

معامل الارتباط البسيط Correlation Coefficient

معامل الارتباط هو مقياس لقوة الارتباط الخطي واتجاه بين قيم متغيرين احصائيين ، وكما في المعادلة ادناه:-

$$r = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

حيث ان x, y هما قيم المتغيرين ، n هو عدد الزوجين من المتغيرات ، ويتم حسابه وفق الخطوات الاتية:-

Calculating a Correlation Coefficient

IN WORDS

1. Find the sum of the x -values.
2. Find the sum of the y -values.
3. Multiply each x -value by its corresponding y -value and find the sum.
4. Square each x -value and find the sum.
5. Square each y -value and find the sum.
6. Use these five sums to calculate the correlation coefficient.

IN SYMBOLS

$$\sum x$$

$$\sum y$$

$$\sum xy$$

$$\sum x^2$$

$$\sum y^2$$

$$r = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

| GDP (trillions of \$), x | CO ₂ emissions (millions of metric tons), y | xy | x^2 | y^2 |
|-------------------------------|--|-----------------------|--------------------|---------------------------|
| 1.6 | 428.2 | 685.12 | 2.56 | 183,355.24 |
| 3.6 | 828.8 | 2983.68 | 12.96 | 686,909.44 |
| 4.9 | 1214.2 | 5949.58 | 24.01 | 1,474,281.64 |
| 1.1 | 444.6 | 489.06 | 1.21 | 197,669.16 |
| 0.9 | 264.0 | 237.6 | 0.81 | 69,696 |
| 2.9 | 415.3 | 1204.37 | 8.41 | 172,474.09 |
| 2.7 | 571.8 | 1543.86 | 7.29 | 326,955.24 |
| 2.3 | 454.9 | 1046.27 | 5.29 | 206,934.01 |
| 1.6 | 358.7 | 573.92 | 2.56 | 128,665.69 |
| 1.5 | 573.5 | 860.25 | 2.25 | 328,902.25 |
| $\sum x = 23.1$ | $\sum y = 5554$ | $\sum xy = 15,573.71$ | $\sum x^2 = 67.35$ | $\sum y^2 = 3,775,842.76$ |

مثال :- عدد المتغيرات $n=10$

$$= \frac{10(15,573.71) - (23.1)(5554)}{\sqrt{10(67.35) - 23.1^2}\sqrt{10(3,775,842.76) - 5554^2}}$$

$$= \frac{27,439.7}{\sqrt{139.89}\sqrt{6,911,511.6}} \approx 0.882.$$

قيمة الارتباط تعني وجود علاقة ارتباط موجبة قوية بين المتغيرين

مثال : جد معامل ارتباط بيرسون لتحصيل الطلبة بحسب عدد ساعات الدراسة اليومية

| Hours Studied | Exam Grade | x ² | y ² | xy |
|---------------|------------|----------------|----------------|------|
| 3 | 86 | 9 | 7396 | 258 |
| 5 | 95 | 25 | 9025 | 475 |
| 4 | 92 | 16 | 8464 | 368 |
| 4 | 83 | 16 | 6889 | 332 |
| 2 | 78 | 4 | 6084 | 156 |
| 3 | 82 | 9 | 6724 | 246 |
| 7 | 88 | 49 | 7744 | 616 |
| 2 | 60 | 4 | 3600 | 120 |
| 3 | 75 | 9 | 5625 | 225 |
| 33 | 739 | 141 | 61551 | 2796 |

$$r = 0.654157$$

SPEARMAN'S RANK CORRELATION معامل ارتباط سبرمان

هو طريقة لقياس معامل الارتباط بين نوعين من المتغيرات ليس لهم صفة قيم رقمية بل

وصف رتبي لها بحسب اهميتها ، او حجمها ، او اهميتها والتي يمكن ترتيبها من 1 الى n من الرتب.

فاذا تم ترتيب المتغيرين x, y بهكذا ترتيب فان قياس علاقة الارتباط بينهما تتم وفق المعادلة الاتية:-

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum D^2}{N(N^2 - 1)}$$

حيث ان يعني الفرق بين القيم الرتبة للمتغيرين المتقابلين و N هو عدد الزوجين من القيم x,y .

طريقة حسابه وفق الاتي:-

1. تثبيت قيم المتغيرين بجدول لمعرفة الموقع الحقيقي لكل متغير من المتغيرين المتقابلين.
2. ترتيب المتغيرين ترتيبا تصاعديا ، كلا على حدة من الاصغر الى الاعلى.
3. اعطاء رقم رتبي لكل عنصر او قيمة من قيم المتغيرين كل على حدة بحسب تسلسلهم في الترتيب. ففي حالة وجود ارقام او قيم تتكرر لاكثر من مرة بنفس القيمة فان الرقم الرتبي لها هو معدل تسلسل الارقام التابعة لهم ، ويعطى هذا المعدل كتسلسل رتبي للقيم المتشابهة في البيانات.
4. ثم العودة الى الجدول الاصلي للبيانات (خطوة 1) واستبداله بجدول آخر بحيث تاخذ كل قيمة في الجدول الاصلي تسلسلها الرتبي من الخطوة 3 .
5. حساب جدول جديد يمثل قيمة D وذلك بطرح القيم الرتبية المتقابلة للمتغيرين وحساب قيمة D²
6. تطبيق معادلة انحدار سبرمان ليجاد قيمة الانحدار بين المتغيرين.

قيم معامل الارتباط بين -1 و 0.0 و +1

- اذا كانت قيمة معامل الارتباط 0.0 يعني لاتوجد أي علاقة ارتباط بين المتغيرين.
- بين 0 – (0.3) او (-0.3) يعني ارتباط ضعيف
- بين 0.3 – 0.7 ارتباط متوسط
- بين 0.7 – 1.0 ارتباط قوي او عالي .
- اذا كانت قيمة الارتباط سالبة تعني علاقة عكسية، واذا كنت موجبة تعني علاقة طردية.

مثال : جد معامل ارتباط سبرمان بين اطوال 12 من الاباء واطوال اولادهم البالغين وكما مبين في الجدول الاتي :-

| | | | | | | | | | | | | |
|---------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Height of father (inches) | 65 | 63 | 67 | 64 | 68 | 62 | 70 | 66 | 68 | 67 | 69 | 71 |
| Height of son (inches) | 68 | 66 | 68 | 65 | 69 | 66 | 68 | 65 | 71 | 67 | 68 | 70 |

الحل :-

1. ترتيب اطوال الاباء ترتيبا تصاعديا وكما ياتي:-

الترتيب التصاعدي: 62 63 64 65 66 67 67 68 68 69 70 71

التسلسل: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

2. بما ان الرتبة السادسة والسابعة اطوالهم متشابه وهي 67 انج ، لذلك فان تسلسلهم الرتبي سيكون كالآتي:-

معدل الرتبة $= \frac{2}{(7+6)} = 6.5$ التي سيتم اعطاءها لهم ، وكذلك الحال بالنسبة

للأطوال 68 في التسلسل الثامن والتاسع :-

معدل الرتبة $= \frac{2}{(9+8)} = 8.5$.

عليه سيكون ترتيب اطوال الاباء الجديد كما ياتي:-

1 2 3 4 5 6.5 6.5 8.5 8.5 10 11 12

3. نفس الطريقة تطبق على اطوال الابناء :-

65 65 66 66 67 68 68 68 68 69 70 71

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

4. اذن التسلسل الرتبي لأطوال الابناء هو الاتي:-

1.5 1.5 3.5 3.5 5 7.5 7.5 7.5 7.5 10 11 12

5. ترتيب الجدول الاصلي بحسب الرتب لكل طول في الجدول الاصلي وكما في الجدول ادناه:-

| | | | | | | | | | | | | |
|----------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|
| Rank of father | 4 | 2 | 6.5 | 3 | 8.5 | 1 | 11 | 5 | 8.5 | 6.5 | 10 | 12 |
| Rank of son | 7.5 | 3.5 | 7.5 | 1.5 | 10 | 3.5 | 7.5 | 1.5 | 12 | 5 | 7.5 | 11 |

6. حساب قيمة الفرق في الرتبة D وتربيعها D^2 للحصول على الجدول ادنها وحساب مجموع مربع D

| | | | | | | | | | | | | | |
|-------|-------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|------|------|------|--------------------|
| D | -3.5 | -1.5 | -1.0 | 1.5 | -1.5 | -2.5 | 3.5 | 3.5 | -3.5 | 1.5 | 2.5 | 1.0 | |
| D^2 | 12.25 | 2.25 | 1.00 | 2.25 | 2.25 | 6.25 | 12.25 | 12.25 | 12.25 | 2.25 | 6.25 | 1.00 | $\sum D^2 = 72.50$ |

7. تطبيق المعادلة بالاعتماد على قيمة D^2 وقيمة N

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum D^2}{N(N^2 - 1)} = 1 - \frac{6(72.50)}{12(12^2 - 1)} = 0.7465$$

مثال : جد معامل ارتباط سبيرمان بين المتغيرين x, y

| | | | | | | | | | | | |
|-----|----|----|----|----|-----|-----|------|----|----|------|-------|
| x: | 23 | 29 | 45 | 36 | 49 | 45 | 30 | 15 | 45 | 38 | |
| y: | 45 | 48 | 16 | 28 | 38 | 21 | 36 | 18 | 31 | 36 | |
| 15 | 23 | 29 | 30 | 36 | 38 | 45 | 45 | 45 | 49 | x: | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 8 | 8 | 10 | | |
| 16 | 18 | 21 | 28 | 31 | 36 | 36 | 38 | 45 | 48 | y: | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6.5 | 6.5 | 8 | 9 | 10 | | |
| | 2 | 3 | 8 | 5 | 10 | 8 | 4 | 1 | 8 | 6 | |
| | 9 | 10 | 1 | 4 | 8 | 3 | 6.5 | 2 | 5 | 6.5 | |
| d= | -7 | -7 | 7 | 1 | 2 | 5 | -2.5 | -1 | 3 | -0.5 | |
| d2= | 49 | 49 | 49 | 1 | 4 | 25 | 6.25 | 1 | 9 | 0.25 | 193.5 |

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum D^2}{N(N^2 - 1)}$$

$$R_s = 1 - (6 * 193.5) / 10 * (10^2 - 1)$$

$$R_s = -0.1727$$