الفصل السادس

نماذج التخصيص أو التعيين

يعد أسلوب التخصيص واحد من أساليب بحوث العمليات التي تحل بموجبها الكثير من المشاكل في الحياة العملية، وتهدف إلى اختيار أفضل تخصيص يؤدي إلى الوصول إلى الأدنى من التكاليف وفي نفس الوقت تعد من الحالات الخاصة لنماذج النقل.

وان كفاءة التخصيص هي إحدى معايير الإدارة العليا لما لها من أثار على تحقيق أهداف الشركة بأقل التكاليف ولهذا تعتبر مشكلة التخصيص حالة خاصة من مشاكل البرمجة الخطية التي تتعلق بتحديد أفضل توزيع كتوزيع المدراء على المشاريع أو الباعة على المناطق الجغرافية المحلية أو العقود على المتعهدين أو الأعمال على الآلات أو تخصيص المحامين على الزبائن وغيرها.

I- مفهوم وشروط مشكلة التخصيص:

تعرف مشكلة التخصيص بأنها وسيلة تساهم في تحقيق الاستخدام الأمثل للموارد المتاحة بهدف تحقيق أقصى العوائد أو تخفيض التكاليف إلى أدنى مستوى ممكن، وتعد مشكلة التخصيص من مشاكل التوزيع السهلة المعالجة والمقيدة في الوقت إذا تعود بساطة استخدامها إلى شروطها التي تقتضي وجود عدد من العمليات (أعمال، أفراد،...) بهدف توزيعها على التسهيلات المتاحة بحيث تخصص عملية واحدة لكل نوع من التسهيلات (الإمكانات المتاحة كالمكائن مثلاً)[1].

إن بساطة استخدامها تعود بالدرجة الرئيسة إلى شروط تطبيقها وهي[2]:

- تساوي عدد الأشخاص مع عدد العمليات أو الوظائف المطلوب إنجازها؛
- الوسيلة المتوفرة (عامل، الآلة) تؤدي عمل واحد، وعدم السماح لها بالقيام بأكثر من ذلك؛
- كلفة انجاز كل مهمة من قبل كل وسيلة من الوسائل معروفة ومحددة مسبقا؛
- تحقق شرط عم السلبية، حيث يفترض عدم وجود قيم سالبة.

إن مجالات تطبيق نموذج التخصيص في الحياة العملية كثيرة ومن أهمها[3]:

- تخصيص المدراء للمشاريع؛
- تخصيص مندوبي البيع إلى المناطق البيعية المختلفة؛
- تخصيص الأعمال للمكائن أو الخطوط الإنتاجية؛
- تخصيص المحاسبين للشركات في مكاتب التدقيق والمحاسبة؛
- توزيع العقود على المتعهدين أو المقاولين؛
- تخصيص وسائل نقل معينة لنقل السلع من مكان لأخر.

[1] . محمد عبد العال النعيمي، رفاه شهاب الحمداني، احمد شهاب الحمداني، مرجع سابق، ص 12.

[2]. منعم زمزير الموسوي، مرجع سابق، ص 269.

[3]. صالح مهدي محسن العامري، عواطف ابراهيم الحداد، ص 281.

وهناك تطبيقات أخرى كثيرة لهذا الأسلوب منشورة في المجلات المتخصصة في بحوث العمليات ثم تقديم حلول لبعض المشاكل المستعصية من خلالها.

II- طرق حل مشاكل التخصيص (التعيين):

هناك طريقتان رئيسيتان لحل مشاكل التخصيص وهما:

- ✓ طريقة التوافيق المختلفة (العد الكامل)؛
- ✓ طريقة الحل المباشر (المختصر) أو الطريقة الهنكارية.

II-1- طريقة التوافيق المختلفة (العد الكامل):

تعتبر هذه الطريقة من ابسط الطرق المستخدمة في حل مشاكل التخصيص وتعتمد على تعداد جميع بدائل التخصيص المحتملة ثم نختار التخصيص الذي يعطي اقل تكاليف خدمة ممكنة.

إن عدد البدائل المحتملة لكل مشكلة تخصيص تساوي العاملي (Factorial) عدد الصفوف أو عدد الأعمدة، فإذا كان عدد الصفوف يساوي 3 مثلاً فإن: (3!= 3x2x1=6) أي إن هناك 6 بدائل محتملة لعملية التخصيص.

مثال رقم (01): يقوم معمل للخياطة بعمليتين هما التفصيل والخياطة ،فإذا كانت البيانات التالية تمثل الوقت المستغرق للأداء في القسمين من قبل عاملين كالأتي :

المهام / العاملون	الوقت المستغرق / بالدقائق	
	تفصيل	خياطة
خالد	6	5
علي	8	10

المطلوب : تخصيص كل عامل للقيام مهمة معينة، بحيث يؤدي ذلك إلى تقليل الوقت اللازم لإنجاز تلك المهام.

الحل: إن الاحتمالين الخاصين بتحقيق الهدف هما (2!= 2x1=2) ويمكن تمثيل هذين الاحتمالين كالآتي:

الاحتمالات	العاملون		التكلفة بالدقائق
	تفصيل	خياطة	
الأول	خالد	علي	6+10=16
الثاني	علي	خالد	8+5=13

إذن يعتبر البديل الثاني هو الأفضل لإنجاز المهمتين بأقل التكاليف.

مثال رقم (02): إذا توفر لدينا ثلاثة أجهزة لإنجاز ثلاثة وظائف مختلفة وأعطيت لنا المعلومات الواردة في الجدول الآتي عن تكاليف إنجاز هذه الوظائف على هذه الأجهزة المطلوب استخدام طريقة العد الكامل لتحديد أفضل تخصيص لتقليل التكاليف:

الأجهزة	الوظائف		
	1	2	3
A	19	11	17
B	13	7	11
C	11	5	13

الحل: تجري عملية التخصيص على وفق طريقة التوافيق المختلفة وذلك بتسجيل جميع البدائل الممكنة مع التكاليف المقابلة لكل بديل، بما ان عدد الصفوف يساوي (3) فإن: (3!= 3x2x1=6) أي إن هناك 6 بدائل محتملة لعملية التخصيص.

البدائل	الأجهزة			التكاليف الإجمالية
	A	B	C	
الأول	1	2	3	19+7+13=39
الثاني	1	3	2	19+5+11=35
الثالث	2	1	3	11+13+13=37
الرابع	2	3	1	11+11+11=33
الخامس	3	1	2	17+13+5=35
السادس	3	2	1	17+7+11=35

يتضح من الجدول أعلاه أن جميع البدائل قد تم حسابها وأن البديل الأفضل هو الرابع أي أن يخصص الجهاز (A) لإنجاز الوظيفة الثانية و الجهاز (B) للوظيفة الثالثة والجهاز (C) للوظيفة الأولى لأن هذا الترتيب سيجعل من الكلفة الإجمالية (33 وحدة نقدية).

إن من أبرز عيوب طريقة التوافيق المختلفة أنها تستخدم فقط لإيجاد الحل الأمثل في حالة المسائل ذات المتغيرات قليلة العدد فتصبح غير كفؤة في حالة المسائل الكبيرة ذات المتغيرات الأربعة وما فوق، لهذا السبب تم تطوير أسلوب أكثر كفاءة في إيجاد الحل الأمثل على يد الرياضي المجري (د.كوينج) الذي بني نموذجها وعرفت بالطريقة الهنكارية والتي تتميز بقدرتها على التعامل مع المشاكل ذات المتغيرات الكثيرة [1].

II-2- طريقة الحل المباشر (المختصرة) أو الطريقة الهنكارية:

تعتمد إجراءات الحل وفق هذه الطريقة على ما يسمى (المصفوفة المتناقصة)، والتي تستلزم طرح وإضافة أرقام ملائمة من هذه المصفوفة، ومن خلالها نستطيع أن نحقق الحل الأمثل، وتعتمد خطوات الوصول إلى الحل الأمثل على هدف مشكلة التخصيص حيث تختلف تلك الخطوات في حالة الوصول إلى أدنى كلفة عما هي عليه في حالة الوصول إلى أقصى الإيرادات.هناك شرطين ينبغي تحقيقهما وهما:

- **الشرط الأول:** تحقيق صفر واحد في كل صف وصفر وحدا على الأقل في كل عمود؛

[1]. اكرم محمد عرفان المهتدي؛ مرجع سابق، ص 161.

- **الشرط الثاني:** سحب المستقيمات على الأصفار بمعنى تغطية الأصفار بمستقيمات، ابتداء من أكبر عدد من الأصفار ثم التدرج إلى أقل عدد من الأصفار ويجب أن يكون عدد المستقيمات المسحوبة على الأصفار مساوياً لعدد الصفوف والأعمدة.

أولا : تحقيق أدنى كلفة

وتتميز هذه الطريقة بأنها تتكون من عدد من الخطوات المتسلسلة التي تكفل الوصول إلى الحل الأمثل، وهذه الخطوات لمشاكل التخفيض هي[1]:

1. ترتيب المعلومات في مصفوفة؛
2. التأكد من موازنة المصفوفة (عدد الصفوف يساوي عدد الأسطر)؛
3. نطرح أقل قيمة في كل صف من باقي قيم ذلك الصف في المصفوفة؛
4. نطرح أقل قيمة في كل عمود من باقي قيم ذلك العمود في المصفوفة، ولابد من تحقيق صفر واحد على الأقل في كل عمود وفي كل صف وهو الشرط الأول؛
5. تغطية الأصفار بمستقيمات ابتداء من أكبر عدد من الأصفار ثم التدرج إلى الأقل، ويجب أن يكون عدد المستقيمات المسحوبة على الأصفار مساوي لعدد الصفوف أو الأعمدة وهذا يمثل الشرط الثاني؛ ونكون قد وصلنا إلى الحل الأمثل؛ ونقوم بعملية التعين أو التخصيص وذلك بأن نأخذ الأصفار الواقعة على نقاط التقاء الصفوف والأعمدة ونجري التعيينات على أساس واحد إلى واحد والقصد من أخذ الأصفار في هذه الحالة، هو لأنها تمثل أصلاً اقل التكاليف؛
6. إذا كان عدد المستقيمات المغطية للأصفار أقل من عدد الصفوف أو الأعمدة، فهذا يعني عدم الوصول إلى الحل الأمثل، أي أننا لا نستطيع القيام بكافة التعيينات، ومن أجل الاستمرار بالحل فإننا نقوم بتطوير الحل أي طرح أصغر قيمة (باستثناء الصفر) من كل القيم غير المغطاة بمستقيمات من بقية القيم غير المغطاة وفي نفس الوقت إضافة هذه القيمة التي طرحتها إلى نقاط تقاطع المستقيمات، أما القيم المغطاة فتدرج كما هي في الجدول الجديد وتتم العملية باستمرار إلى أن تحقق الحل الأمثل،
7. وضع سياسة التخصيص ثم حساب مجموع التكاليف.

مثال رقم (03): ترغب إحدى الشركات بتخصيص أربعة أوامر عمل إلى أربعة مجاميع من العاملين بحيث يكون وقت الإنجاز الكلي (بالساعة) اقل ما يمكن علما أن الوقت اللازم لإنجاز كل أمر عمل من قبل كل مجموعة من المجاميع الأربعة موضحة في الجدول أدناه والمطلوب: إجراء عملية التخصيص اللازمة بطريقة الحل المباشر:

[1]. جهاد صياح بني هاني، نازم محمود الملكاوي، فالح عبد القادر الحوري، ص ص: 222 – 223.

أوامر العمل / مجاميع العمل	أمر A	أمر B	أمر C	أمر D
مجموعة 1	5	7	9	10
مجموعة 2	12	8	5	6
مجموعة 3	6	9	11	9
مجموعة 4	7	13	8	6

الحل:

تحديد أصغر قيمة في كل صف وطرحها من بقية القيم الصف:

5	7	9	10
12	8	5	6
6	9	11	9
7	13	8	6

وتصبح المصفوفة كما يلي:

0	2	4	5
7	3	0	1
0	3	5	3
1	7	2	0

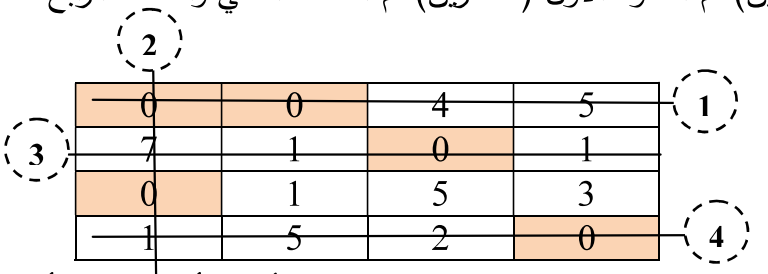
تحديد أصغر قيمة في كل عمود وطرحها من بقية القيم العمود:

0	2	4	5
7	3	0	1
0	3	5	3
1	7	2	0

وتصبح المصفوفة كما يلي:

0	0	4	5
7	1	0	1
0	1	5	3
1	5	2	0

الآن نجد أن هناك على الأقل صفر واحد في كل صف وكل عمود وعليه الشرط الأول محقق، يمكن اختبار الحل بتغطية هذه الأصفار بمستقيمات، هنا يمكن تغطية الاصفار جميعها بأربعة مستقيمات مبتدئين أولا بالصف الأول (صفرين) ثم العمود الأول (صفرين) ثم الصف الثاني والصف الرابع كما في الآتي:



إذن تحقق الشرط الثاني عدد المستقيمات تساوي عدد الأعمدة أو الصفوف أي تحقق الحل الأمثل ومنه يمكن الآن إجراء عملية التخصيص وكالآتي:

مجموعة العمل	أمر				أمر العمل	زمن الانجاز
مجموعة 1	~~A~~	B			B	7
مجموعة 2			C		C	5
مجموعة 3	A				A	6
مجموعة 4				D	D	6
مجموع التكاليف						24 ساعة

إن أجراء عملية التخصيص ونبدأ بالصف أو العمود الذي فيه صفر واحد لذا نضع مربع على الموجود في الصف الثاني وهذا يعني تخصيص أمر العمل (C) إلى مجموعة العمل الثانية، وبما أنه لا يوجد صفر أخر في العمود (C) فإننا ننتقل إلى الصف الثالث ونضع مربع على الصفر الوحيد فيه ولكن هنا يجب أن نشطب الصفر الموجود في نفس العمود (بالصف الأول) دلالة على أنه لا يمكن تخصيص أمر العمل (A) إلى المجموعة الأولى لأنها قد خصصت للمجموعة الثالثة، ثم ننتقل إلى الصف الرابع ونضع مربع على الصفر الوحيد فيه أي تخصيص أمر العمل (D) إلى المجموعة الرابعة وكذا الأمر مع الصفر الباقي في الصف الأول أي أنه سوف يخصص أمر العمل (B) للمجموعة الأولى ، وإن الوقت الكلي اللازم لانجاز العمل سيكون 24 ساعة.

ثانيا: تحقيق أقصى عائد

لا تختلف خطوات الحل عندما يكون الهدف تحقيق أقصى عائد (إيراد)عن خطوات الحل حينما يكون الهدف تقليل التكاليف، إلا عند البدء بالحل، حيث يتم بموجب هذه الهدف طرح كل القيم (العوائد) في مصفوفة العوائد من أكبر قيمة في المصفوفة كلها فنحصل على مصفوفة تكاليف ومن ثم يتم إتباع نفس الخطوات السابقة التي تم تطبيقها في حالة التكاليف وصولاً إلى الحل الأمثل[1].

مثال رقم (04): مؤسسة تجارية ترغب في تعيين عدد من العمال لإنجاز عدد من الوظائف، فإذا كان عدد العمال أربعة وكانت الأرباح الناتجة عن قيام العمال بالوظائف هي كالتالي:

العمال / الوظائف	1	2	3	4
A	6	15	4	5
B	9	7	6	1
C	5	11	1	7
D	14	18	9	10

المطلوب: إيجاد الحل بطريقة الحل المباشر لمسألة الأرباح.

الحل: لأن المسألة تعظيم الأرباح، لذا يتم طرح جميع الأرقام من أعلى رقم في الجدول وهو (18) لتصبح مسألة التكاليف وإتباع الخطوات السابقة في حالة التدنئة:

[1]. فتحي خليل حمدان ، رشيق رفيق مرعي ، مرجع سابق، ص 168.

12	3	14	13
9	11	12	17
13	7	17	11
4	0	9	8

طرح أقل قيمة في كل صف لا يوجد به صفر وطرحها من بقية القيم الصف:

12	3	14	13
9	11	12	17
13	7	17	11
4	0	9	8

وتصبح المصفوفة كما يلي:

9	0	11	10
0	2	3	8
6	0	10	4
4	0	9	8

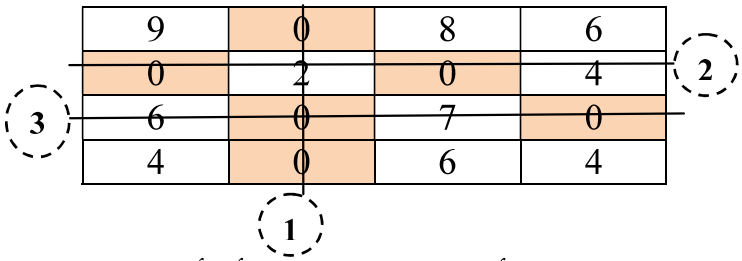
طرح أصغر قيمة في كل عمود لا يوجد به صفر وطرحها من بقية القيم العمود:

9	0	11	10
0	2	3	8
6	0	10	4
4	0	9	8

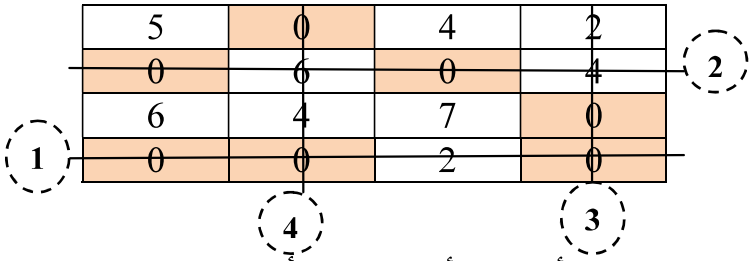
وتصبح المصفوفة كما يلي:

9	0	8	6
0	2	0	4
6	0	7	0
4	0	6	4

نغطي كل صف و كل عمود يحتوي على صفر بأقل عدد من المستقيمات:



بما أن عدد المستقيمات المسحوبة أقل من عدد صفوف أو أعمدة المصفوفة، لذا الشرط الثاني غير محقق لذلك لا بد من تطوير الحل، وذلك باختيار أقل قيمة من القيم غير مغطاة وهي (4) وطرحها من باقي القيم الغير مغطاة ونظيف هذه القيمة إلى نقطة التقاطع المستقيمات، وتصبح المصفوفة كالآتي:



وهنا عدد المستقيمات المسحوبة على الأسطر والأعمدة تساوي أربعة ومنه الشرط الثاني محقق وعليه الجدول أعلاه جدول حل أمثل ومنه يمكن قيام بسياسة التخصيص كالآتي:

العمال	الوضائف				الوظيفة	الربح
A		2			**2**	15
B	~~1~~		3		**3**	6
C				4	**4**	7
D	1	~~2~~		~~4~~	**1**	14
مجموع الأرباح						42

III- حالات خاصة في مشاكل التخصيص:

هناك عدد من الحالات الخاصة في مشاكل التخصيص وهي:

III-1- عدم تساوي الصفوف والأعمدة:

لا يتحققا أحيانا شرط أساسي من شروط التخصيص وهو ضروري تساوي الصفوف والأعمدة، لذلك يتم اللجوء في هذه الحالة إلى إضافة صف أو عمود وهمي إلى جهة النقص بقيمة الصفر سواء أكان الهدف تخفيض أدنى كلفة أو أقصى عائد.

مثال رقم (05): تنوي شركة مقاولات إنشاء أربعة مشاريع إسكانية في أربعة مناطق مختلفة، فإذا كان لدى الشركة ثلاث وسائل لحفر وتسوية هذه الأرضي، فإذا كان تقدير الشركة لتكاليف إنجاز هذه المهام بالآلاف الدنانير هي كما في الجدول التالي:

المشاريع / الوسائل	المدينة 1	المدينة 2	المدينة 3	المدينة 4
A	9	12	8	11
B	16	5	18	9
C	7	4	9	20

المطلوب: إيجاد أفضل تخصيص يحقق أقل تكاليف بطريقة الهنكارية

الحل: نلاحظ في هذا المثال بأن عدد الوسائل أقل من المهام وهذا يعني ضرورة استحداث صف وهمي لموازنة مشكلة التخصيص كما يلي:

المشاريع / الوسائل	المدينة 1	المدينة 2	المدينة 3	المدينة 4
A	9	12	8	11
B	16	5	18	9
C	7	4	9	20
D وهمي	0	0	0	0

طرح أقل قيمة في كل صف لا يوجد به صفر وطرحها من بقية القيم الصف:

9	12	8	11
16	5	18	9
7	4	9	20
0	0	0	0

وتصبح المصفوفة كما يلي:

1	4	0	3
11	0	13	4
3	0	5	16
0	0	0	0

لا يتم طرح أقل قيمة في كل عمود لأنها تساوي صفر، إختبار مثالية الحل بتغطية جميع الأصفار بأقل عدد من الخطوط المستقيمة.

1	4	0	3	3
11	0	13	4	
3	0	5	16	
0	0	0	0	1
2				

بما أن عدد المستقيمات المسحوبة أقل من عدد صفوف أو أعمدة المصفوفة، لذا الشرط الثاني غير محقق لذلك لا بد من تطوير الحل، وذلك باختيار أقل قيمة من القيم غير مغطاة وهي (3) وطرحها من باقي القيم الغير مغطاة ونظيف هذه القيمة إلى نقطة التقاطع المستقيمات، وتصبح المصفوفة كالآتي:

1	7	0	3	4
8	0	10	1	
2	0	0	2	13
0	3	0	0	1
	3			

وهنا عدد المستقيمات المسحوبة على الأسطر والأعمدة تساوي أربعة ومنه الشرط الثاني محقق وعليه الجدول أعلاه جدول حل أمثل ومنه يمكن قيام بسياسة التخصيص كالآتي:

الوسائل	المشاريع				الوظيفة	الكلفة
A			3م		3م	8
B		2م			2م	5
C	1م	2م			1م	7
D وهمي	1م		3م	4م	4م	0
مجموع التكاليف						20

III-2- تعدد الحلول المثلى:

قد تكون هناك بعض المشاكل التي ينجم عن حلها وجد أكثر من حل أمثل واحد أي أكثر من حل بديل له نفس الكلفة الكلية وهذا يعني مرونة عالية لدى متخذ القرار للإختيار والمناورة بالموارد المتاحة، وتحصل هذه الحالة عندما يكون بالإمكان تأشير أكثر من قيمة صفرية في نفس الوقت أو بعبارة أخرى تخصيص أكثر من وسيلة لمهمة واحدة .

مثال رقم (06): حل مشكلة التخصيص التالية بحيث تكون الكلفة الكلية أقل ما يمكن (التكاليف بالآلاف الوحدات النقدية) بطريقة الهنكارية .

المهمات / الوسائل	1	2	3	4
A	10	15	16	18
B	14	13	16	10
C	11	9	8	18
D	13	13	11	9

المطلوب: إيجاد أفضل تخصيص يحقق أقل تكاليف بطريقة الهنكارية

طرح أقل قيمة في كل صف لا يوجد به صفر وطرحها من بقية القيم الصف:

10	15	16	18
14	13	16	10
11	9	8	18
13	13	11	9

وتصبح المصفوفة كما يلي:

0	5	6	8
4	3	6	0
3	1	0	10
4	4	2	0

طرح أصغر قيمة في كل عمود لا يوجد به صفر وطرحها من بقية القيم العمود:

0	5	6	8
4	3	6	0
3	1	0	10
4	4	2	0

وتصبح المصفوفة كما يلي:

0	4	6	8
4	2	6	0
3	0	0	10
4	3	2	0

نغطي كل صف و كل عمود يحتوي على صفر بأقل عدد من المستقيمات:

	0	4	6	8
1	4	2	6	0
	3	0	0	10
	4	3	2	0
				2

3

بما أن عدد المستقيمات المسحوبة أقل من عدد صفوف أو أعمدة المصفوفة، لذا الشرط الثاني غير محقق لذلك لا بد من تطوير الحل، وذلك باختيار أقل قيمة من القيم غير مغطاة وهي (2) وطرحها من باقي القيم الغير مغطاة ونظيف هذه القيمة إلى نقطة لتقاطع المستقيمات، وتصبح المصفوفة كالآتي:

1	0	4	6	10
	2	0	4	0
	3	0	0	12
3	2	1	0	0

4 2

وهنا عدد المستقيمات المسحوبة على الأسطر والأعمدة تساوي أربعة ومنه الشرط الثاني محقق وعليه الجدول أعلاه جدول حل أمثل ومنه يمكن القيام بسياسة التخصيص كالآتي:

الوسائل	المهمات				الحل الأمثل الأول	الكلفة	الحل الأمثل البديل	الكلفة
A	1				**1**	10	**1**	10
B		2		4	**2**	13	**4**	10
C		2	3		**3**	8	**2**	9
D			3	4	**4**	9	**3**	11
مجموع التكاليف						40		40

يتم اختيار أحد البدائل الاثنين ، إذا أن مجموع التكاليف للبدلين متساوي وهو **(40)**.

IV- طرق أخرى لحل مشكلة التخصيص:

هناك طريقتان لحل مشاكل التخصيص وهما:

IV-1- طريقة النقل:

في هذه الطريقة تعامل مشكلة التخصيص على أنها مشكلة نقل، وتعتبر قيم العرض والطلب جميعها مساوية إلى واحد، نجد الحل الابتدائي بأحد الطرق الثلاث المعروضة في الفصل السابق ثم نجد الحل الأمثل[1].

مثال رقم (07): في جدول التخصيص الآتي استخدم طريقة النقل في إيجاد اقل التكاليف.

العمال / الآلات	1	2	3
A	9	13	7
B	14	14	6
C	10	13	8

[1]. دلال صادق الجواد، حميد ناصر الفتال، مرجع سابق، ص 189.

الحل: باستخدام أقل التكاليف وهي القريبة من الحل الأمثل نجد:

الآلات / العمال	1	2	3	العرض
A	9 1	13	7	1
B	14	14	6 1	1
C	10	13 **1**	8	1
الطلب	**1**	**1**	**1**	**3 /3**

ومنه أفضل تخصيص هو (A) في الآلة: 1 و(B) في الآلة: 3 و(C) في الآلة: 2 ، والكلفة الإجمالية هي 28 =1(9)+1(6)+1(13)

IV-2- طريقة البرمجة الخطية:

لتوضح مشكلة التخصيص على وفق أسلوب البرمجة الخطية نعتمد التالي:

مثال رقم (08): الوقت الذي يحتاجه المهندس في صيانة محطة عمل

المحطة / المهندس	1	2	3	العرض
A	8	10	7	1
B	3	8	5	1
C	10	12	11	1
الطلب	1	1	1	3/3

فإذا كانت (X_{ij}) تمثل تخصيص المهندس (i) للمحطة (j) فإن نموذج البرمجة الخطية يكون بالشكل الآتي:

$$Min(z) = 8x_{11} + 10x_{12} + 7x_{13} + 3x_{21} + 8x_{22} + 5x_{23} + 10x_{31} + 12x_{32} + 11x_{33}$$

$$s/c$$

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} = 1 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} = 1 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} = 1 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} = 1 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 1 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 1 \end{cases}$$

$$x_{ij} \geq 0$$

ويمكن إيجاد الحل الأمثل لهذا النموذج بإستخدام طريقة السمبليكس.

V- تمارين محلولة

التمرين الأول: ترغب إدارة شركة لخدمات الصيانة في تخصيص أربعة عمال مدربين للعمل على أربعة ألآت معينة، وأن تكاليف اشتغال العمال على الآلات المذكورة هي كما يلي:

الآلات / العمال	A	B	C	D
علاء	5	7	9	6
ماهر	14	13	10	4
محمد	15	11	12	5
أحمد	10	17	9	11

حل التمرين الأول:

تحديد أصغر قيمة في كل صف وطرحها من بقية القيم الصف:

5	7	9	6
14	13	10	4
15	11	12	5
10	17	9	11

وتصبح المصفوفة كما يلي:

0	2	4	1
10	9	6	0
10	6	7	0
1	8	0	2

تحديد أصغر قيمة في كل عمود وطرحها من بقية قيم العمود:

0	2	4	1
10	9	6	0
10	6	7	0
1	8	0	2

وتصبح المصفوفة كما يلي:

0	0	4	1
10	7	6	0
10	4	7	0
1	6	0	2

الآن نجد أن هناك على الأقل صفر واحد في كل صف وكل عمود وعليه الشرط الأول محقق، يمكن اختبار الحل بتغطية هذه الأصفار بمستقيمات.

0	0	4	1	1
10	7	6	0	
10	4	7	0	
1	6	0	2	3
			2	

بما أن عدد المستقيمات المسحوبة أقل من عدد صفوف أو أعمدة المصفوفة، لذا الشرط الثاني غير محقق لذلك لا بد من تطوير الحل، وذلك باختيار أقل قيمة من القيم غير مغطاة وهي (4) وطرحها من باقي القيم الغير مغطاة ونظيف هذه القيمة إلى نقطة التقاطع المستقيمات، وتصبح المصفوفة كالآتي:

0	0	4	5	1
6	3	2	0	
6	0	3	0	2
1	6	0	6	4
			3	

إذن تحقق الشرط الثاني عدد المستقيمات تساوي عدد الأعمدة أو الصفوف أي تحقق الحل الأمثل ومنه يمكن الآن إجراء عملية التخصيص وكالآتي:

مجموعة العمل	الآلات				الآلة	التكلفة
علاء	A	~~B~~			A	5
ماهر				D	D	4
محمد		B		~~D~~	B	11
أحمد			C		C	9
مجموع التكاليف						29

التمرين الثاني: لدى أحد المؤسسات أربعة مدراء وثلاثة معامل ترغب في التوصل إلى التخصيص الأمثل للمدراء بحيث يحقق من ذلك أكبر عائد ممكن وطبق للبيانات التالية عند العائد المتحقق شهريا بالآلف الدنانير من كل حالة:

المعامل / المديرين	A	B	C
1	1	4	7
2	8	3	1
3	5	6	2
4	4	1	7

المطلوب: استخدم الطريقة الهنكارية لإيجاد أفضل تخصيص.

حل التمرين الثاني: نلاحظ أن عدد المعامل أقل من عدد المدراء، إذن نضيف معمل رابع وهمي لتحويل المصفوفة إلى مصفوفة مربعة (عوائد صفرية)، وذلك بطرح أكبر قيمة بها والبالغة (8) من باقي القيم.

المعامل / المديرين	A	B	C	D وهمي
1	1	4	7	0
2	8	3	1	0
3	5	6	2	0
4	4	1	7	0

وبطرح كل القيم من اكبر قيمة موجودة في المصفوفة وهي (8) نحصل على مصفوفة التكاليف الآتية:

المعامل / المديرين	A	B	C	D وهمي
1	7	4	1	8
2	0	5	7	8
3	3	2	6	8
4	4	7	1	8

طرح أقل قيمة في كل صف لا يوجد به صفر وطرحها من بقية القيم الصف:

7	4	1	8
0	5	7	8
3	2	6	8
4	7	1	8

وتصبح المصفوفة كما يلي:

6	3	0	7
0	5	7	8
1	0	4	6
3	6	0	7

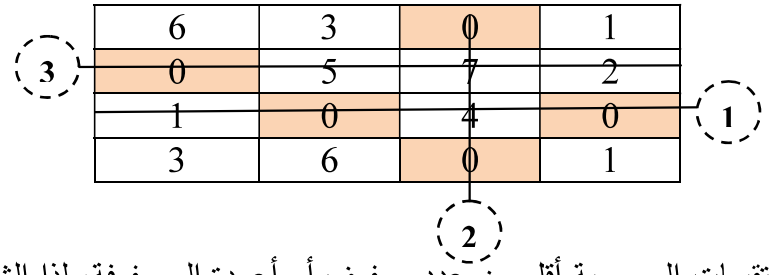
طرح أقل قيمة في كل عمود لا يوجد به صفر وطرحها من بقية القيم العمود:

6	3	0	7
0	5	7	8
1	0	4	6
3	6	0	7

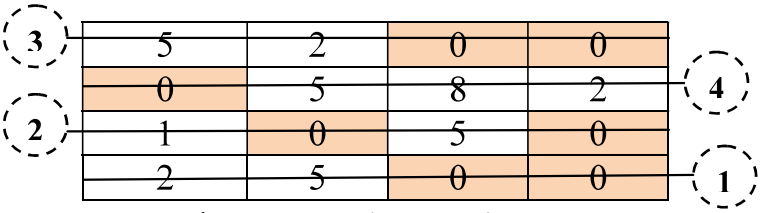
وتصبح المصفوفة كما يلي:

6	3	0	1
0	5	7	2
1	0	4	0
3	6	0	1

اختبار مثالية الحل بتغطية جميع الأصفار بأقل عدد من الخطوط المستقيمة.



بما أن عدد المستقيمات المسحوبة أقل من عدد صفوف أو أعمدة المصفوفة، لذا الشرط الثاني غير محقق لذلك لا بد من تطوير الحل، وذلك باختيار أقل قيمة من القيم غير مغطاة وهي (1) وطرحها من باقي القيم الغير مغطاة ونظيف هذه القيمة إلى نقطة التقاطع المستقيمات، وتصبح المصفوفة كالآتي:



وهنا عدد المستقيمات المسحوبة على الأسطر والأعمدة تساوي أربعة ومنه الشرط الثاني محقق وعليه الجدول أعلاه جدول حل أمثل ومنه يمكن قيام بسياسة التخصيص كالآتي:

الوسائل	المشاريع				البديل1	العائد	البديل2	العائد
1			C	D	C	7	D وهمي	0
2	A				A	8	A	8
3		B		D	B	6	B	6
4			C	D	D وهمي	0	C	7
مجموع العوائد						21		21

تحقق المعامل الثلاثة اكبر عائد مقداره 21000 دينار وواضح أن كلا البديلين يحقق نفس العائد فيمكن الأخذ بأي منهما.

VI- تمارين مقترحة:

التمرين الأول: يرأس مدير أحد الأقسام، ثلاثة موظفين، ورغب المدير في إنجاز هؤلاء الموظفين الثلاثة ثلاث مهام مختلفة. ويختلف الموظفون في درجة مهارتهم وكفاءتهم وتختلف المهام من حيث درجة صعوبتها، ويوضح الجدول الأتي، تقديرات الوقت الذي حددها المدير والخاصة إنجاز كل موظف لمهمة معينة :

المهام / الموظفون	A	B	C
عصام	8	26	17
وسام	13	28	4
قيس	38	19	18

المطلوب: تخصيص كل عامل للقيام مهمة معينة، بحيث يؤدي ذلك إلى تقليل الوقت اللازم لإنجاز تلك المهام .

التمرين الثاني: ترغب شركة الصناعات الإلكترونية في تعيين عدد من مندوبي البيع لإنجاز مهمة بيع عدد من السلع، فإذا كان عدد مندوبي البيع أربعة، وكانت تكاليف إنجاز هذه المهام (بعشرات الدنانير) كالأتي:

السلع / مندوبو البيع	ثلاجة	تلفزيون	مكيف	مجمدة
أسامة	1	4	6	3
أكرام	9	7	10	9
سلام	4	5	11	7
علي	8	7	8	5

المطلوب: إيجاد أفضل تخصيص باستخدام طريقة الحل المباشر، بحيث تحقق الشركة أدنى كلفة ممكنة.

التمرين الثالث: فكرت شركة المقاولات الحديثة بإنجاز عدد من المشاريع الإنشائية، فإذا كان عدد المشاريع أربعة وعدد المقاولين المسؤولين عن إنجاز تلك المشاريع أربعة، وتمثل المصفوفة أدناه العوائد (بآلاف الدنانير) لكل مقاول:

المشاريع / المقاولون	A	B	C	D
خليل	18	10	6	2
ماهر	10	14	8	4
محمود	16	4	14	8
سامر	12	12	4	6

المطلوب: إيجاد أفضل سياسة تخصيص، بحيث تحقق الشركة أقصى العوائد.