إنجازه لنقل شحنة اختبارية موجبة من المالانهاية إلى تلك النقطة.

وهذا الشغل يساوي الزيادة في الطاقة الكامنة للشحنة.

$$V = \frac{W}{q_o}$$

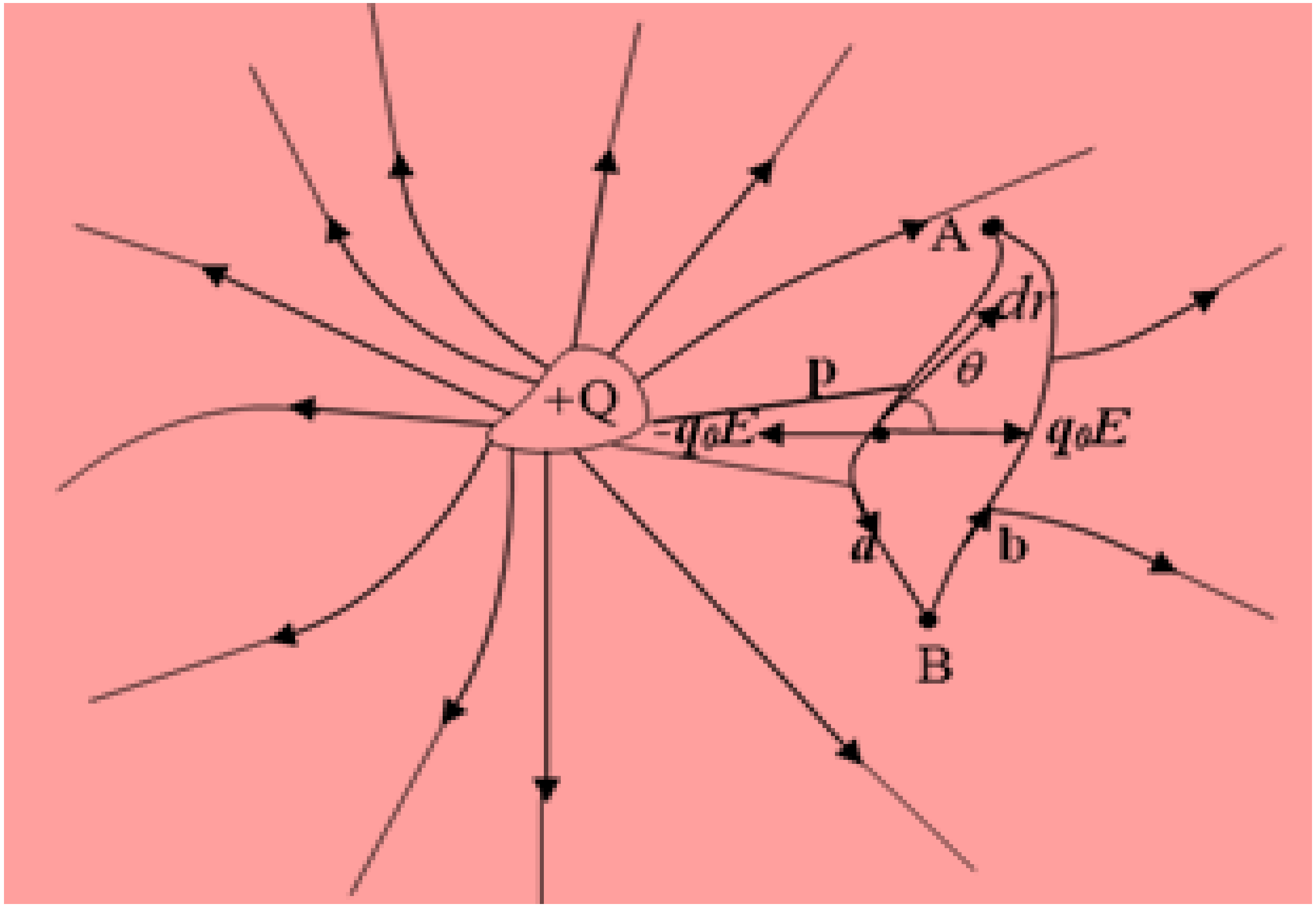
$$\text{Volt} = \frac{\text{Joule}}{\text{Coulomb}}$$

V : الجهد الكهربائي

W: الشغل المنجز

q_0 : الشحنه الاختبارية

لنعتبر حالة شحنة اختبارية موجبة q_o موجودة أصلاً في النقطة p داخل مجال كهربائي غير منتظم كما في الشكل .فلو أردنا تحريك الشحنة الاختبارية من النقطة A إلى النقطة B ,فلابد من بذل شغل خارجي ضد القوة الكهربائية بحيث تبقى حركة الشحنة دائماً في حالة اتزان.

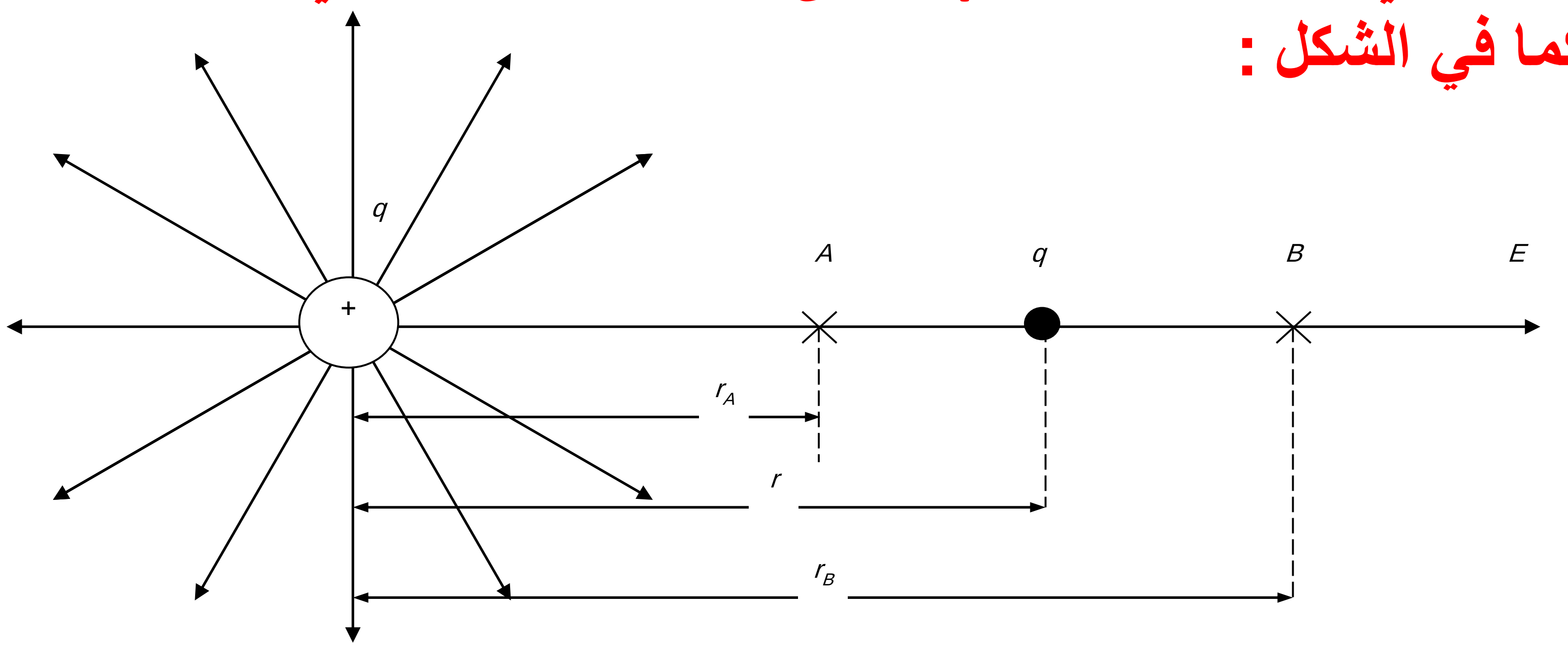


فرق الجهد بين النقطتين AوB داخل المجال الكهربائي : هو الشغل المبذول ضد القوة الكهربائية لنقل وحدة شحنة الاختبار الموجبة من A إلى B.

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0} = -\int_A^B \vec{E}.d\vec{L}$$

الجهد الكهربائى لشحنة نقطية :

لإيجاد فرق الجهد الكهربائي بين نقطتين، مثل A, B واقعتين في المجال الكهربائي E لشحنة نقطية q، على امتداد الخط المار في مركز الشحنة، كما في الشكل :



$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r^2}$$

$$V_{BA} = -\int_A^B \vec{E}.d\vec{L} = -\int_A^B E\cos\pi dL$$

dL=- dr

$$= \frac{-q}{4\pi\varepsilon_o}\int_{r_A}^{r_B}\left(\frac{1}{r^2}\right)dr = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_o}\int_{r_A}^{r_B}\frac{dr}{r^2}$$

$$V_{BA} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\frac{1}{r}\bigg|_{r_A}^{r_B} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$$

$$V_{BA} = V_B - V_A$$

واذا اعتبارنا النقطة **A** كنقطة مرجع تقع في المالانهاية وان الجهد عند هذه النقطة يساوي صفر.

$$r_A \to \infty \quad \Rightarrow V_A = 0$$

$$V_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r_B}$$

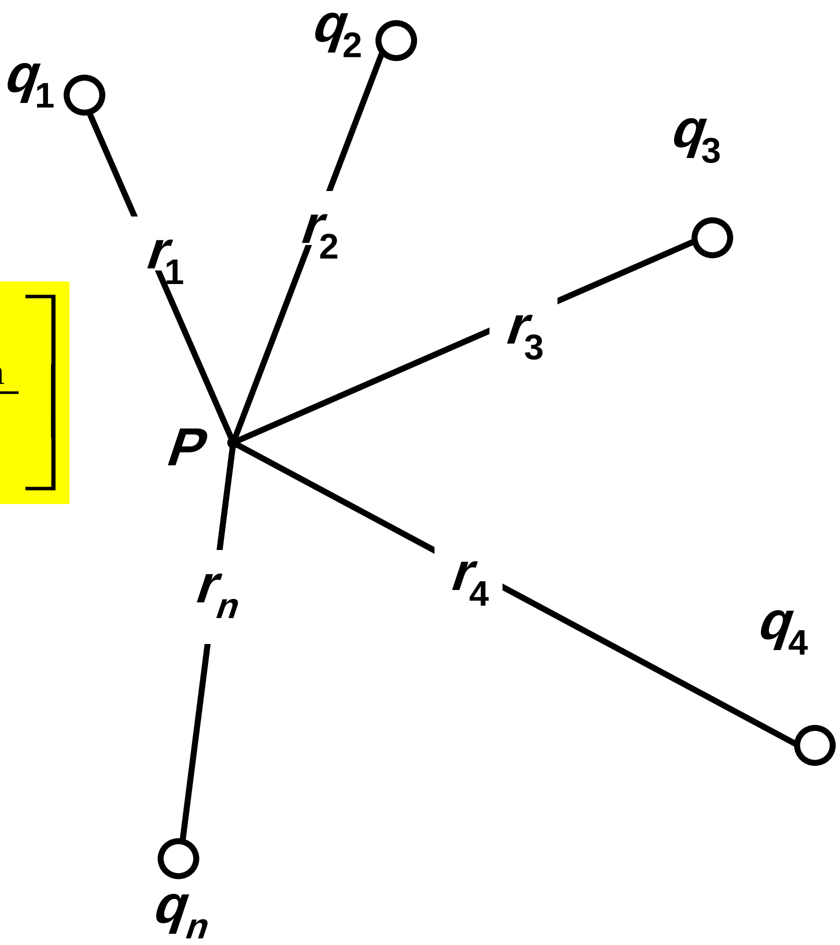
الجهد الكهربائى لمجموعة من الشحنات النقطية:

حساب الجهد الناتج عن عدد **n** من الشحنات النقطية عند نقطة مثل **P**، كما في الشكل ، ويتم حساب الجهد الناتج عن كل شحنة على حدة ، ثم نجمع قيم هذه الجهود جمعاً جبرياً بسيطاً، لأن الجهد كمية عددية (غير متجهة)، فنحصل على الجهد الكهربائي عند النقطة المطلوبة.

$$V_P = V_1 + V_2 + V_3 + \ldots + V_n$$

$$V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \ldots + \frac{q_n}{r_n}\right]$$

$$V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i}$$



الجهد الكهربائى إذا كان توزيع الشحنة متصلاً :

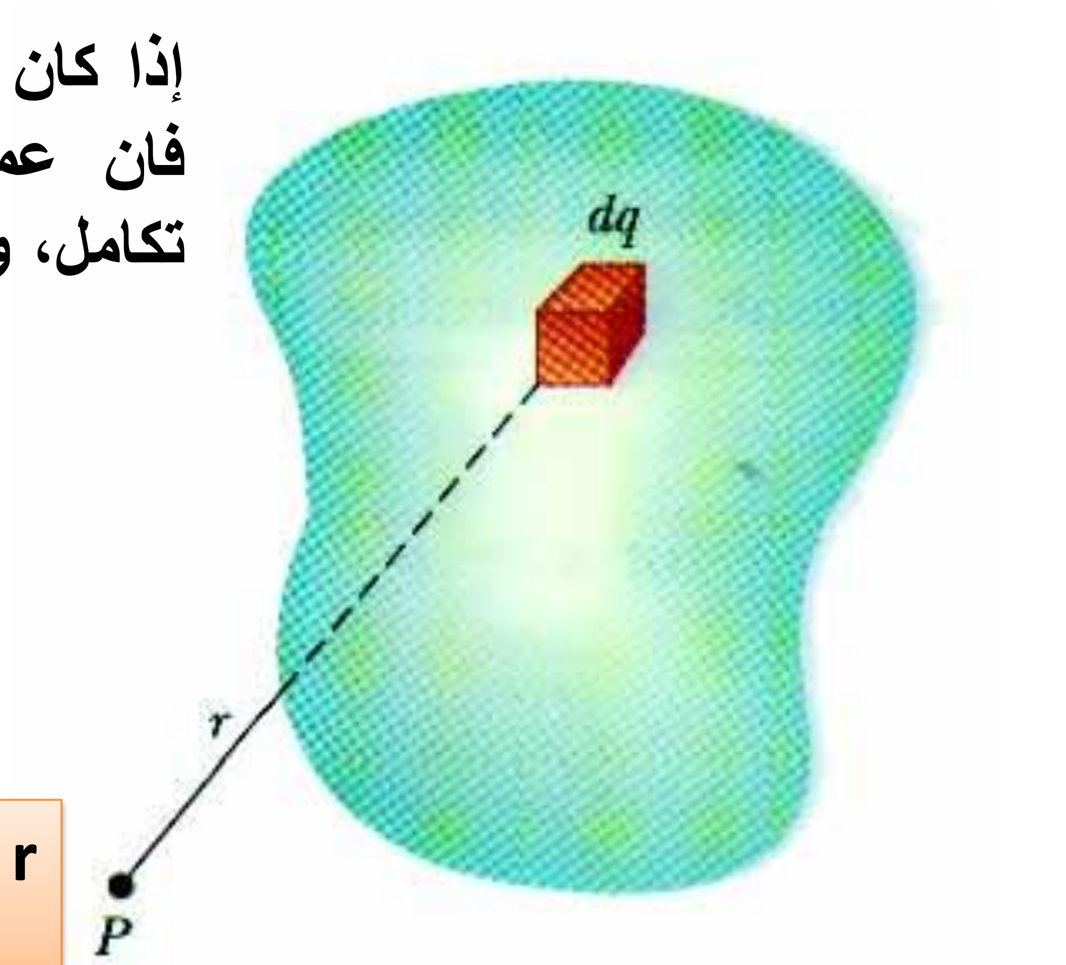
الجهد الناتج عن التوزيع المتصل للشحنات، كما في الشكل.

إذا كان توزيع الشحنة المؤثرة متصلاً فان عملية الجمع تؤول إلى عملية تكامل، وباستخدام المعادلة:

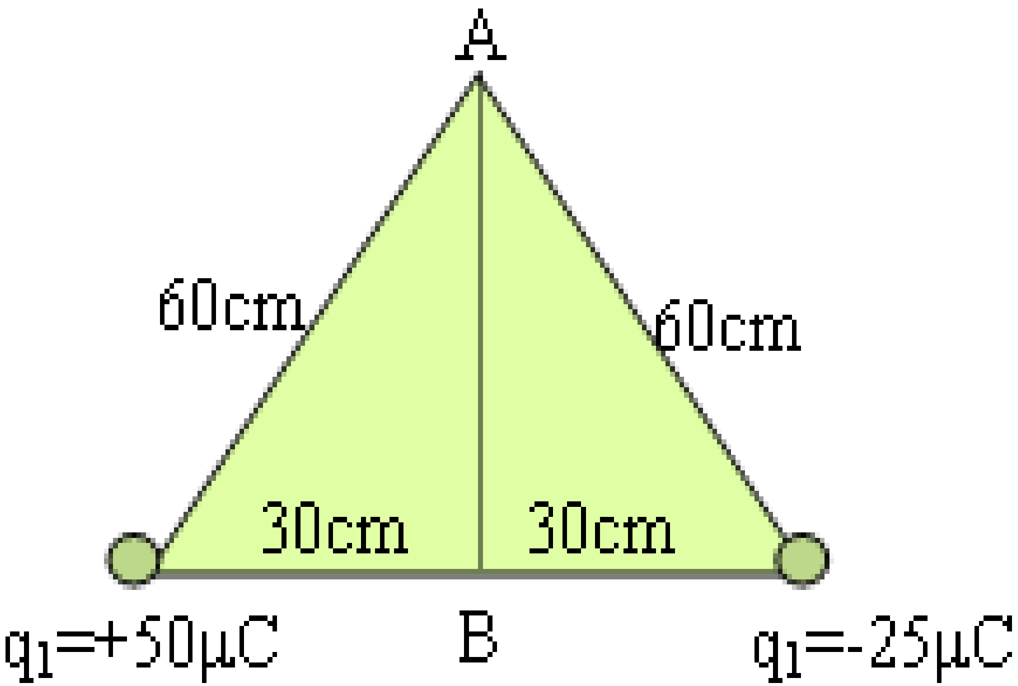
$$dV = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_o r}$$

$$V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\int \frac{dq}{r}$$

r هي بعد النقطة p عن عنصر الشحنة dq.



مثال (1خ): من الشكل ,جد الفرق في الجهد بين النقطتين B, A.



$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i}$$

$$V_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{50x10^{-6}}{0.6} + \frac{-25x10^{-6}}{0.6}\right) = 9x10^{9}\left(\frac{25x10^{-6}}{0.6}\right) = +3.75x10^{5}\,V$$

$$V_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{50x10^{-6}}{0.3} + \frac{-25x10^{-6}}{0.3}\right) = 9x10^{9}\left(\frac{25x10^{-6}}{0.3}\right) = +7.50x10^{5}\,V$$

$$V_B - V_A = 7.50\times10^5 - 3.75\times10^5 = 3.75\times10^5\ V$$

ملاحظه : لو اردنا حساب $V_A - V_B$ فاننا سنحصل على $-3.75\times10^5\ V$ وهذا يعني ان:

$$V_{BA} = V_B - V_A = -(V_A - V_B) = -V_{AB}$$

فالفرق في الجهد بين النقطتين B, A عبارة عن الجهد عن النقطة A مطروح منه الجهد عند النقطة B.

جهد جسم كروي موصل مشحون

Potential of Spherical Body Charged Conductor

الجهد الكهربائي عند أي نقطة على مسافة r في مجال شحنة نقطية q تتمثل بالمعادلة:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r}$$

ولإيجاد قيمة الجهد الكهربائي عند جميع النقاط الواقعة داخل موصل كروي نصف قطره R.

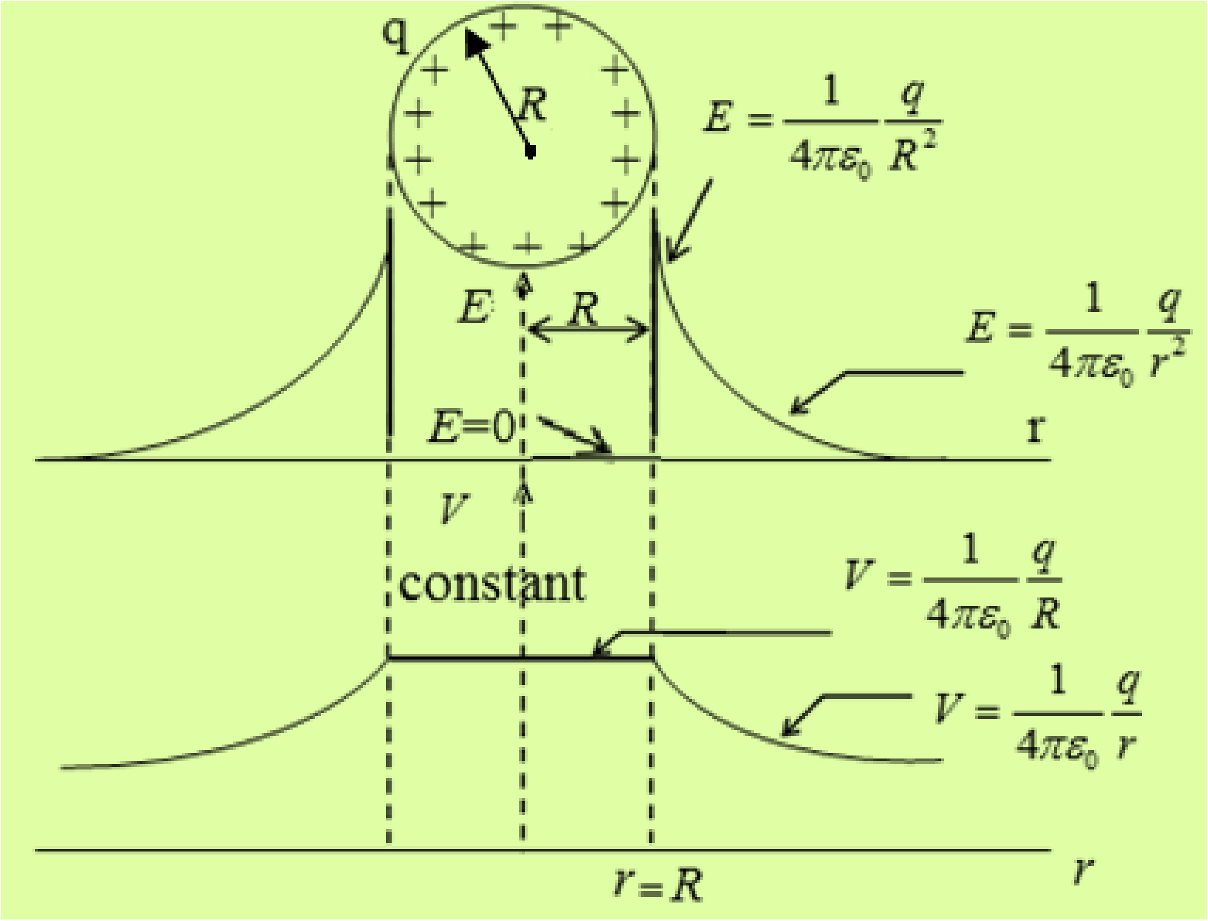
نفترض أن النقطة Bتمثل أي نقطة على سطح كرة موصلة بينما النقطة A في داخل الكرة.

ومن المعروف إن شدة المجال الكهربائي داخل الموصل يساوي صفراً، لذا نجد أن فرق الجهد بين النقطتين A وB يصبح:

$$V_B - V_A = -\int_A^B E\cos\theta dr = 0$$

$$\therefore V_B = V_A$$

هذا يعني إن الجهد عند أي نقطة على سطح كرة موصلة مثل Bيساوي الجهد عند النقطة Aفي داخل الكرة. وبعبارة أخرى فان قيمة الجهد عند جميع النقاط الواقعة داخل كرة موصلة تكون متساوية وتساوي قيمة الجهد على سطحه .



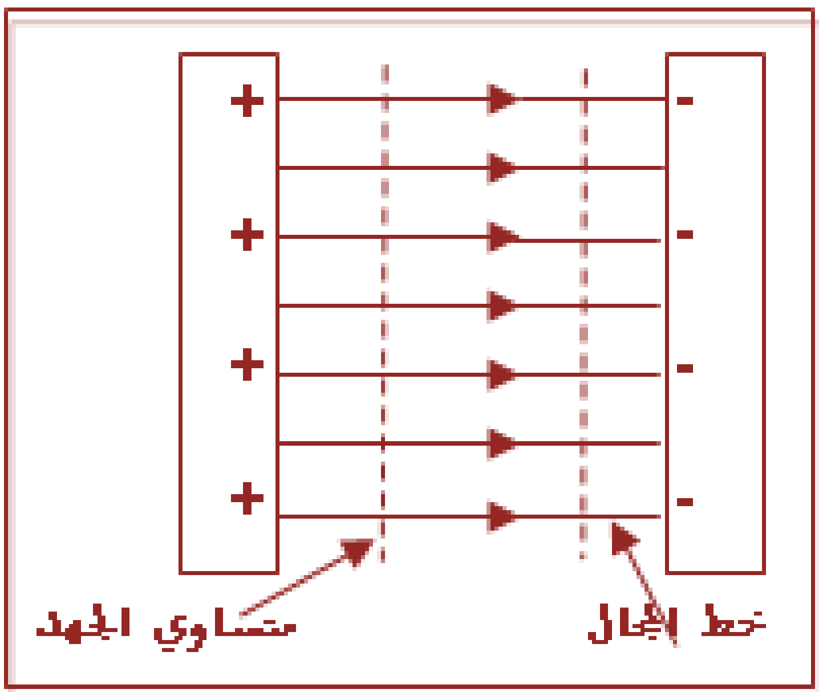
يبيّن الشكل توزيع كل من مقدار شدة المجال الكهربائي والجهد داخل كرة موصلة وخارجها نصف قطرها R ومشحونة بشحنة موجبة مقدارها +q.

سطوح تساوي الجهد
Equipotential

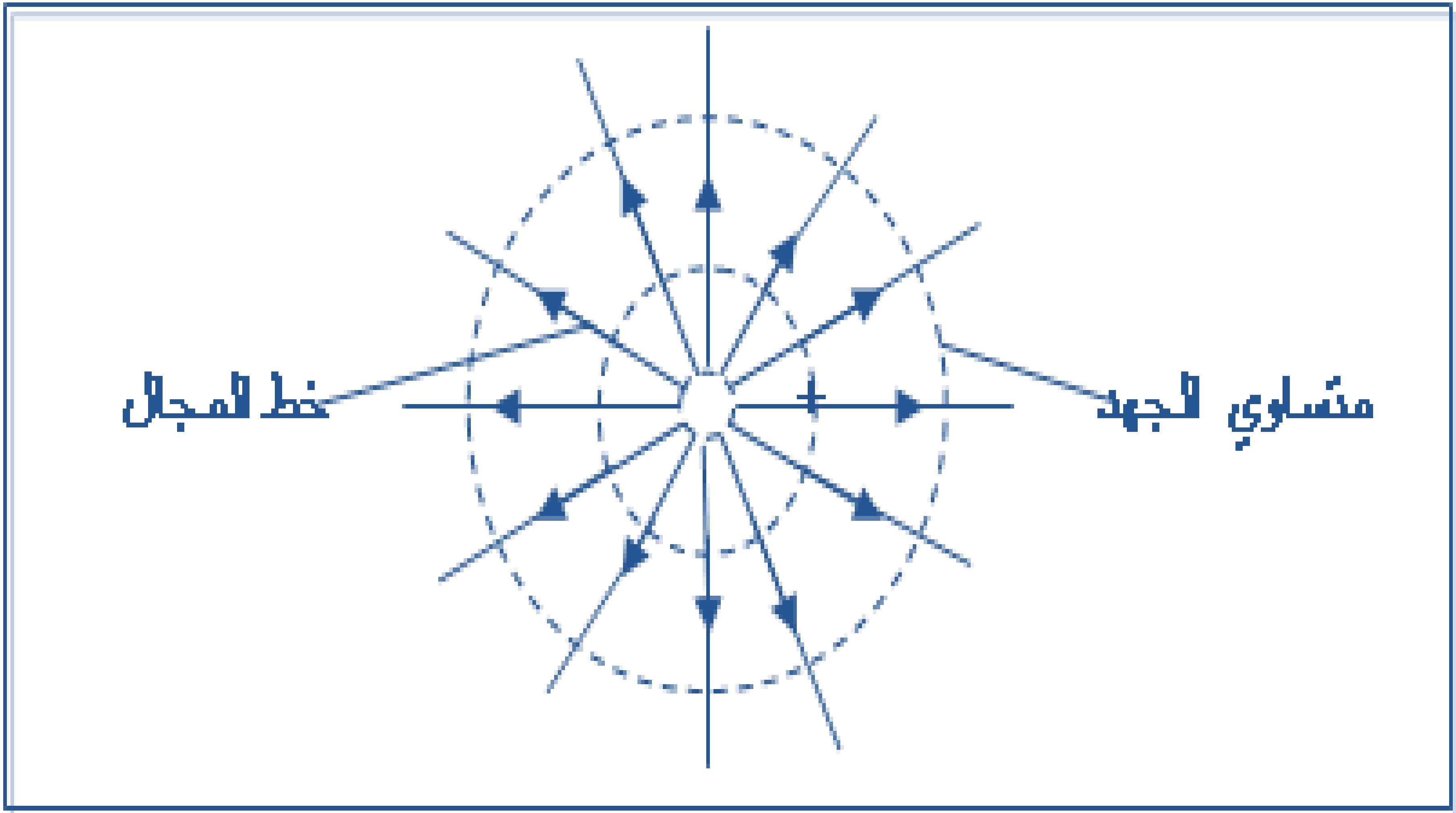
سطوح تساوي الجهد: هو السطح الذي يكون جميع نقاطه متساوية الجهد.

أن سطوح تساوي الجهد تكون عمودية على المجال.

لا تكون هناك حاجة لبذل أي شغل لتحريك شحنة الاختبار q_o على طول الخط الواصل بين النقطتين.



ويبين الشكلين بعض من سطوح تساوي الجهد.


خط المجال
+
متساوي الجهد

علاقة فرق الجهد بشدة المجال

The Relation between Potentional Difference and Field Intensity

لإيجاد العلاقة بين فرق الجهد وشدة المجال، لابد من حساب الشغل الذي يلزم إنجازه من قبل عامل خارجي لتحريك شحنة اختبار موجبة q_o في مجال غير منتظم وعلى مسار متموج بين النقطتين A وB بدون تعجيل .

$$W_{AB} = -\int_A^B q_o E \cos\theta \, dr$$

$$\frac{W_{AB}}{q_o} = -\int_A^B E \cos\theta \, dr$$

زاوية θ : هي الزاوية المحصورة بين E و dr.

فرق الجهد بين النقطتين AوB مساوٍ إلى:

$$V_B - V_A = -\int_A^B E\cos\theta\, dr$$

وفي الحالات الخاصة التي يكون فيها المجال منتظماً وموازياً لمسار الشحنة، فأن حركة الشحنة باتجاه معاكس لشدة المجال تجعل الزاوية θ بين EوDr تساوي 180° وتصبح المعادلة كالآتي:

$$V_B - V_A = -\int_A^B E\cos 180\, dr = E\int_A^B dr = Ed$$

$$E = \frac{V}{d}$$

$$E = \frac{\text{Volt}}{\text{m}}$$

1 . يمكن حساب الجهد الكهربائي من معرفة شدة المجال عندما يكون E متغيراً في اكثر من اتجاه (X,Y,Z) باستخدام المعادلة :

$$V_B - V_A = -\left[\int_{Ax}^{Bx} Exdx + \int_{Ay}^{By} Eydy + \int_{Az}^{Bz} Ezdz \right]$$

2 . يمكن حساب شدة المجال من معرفة الجهد الكهربائي عندما يكون V متغيراً في اكثر من اتجاه (X,Y,Z) باستخدام المعادلة :

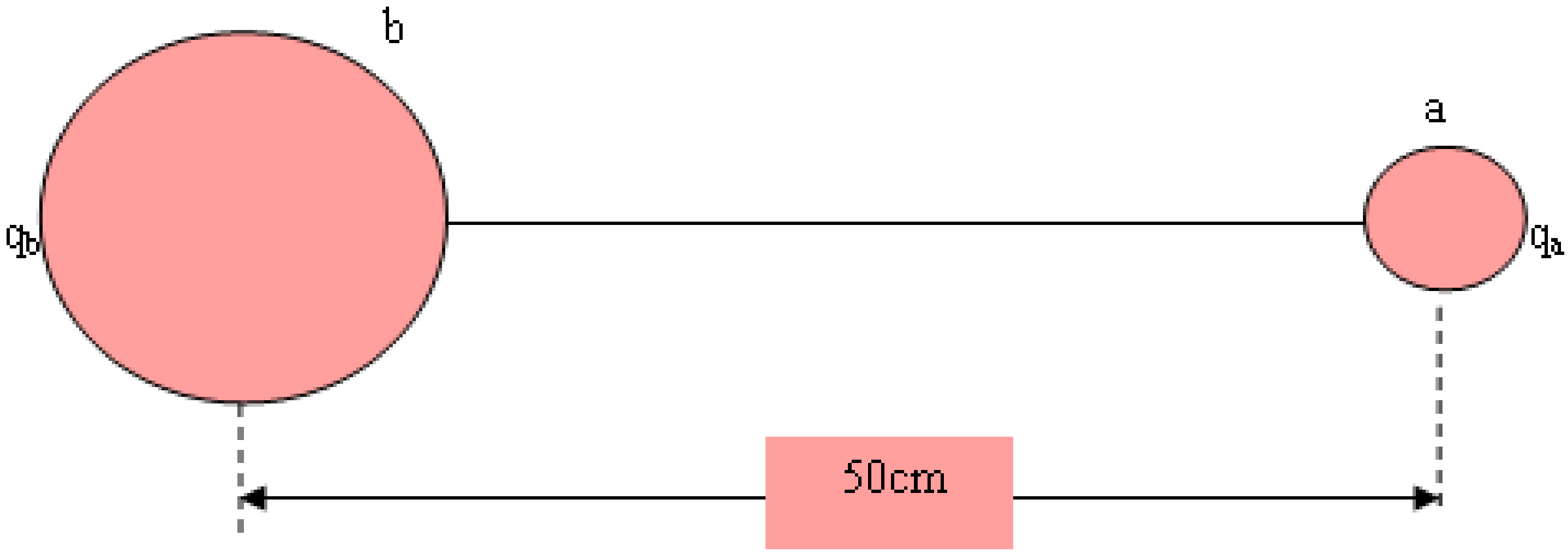
$$E_r = -\frac{dV}{dr}$$

$$\left.\begin{aligned} E_x &= -\frac{\partial V}{\partial x} \\ E_y &= -\frac{\partial V}{\partial y} \\ E_z &= -\frac{\partial V}{\partial z} \end{aligned}\right\}$$

اقتسام الشحنة بين الموصلات
Sharing of charge by conductors

إذا لامس موصل مشحون موصل أخر غير مشحون انتقل جزء من شحنة الأول إلى الثاني، أي ان الموصولان يقتسمان الشحنة بينهما. ويستمر انتقال الشحنات الى ان تصبح جميع نقاط الموصلين في نفس الجهد.

مثال (2خ): في الشكل كرتان b,a محمولتان على ساقين عازلين، نصف قطر الأولى 1cm وشحنتها $10x10^{-9}C$ والثانية 10cm غير مشحونة. فاذا وضعتا على بعد 50cm من مركزهما وربطتا بسلك رفيع جداً، فكم ستكون الشحنة وكثافة الشحنة السطحية على كل منهما؟



الحل: عند ربط الكرتين بسلك رفيع ستتوزع الشحنة $10x10^{-9}C$ عليهما بحيث يكون الكرتان والسلك الرابط بينهما بنفس الجهد.

(اهمال الشحنة على السلك الرفيع) عندها يكون الجهد في مركز الكرة b هو:

$$V_b = 9x10^9\left(\frac{q_b}{0.10} + \frac{q_a}{0.5}\right)$$

الجهد في مركز الكرة a هو:

$$V_a = 9x10^9\left(\frac{q_a}{0.01} + \frac{q_b}{0.5}\right)$$

$$V_a = V_b$$

$$\frac{q_b}{0.10} + \frac{q_a}{0.5} = \frac{q_a}{0.01} + \frac{q_b}{0.5}$$

$$\Rightarrow q_a + q_b = 10x10^{-9}\,C$$

وعند حل المعادلتين نحصل على:

$q_b = 9.25x10^{-9}C$

$q_a = 0.75x10^{-9}C$

$V = 845$ volt

وكثافة الشحنة السطحية على الكرة b هي:

$$\sigma_b = \frac{9.25x10^{-9}\,C}{4\pi(0.10)^2} = 7.35x10^{-8}\,C/m^2$$

وعلى الكرة a هي:

$$\sigma_a = \frac{0.75x10^{-9}\,C}{4\pi(0.01)^2} = 59.7x10^{-8}\,C/m^2$$

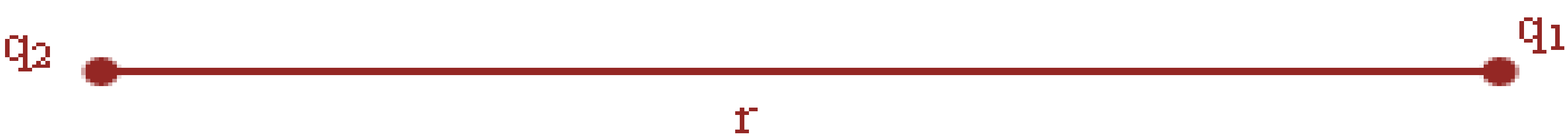
وهذه النتيجة تفسر ظاهرة الآسنة (Action of points) وبالتالي هروب الشحنة من النهايات المدببة.

الطاقة الكهربائية الكامنة

Electric Potential Energy

تعرف الطاقة الكهربائية الكامنة لمجموعة من الشحنات النقطية : بالشغل اللازم إنجازه لتجمع هذه الشحنات،وذلك بجلب كل شحنة على حدى من المالانهاية.

إذا فرضنا وجود شحنتين نقطيتين q_1, q_2 على مسافة r، ونفترض وجود هذه الشحنات في حالة السكون عندما تكون على ابعاد لانهائية بعضها عن بعض الاخر، وعلى هذا الاساس يمكن حساب الطاقة لمجموعة مكونه من شحنتين .



ان نقل الشحنة q_1 من المالانهاية ووضعها في مكانها لا تتطلب انجاز شغل: $w_1=0$

ولكن نقل الشحنة q_2 من المالانهاية ووضعها على مسافة r من q_1 يتطلب شغل مقداره:

$$w_2 = q_2 v_1$$

$$v_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1}{r}$$

$$w_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1 q_2}{r}$$

$$w = w_1 + w_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1 q_2}{r}$$

والشغل هو نفس الطاقة الكهربائية الكامنة لهذه المجموعة، أي:

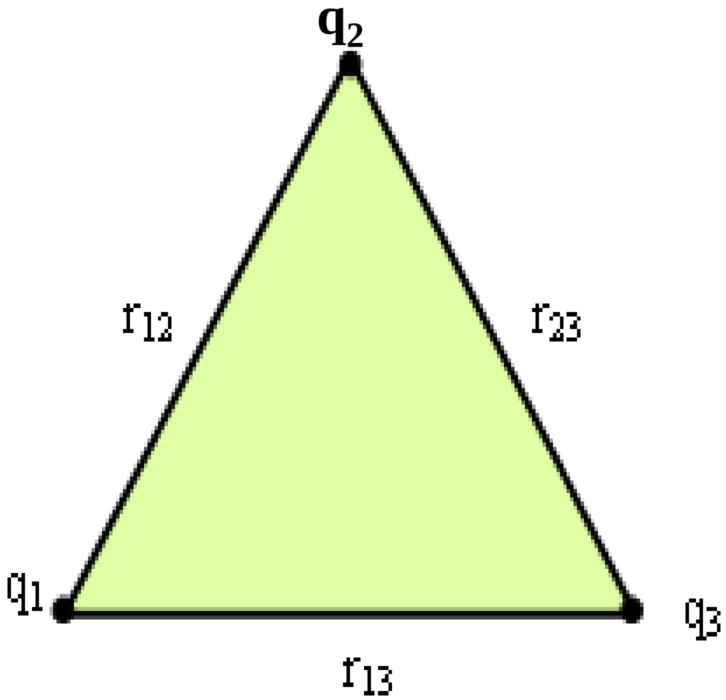
$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1 q_2}{r}$$

يمكن حساب الطاقة الكهربائية الكامنة لمجموعة تتكون من ثلاثة شحنات، كما في الشكل .

$$w_1 = 0$$

$$w_2 = q_2 v_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

$$w_3 = q_3 v_1 + q_3 v_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}}\right)$$



$$U = w_1 + w_2 + w_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}}\right)$$

مثال (6): ثلاث شحنات نقطية مثبتة على روس مثلث متنظم طول ضلعه 0.1m أحسب الطاقة الكامنة لهذه المجموعة. علماً ان: $q_3=-30\times10^{-6}C$ $q_2=20\times10^{-6}C$, $q_1=10\times10^{-6}C$.

$$U=9x10^{9}\left[\frac{(10x10^{-6})(20x10^{-6})}{0.1}+\frac{(10x10^{-6})(-30x10^{-6})}{0.1}+\frac{(20x10^{-6})(-30x10^{-6})}{0.1}\right]$$

$$U=9x10^{9}\left[\frac{(20-30-60)x10^{-12})}{0.1}\right]=-6.3\,\text{joule}$$

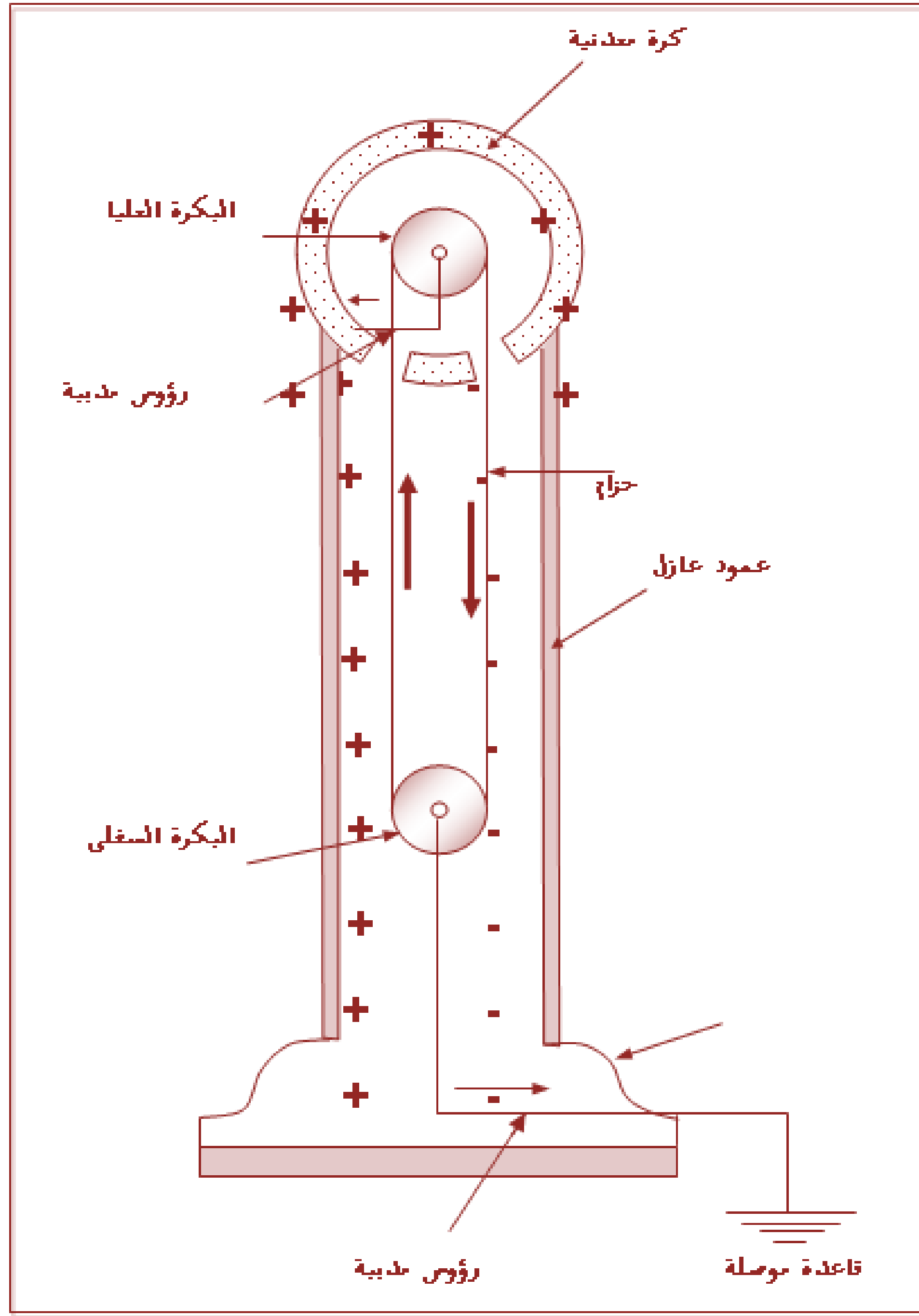
وتعني (-) ان الشغل الواجب إنجازه لتجميع هذه الشحنات يجب ان يكون سالباً، فلو تركت هذه الشحنات طليقة لوجدنا أنها تتحرك متجهه واحدة نحو الأخرى في هذه الحالة.

مولد فان دي كراف
Van De Graaff Generator

يمثل الشكل مخطط توضيحي لمولد فان دي كراف صممه العالم روبرت فان دي كراف Robert J. Van de Graaff عام 1929.

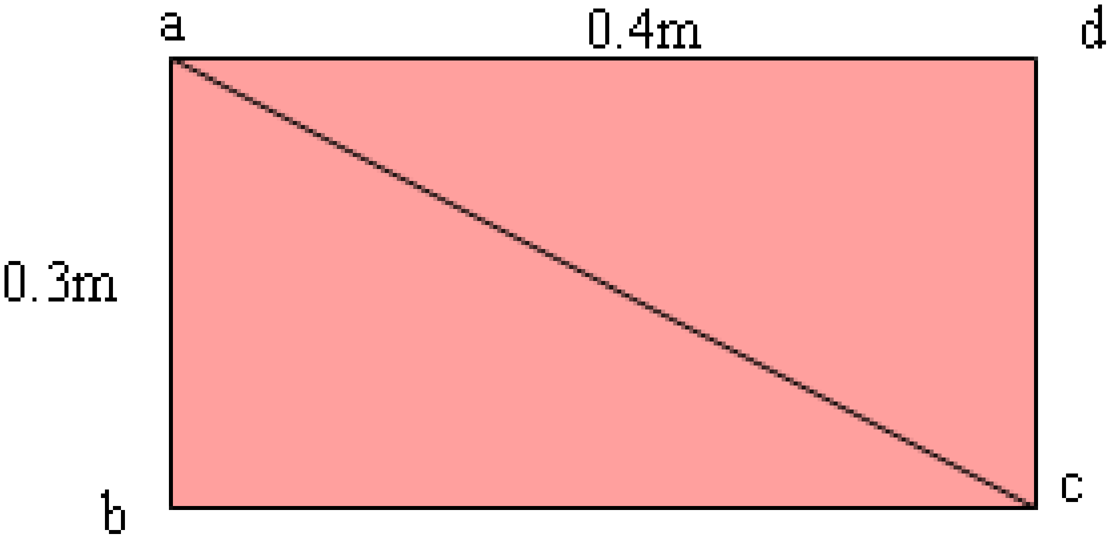
يستعمل هذا الجهاز في الحصول على حزمة من الإلكترونات أو البروتونات ذات طاقة عالية جداً قد تصل إلى 10MeV، يستفاد منها بشكل واسع في تجارب الفيزياء الذرية والنووية الحديثة، إذ يستغل مقدار الجهد العالي لتعجيل الجسيمات المشحونة والأيونات في ضرب هدفاً معيناً لتوليد الأشعة السينية مثلاً.

الفكرة الأساسية التي بني عليها عمل مولد فان دي كراف هي عند وضع موصل مشحون في تماس مع السطح الداخلي لكرة مجوفة موصلة فان جميع الشحنة التي يحملها الموصل المشحون تنتقل إلى الكرة المجوفة.



في مولد فان دي كراف يستعمل حزام دوار لانتقال الشحنة إلى الكرة المعدنية المجوفة. وهو حزام مصنوع من مادة عازلة يمر فوق بكرتين عازلتين. تطلى البكرة السفلى بطلاء من مادة معينة بحيث أن الحزام المتحرك نحو الأعلى عندما يلامس البكرة يكتسب شحنة موجبة، تنتقل هذه الشحنة عبر رؤوس مدببة إلى الكرة المجوفة. أما البكرة العلوية فأنها تطلى بطلاء من مادة أخرى بحيث أن الحزام عند تركه لها نحو الأسفل يكتسب شحنة سالبة، تنتقل بواسطة الجهة اليمنى من الحزام عبر رؤوس مدببة سفلية إلى قاعدة موصلة يرتكز عليها عمود عازل يستعمل لحمل الكرة المجوفة، ثم تتسرب الشحنة إلى الأرض. كلما كانت الكرة المعدنية كبيرة أمكن الحصول على جهد كهربائي اكبر. مما تقدم يتضح انه لولا وجود صعوبات في عزل الكرة المعدنية كهربائياً لأمكن زيادة الشحنة عليها وبالتالي زيادة جهده الكهربائي إلى أي مقدار ما نشاء.

مثال(3خ): من الشكل، وضعت عند رؤوس مستطيل شحنات متماثلة (q=2μC) جد الفرق بين طاقتي المجموعة في صورته الحالية، وبعد ازالة الشحنتين عند النقطيتين d,b.



$$U=\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{q_aq_b}{0.3}+\frac{q_aq_c}{0.5}+\frac{q_aq_d}{0.4}+\frac{q_cq_d}{0.3}+\frac{q_bq_d}{0.5}+\frac{q_bq_c}{0.4}\right)$$

$$=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{2}{0.3}+\frac{2}{0.5}+\frac{2}{0.4}\right)=9x10^9(4x10^{-12})15.66=0.564\,\text{joul}$$

وبعد إزالة الشحنتين d,b تصبح المجموعة مكونة من شحنتين c,a، وتساوي الطاقة:

$$U=k\left(\frac{qq}{0.5}\right)=9x10^9(4x10^{-12})x2=0.072\,\text{joul}$$

والفرق بين طاقتي المجموعتين في الحالتين:

$$\Delta U = U_1 - U_2 = 0.564 - 0.072 = 0.492 \text{ joul}$$

وهذا هو الفرق يساوي الشغل اللازم لازالة الشحنتين d,b.

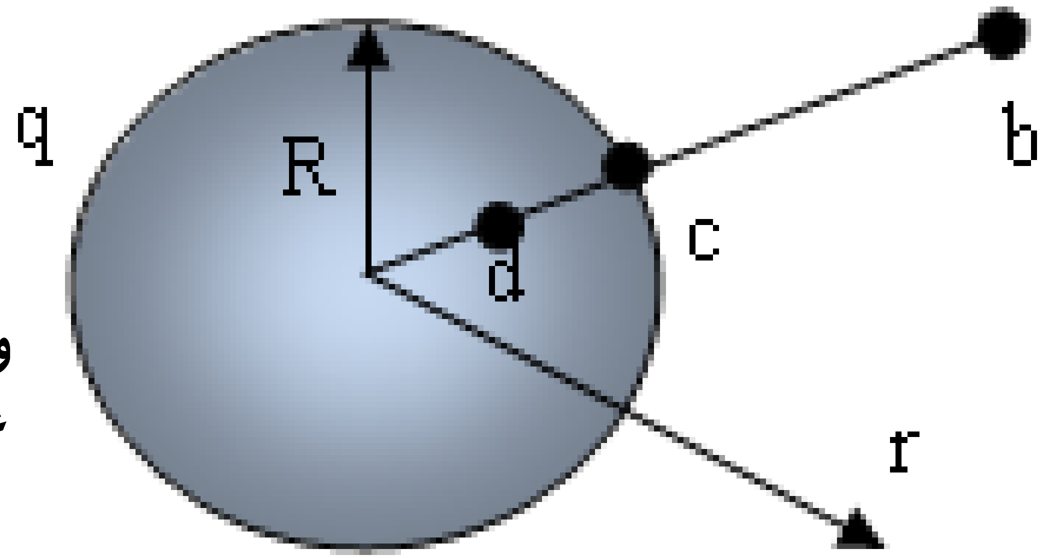
مثال (4خ): من الشكل، كرة من مادة عازلة نصف قطرها R عليها شحنة موزعة بكثافة منتظمة وشحنة كلية q، أوجد:

a) الجهد الكهربائي في نقطة خارج الكرة.

b) الجهد الكهربائي في نقطة داخل الكرة.

a)عندما r>R:

$$E_r = k\left(\frac{q}{r^2}\right)$$



وللحصول على الجهد الكهربائي عند نقطة خارج الكرة مثل النقطة bنستخدم الصيغة الاتية:

$$V_b = -\int_{\infty}^{r} E_r . dr = -kq\int_{\infty}^{r} \frac{dr}{r^2} = k\left(\frac{q}{r}\right)$$

ويمكن استخدام هذه الصيغة للحصول على الجهد الكهربائي على سطح الكرة (r=R) مثل النقطة c نستخدم الصيغة الاتية:

$$V_c = k\left(\frac{q}{R}\right)$$

b) عندما r<R:

$$E_r = k\left(\frac{q}{R^3}\right)r$$

ويمكن استخدام هذه الصيغة للحصول على فرق الجهد داخل الكرة مثل النقطة d:

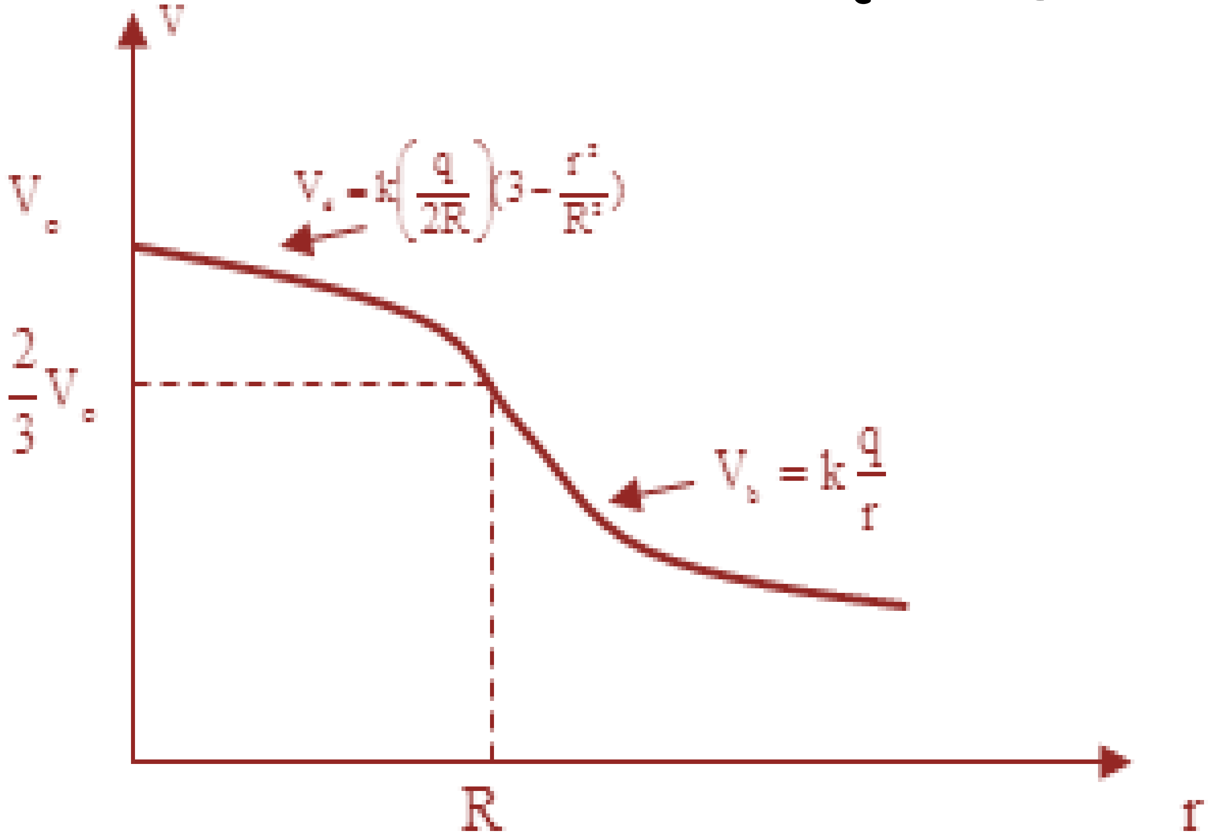
$$V_d - V_c = -\int_R^r E_r dr = -k\left(\frac{q}{R^3}\right)\int_R^r r dr = k\left(\frac{q}{2R^3}\right)(R^2 - r^2)$$

$$V_d = k\left(\frac{q}{2R}\right)(3-\frac{r^2}{R^2})$$

وبالتعويض عن قيمة V_c نجد:

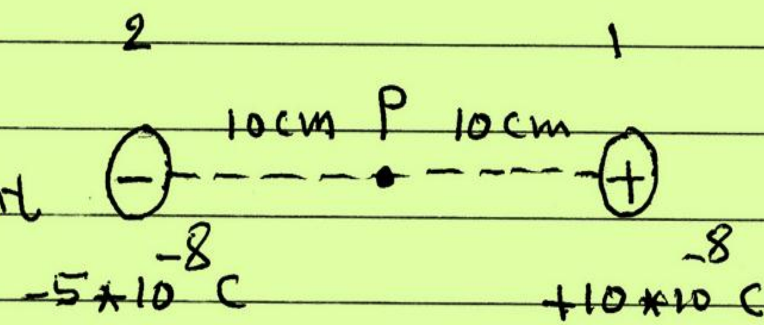
وعند (r=R) تعطي هذه المعادلة الاخيرة نتيجة تتفق مع الجهد عند السطح وهو V_c.

$$V_o = \frac{3}{2}\frac{kq}{R}$$



تمرينات الفصل الرابع صفحة (110)

س: شحنتان نقطيتان مقدارهما $(+10\times10^{-8}\ C)$ و $(-5\times10^{-8}\ C)$ تفصلهما مسافة قدرها (20 cm). جد مقدار الجهد الكهربائي عند منتصف المسافة بينهما.



sol/ $V_p = V_1 + V_2$

$$V_1 = 9\times10^{9}\ \frac{10\times10^{-8}}{10\times10^{-2}} = 9\times10^{3}\ \text{volt}$$

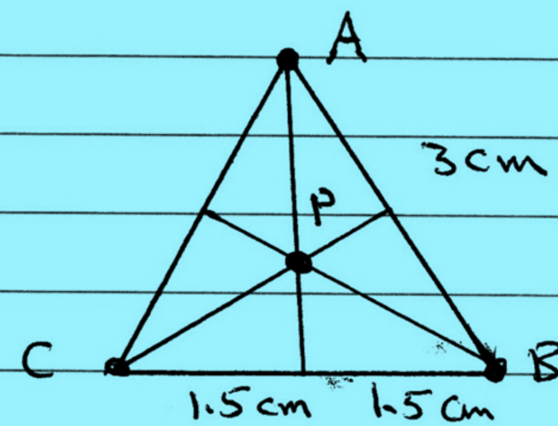
$$V_2 = 9\times10^{9}\ \frac{-5\times10^{-8}}{10\times10^{-2}} = -4.5\times10^{3}\ \text{Volt}$$

$$\therefore\ V_p = 9\times10^{3} - 4.5\times10^{3} = 4.5\times10^{3} = 4500\ \text{volt}$$

س2 : ثلاثة أجسام صغيرة، كل منها تحمل شحنة قدرها $(2*10^{6}C)$.
وضعت على رؤوس مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه (3 cm) .
جد مقدار الجهد الكهربائي في مركز المثلث .

Sol/

المركز يمثل نسبة 2 الى 1
من الرأس الى القاعدة ع التوالي



$$R = \sqrt{3^2 - 1.5^2} = 2.59 \text{ cm}$$

$$r = \frac{2}{3} R = \frac{2}{3} * 2.59$$

$$\therefore r = 1.73 \text{ cm}$$

$$V_p = V_1 + V_2 + V_3 = 9*10^{9}\left[\frac{2*10^{-6}}{1.73*10^{-2}} + \frac{2*10^{-6}}{1.73*10^{-2}} + \frac{2*10^{-6}}{1.73*10^{-2}}\right]$$

$$V_p = 31.2 * 10^{5} \text{ volt}$$

س3: في تجربة مليكان ، أمكن موازنة قطرة الزيت بين اللوحين عندما كانت مقدار شدة المجال الكهربائي $(2.32 \times 10^{5}\ N/C)$ ، أحسب فرق الجهد بين اللوحين ، علماً بأن المسافة بينهما تساوي $(1.6\ cm)$.

sol/ $V = Ed$

$V = 2.32 \times 10^{5} \times 1.6 \times 10^{-2}$

$V = 3.71 \times 10^{3}$ volt

س٤ : أسطوانة معدنية طويلة نصف قطرها (a) ، تحمل شحنة موجبة كثافتها الخطية (λ) موضوعة ع محور أسطوانة معدنية مجوفة نصف قطرها الداخلي (b) ، وتحمل شحنة سالبة مساوية للشحنة الموجبة بين ان فرق الجهد بين الاسطوانتين هو :

$$V_a - V_b = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{b}{a}$$

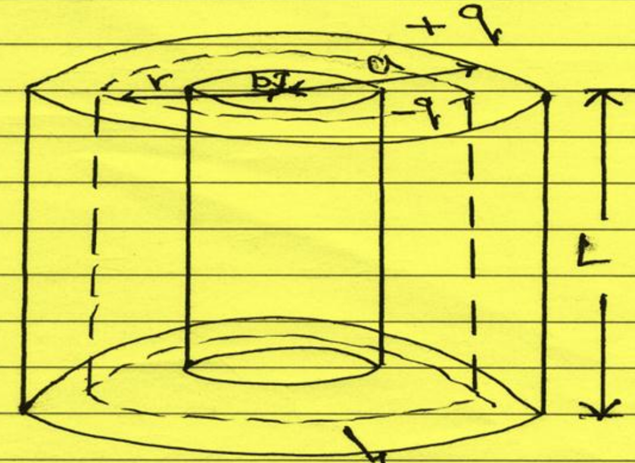
sol/

$$\oint E \cos\theta \, dS = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot S = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot 2\pi r \cancel{L} = \frac{\lambda \cancel{L}}{\epsilon_0}$$

$$\therefore E = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_0}$$



سطح كاوس افتراضي

$$V_a - V_b = -\int_a^b E \cdot dL$$

$$V_a - V_b = \int_a^b E \cdot dr$$

$$V_a - V_b = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \int_a^b \frac{dr}{r}$$

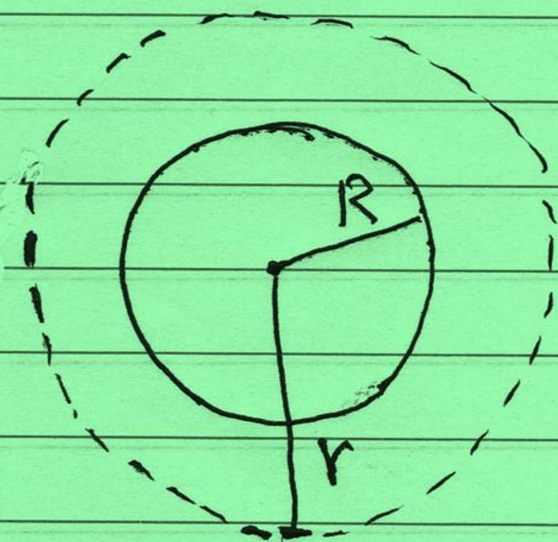
$$\therefore V_a - V_b = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{b}{a}$$

س5 : شحنة موزعة بانتظام خلال كرة عازلة نصف قطرها (R) وبكثافة حجمية ($\rho\ c/cm^3$) أوجد الجهد الكهربائي عند النقاط التي تبعد (r) عن مركز الكرة . عندما تكون

a) $r > R$.

b) $r < R$.

sol/ a) $r > R$



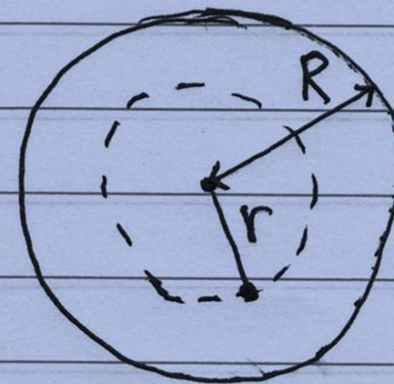
$$\rho = \frac{q}{V} \Rightarrow q = \rho V$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{q}{r}$$

$$V = \frac{1}{\cancel{4}\cancel{\pi}\epsilon_0}\,\frac{\rho}{r}\left(\cancel{4}/3\,\cancel{\pi}\,R^3\right)$$

$$\therefore V = \frac{\rho}{3\epsilon_0}\,\frac{R^3}{r}$$

b) $r < R$



$$V = -\int E\,dr$$

$$V = \frac{-1}{\cancel{4\pi}\epsilon_0}\int_r^R \frac{\rho\left(\cancel{4}/3\,\cancel{\pi}\left(R^3 - r^3\right)\right)}{r^2}\,dr$$

$$V = \frac{-\rho}{3\epsilon_0}\left[\int_r^R \frac{R^3}{r^2}\,dr - \int_r^R r\,dr\right]$$

$$V = -\frac{\rho}{3\epsilon_0}\left(-\frac{R^3}{r}\Bigg|_r^R - \frac{r^2}{2}\Bigg|_r^R\right)$$

$$V = \frac{-\rho}{3\epsilon_0}\left(-R^2 + \frac{R^3}{r} - \frac{R^2}{2} + \frac{r^2}{2}\right)$$

$$q = \rho V$$

$$q = \rho\left(4/3\,\pi R^3 - 4/3\,\pi r^3\right)$$

$$q = \rho\, 4/3\,\pi\left(R^3 - r^3\right)$$

$$V = \frac{-\rho}{3\epsilon_0}\left(\frac{r^2}{2} - \frac{3R^2}{2} + \frac{R^3}{r}\right)$$

$$\Downarrow$$

[illegible]

$$\text{in } V = \frac{\rho}{2\epsilon_0}\left(R^2 - \frac{r^2}{3}\right)$$

س6: اذا علم ان هنالك مجالاً كهربائياً يحيط بالكرة الارضية وان اتجاهه عمودي نحو الاسفل ومقداره (ضمن مدى معين) هو: ($E_y = 300 - 0.01 y$)، اذ تمثل (y) الارتفاع عن سطح الارض، أوجد الجهد الكهربائي على ارتفاع (h) عن السطح. اعتبر الجهد على سطح الارض مساوياً الى صفر

sol/
$$V = -\int_0^h E \, dL$$

$$V = \int_0^h E_y \, dy$$

$$V = \int_0^h (300 - 0.01 y) \, dy$$

$$V = 300y \Big|_0^h - 0.01 \frac{y^2}{2} \Big|_0^h$$

$$V = 300h - \frac{0.01}{2} h^2$$

$$V = 300h - 0.005 h^2$$