

تحليل التباين (التغاير) Analysis of Variance (ANOVA)

تحليل التباين أحادي الاتجاه هو تقنية اختبار فرضية تستخدم لمقارنة معدلات ثلاثة أو أكثر من المجتمع. عادة ما يتم اختصار تحليل التباين على أنه ANOVA.

للبدء بتطبيق تحليل التباين ، يجب تثبيت فرضية العدم والفرضية البديلة هي:-
 H_0 : كل معدلات المجتمع هي متساوية (فرضية العدم).

H_a : على الأقل واحد من المعدلات مختلف عن الآخرين (الفرضية البديلة).
 في اختبار تحليل التباين أحادي الاتجاه ، يجب أن تكون الشروط التالية صحيحة.

1. يجب اختيار كل عينة عشوائياً من مجموعة طبيعية أو عادية تقريباً.
2. يجب أن تكون العينات مستقلة عن بعضها البعض.
3. يجب أن يكون لكل مجموعة نفس التباين same variance .

الاختبار الاحصائي لتحليل التباين هو اختبار للنسبة بين التباين بين العينات مقسومة على التباين داخل العينات ويكتب كالاتي :-

$$F = \frac{MS_B}{MS_W}$$

1. حساب F- test .

2. حساب درجة الحرية :

- حيث ان k يساوي عدد العينات .

- N يساوي مجموع حجوم العينات .

3. عندما تكون قيمة F قريبة من الواحد (1) يجب قبول فرضية العدم.

4. اما اذا كانت اكبر من واحد (1) فيجب قبول الفرضية البديلة.

عموما اذا كانت قيمة F اكبر من القيمة الحرجة فيجب قبول الفرضية البديلة ورفض فرضية العدم.

5. الحل يكون وفق

خطوات الجدول :

ملاحظة : يجب الانتباه

الى ان قيمة x في

خطوة 1 عي تابعة

لعينة واحدة.

في حين في خطوة 2

قيمة X لمجموع العينات

Finding the Test Statistic for a One-Way ANOVA Test

IN WORDS

1. Find the mean and variance of each sample.
2. Find the mean of all entries in all samples (the grand mean).
3. Find the sum of squares between the samples.
4. Find the sum of squares within the samples.
5. Find the variance between the samples.
6. Find the variance within the samples.
7. Find the test statistic.

IN SYMBOLS

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}, s^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}$$

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum x}{N}$$

$$SS_B = \sum n_i (\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})^2$$

$$SS_W = \sum (n_i - 1) s_i^2$$

$$MS_B = \frac{SS_B}{d.f.N} = \frac{\sum n_i (\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})^2}{k - 1}$$

$$MS_W = \frac{SS_W}{d.f.D} = \frac{\sum (n_i - 1) s_i^2}{N - k}$$

$$F = \frac{MS_B}{MS_W}$$

حيث ان SSB يمثل مجموع التربيعات بين العينات و كما في المعادلة:-

$$SS_B = n_1(\bar{x}_1 - \bar{\bar{x}})^2 + n_2(\bar{x}_2 - \bar{\bar{x}})^2 + \dots + n_k(\bar{x}_k - \bar{\bar{x}})^2$$

$$= \sum n_i(\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})^2$$

في حين ان SSW يمثل مجموع التربيعات في داخل العينات و كما في المعادلة:-

$$SS_W = (n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2 + \dots + (n_k - 1)s_k^2$$

$$= \sum (n_i - 1)s_i^2$$

6. خطوات حل تحليل التباين ANOVA

Performing a One-Way Analysis of Variance Test

IN WORDS

1. Identify the claim. State the null and alternative hypotheses.
2. Specify the level of significance.
3. Determine the degrees of freedom.
4. Determine the critical value.
5. Determine the rejection region.
6. Find the test statistic and sketch the sampling distribution.
7. Make a decision to reject or fail to reject the null hypothesis.
8. Interpret the decision in the context of the original claim.

IN SYMBOLS

State H_0 and H_a .

Identify α .

$$d.f._N = k - 1$$

$$d.f._D = N - k$$

Use Table 7 in Appendix B.

$$F = \frac{MS_B}{MS_W}$$

If F is in the rejection region, reject H_0 . Otherwise, fail to reject H_0 .

Variation	Sum of squares	Degrees of freedom	Mean squares	F
Between	SS_B	$d.f._N$	$MS_B = \frac{SS_B}{d.f._N}$	$\frac{MS_B}{MS_W}$
Within	SS_W	$d.f._D$	$MS_W = \frac{SS_W}{d.f._D}$	

7. تلخص نتائج تحليل التباين وفق الجدول الاتي:

مثال :- يروم باحث في مجال الطب تحديد هل هناك اختلاف في معدل طول الوقت لفاعلية دواء لازالة الصداع باعتماد ثلاثة انواع من الادوية، اذ تم اختيار عدد من المرضى بالصداع واعطي لكل واح منهم نوع من العلاجات الثلاثة ، حيث يقوم كل مريض بحساب الوقت بالدقائق منذ تناول العلاج لحين الاحساس بالتحسن وكانت النتائج كما مبينة في الجدول ادناه.
 باعتماد مستوى اهمية $\alpha = 0.01$ ، هل بالامكان الاستنتاج بان احد الادوية له معدل وقت يختلف عن الادوية الثلاثة الاخرى.

Medication 1	Medication 2	Medication 3
12	16	14
15	14	17
17	21	20
12	15	15
	19	
$n_1 = 4$	$n_2 = 5$	$n_3 = 4$
$\bar{x}_1 = \frac{56}{4} = 14$	$\bar{x}_2 = \frac{85}{5} = 17$	$\bar{x}_3 = \frac{66}{4} = 16.5$
$s_1^2 = 6$	$s_2^2 = 8.5$	$s_3^2 = 7$

الحل :

1. فرضية العدم تقول ان جميع المعدلات لازمة العلاج متساوية.

الفرضية البديلة تقول ان واحد من الادوية سيختلف في معدل زمن التأثير.

2. عدد العينات $k = 3$.

لذلك $d.f.N = k-1 = 3-1 = 2$

مجموع حجوم العينات $N = n_1+n_2+n_3 = 13 = 4+5+4$ ، لذلك

$d.f.D = N-k = 13-3 = 10$ وقيمة مستوى الاهمية $\alpha = 0.01$ لذلك فان القيمة الحرجة المستخرجة من

الجدول $F_0 = 7.56$

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum x}{N} = \frac{56 + 85 + 66}{13} \approx 15.92$$

$$MS_B = \frac{SS_B}{d.f.N} = \frac{\sum n_i(\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})^2}{k - 1}$$

$$\approx \frac{4(14 - 15.92)^2 + 5(17 - 15.92)^2 + 4(16.5 - 15.92)^2}{3 - 1}$$

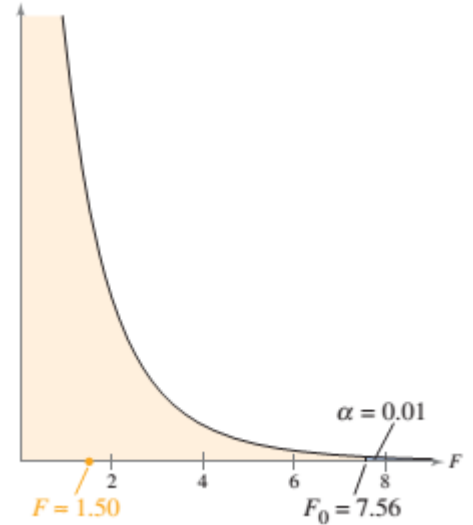
$$= \frac{21.9232}{2} = 10.9616$$

$$MS_W = \frac{SS_W}{d.f.D} = \frac{\sum (n_i - 1)s_i^2}{N - k}$$

$$= \frac{(4 - 1)(6) + (5 - 1)(8.5) + (4 - 1)(7)}{13 - 3} = \frac{73}{10} = 7.3$$

Using $MS_B \approx 10.9616$ and $MS_W = 7.3$, the test statistic is

$$F = \frac{MS_B}{MS_W} \approx \frac{10.9616}{7.3} \approx 1.50.$$



التفسير بما ان قيمة $F = 1.5$ وهي اقل من القيمة الجدولية $F_0 = 7.56$ لذلك لايمكن رفض فرضية العدم ، ولايوجد أي نوع من الادوية يختلف في معدل زمن التأثير على الادوية الاخرى.

Variation	Sum of squares	Degrees of freedom	Mean squares	F
Between	21.9232	2	10.9616	1.50
Within	73	10	7.3	

جدول يبين خلاصة تحليل التباين

