**مناهج وطرائق تدريس الرياضيات**

**قسم الرياضيات / المرحلة الثالثة**

**أعداد**

 **الدكتورة ميعاد جاسم سلمان السراي**

**طبيعة الرياضيات ومحتواها:**

**الرياضيات:** علم تجريدي من خلق وإبداع العقل البشري، يهتم بالأفكار والطرائق وأنماط التفكير.

وتتضمن كتب الرياضيات أشياء كثيرة كالأعداد، العمليات الرياضية، المعادلات، الأشكال الهندسية (المثلث، المربع، المكعب، ......) الرموز، الصيغ الرياضية، العلاقات،.......

لا شك أن معرفة الطالب والمعلم لكل من هذه الأشياء وغيرها من المعرفة الرياضية يعتبر خطوة مهمة لإدراكها وفهمها بالنسبة للطالب، كما أنها مهمة بالنسبة للمعلم؛ ليتمكن من تقديمها وعرضها وتقويم تحصيل الطلاب فيها بالطريقة المناسبة لكلٍ منها. فالرياضيات ليست مجرد عمليات روتينية منفصلة عن بعضها أو مهارات آلية، بل إنها عبارة عن أنظمة وأبنية محكمة ترتبط ببعضها ارتباطاً وثيقاً. هذه الأبنية والتراكيب تتكون من لبنات أساسية تعد المكونات الرئيسة للمعرفة الرياضية.

**تحليل المحتوى:** يقصد بتحليل المحتوى تحديد مكونات المعرفة الرياضية التي يتضمّنها الدرس أو الوحدة أو الكتاب المدرسي. أي أن تحليل المحتوى في الرياضيات يتعلق بالإجابة عن السؤال: ماذا نعلّم في الرياضيات؟ حيث إن معرفة ماذا يُعّلم (يُدرّس) في الرياضيات يعد إحدى المهام الرئيسة لمعلم الرياضيات، كما أن عملية تحليل المحتوى تمثّل إحدى المهارات الأساسية لمعلم الرياضيات، والتي من شأنها ضمان التخطيط الجيد للدرس، وضمان تحقيق أهداف التعلم، وسهولة قياسها.

**أصناف ومكونات المعرفة الرياضية:**

 تُصنّف المعرفة الرياضية إلى المكونات الرئيسة التالية:

**أولاً – المفاهيم الرياضية:**

**المفهوم:** هو عبارة عن صورة ذهنية مجردة تكونت لدى الفرد كنتيجة لتعمييم خواص وصفات مشتركة بين مجموعة من العناصر **.**

 ومن أمثلة المفاهيم في الرياضيات: المثلث، المربع، العدد الزوجي، العدد الأولي، القاسم ، المضاعف، الإبدال ، التجميع، العنصر المحايد، الأس ، الأساس، .....

**اولا : - تصنيف المفاهيم الرياضية:**

تُصنّف المفاهيم وفق عدد من الطرق أو الأسس، ومن تصنيفات المفاهيم ما يلي:

**1- المفاهيم الاولية والمفاهيم الثانوية :**

أ- المفهوم الاولي : هو الذي يدل على شيء معين يميزه الفرد عن غيره من الأشياء من خلال خبرته الحسية الحركية ويستمد من العالم الخارجي مثل مفهوم: العدد، الشعاع ،.....

ب- المفهوم الثانوي : وهي تلك المفاهيم المشتقة من المفاهيم الاولية عن طريق الربط بعلاقات رياضية ادت الى تركيب مفاهيم دنيا وخلق مفهوم جديد اعلى درجة من سابقه .مثل : العدد المركب،المشتقة الثانية ،الزاوية ،--- وعادة ما تكون المفاهيم الثانوية اكثر من الاولية .

**2- المفاهيم الحسية والمفاهيم المجردة:**

1. المفهوم الحسي : هو الذي يمكن ملاحظته أو مشاهدته، أي أنه يرتبط بالأشياء المادية مثل: متوازي المستطيلات، المكعب، الكرة ، الفرجال،المسطرة.....

ب- المفهوم المجرد: هو المفهوم الدلالي غير الحسي، أي أنه لا يمكن ملاحظته أو مشاهدته والاحساس به. مثل مفهوم العدد النسبي، الدالة، المشتقة ،..... . ومعظم المفاهيم الرياضية تعتبر مفاهيم مجردة.

**3-المفاهيم المعرّفة والمفاهيم غير المعرفة:**

1. المفهوم المعرف : هو الذي يمكن التعبير عنه بصياغات لفظية شارحة (مفسّرة) بدلالة مفاهيم أخرى أبسط منها أو سبق تعريفها وتوضيحها. فمثلاً يُعرّف المستطيل بأنه: شكل رباعي جميع زواياه قوائم. فجميع المصطلحات المستخدمة في التعريف تكون معروفة من قبل، فالمفاهيم الواردة في التعريف: الشكل الرباعي، الزاوية، الزاوية القائمة كلها معروفة وواضحة.
2. المفاهيم غير المعرفة(اللا معرفة) : وهي المفاهيم التي تقبل بدون تعريف، ولكن يتمّ تحديد بعض خواصها، أي أن المفاهيم غير المعرفة لا يمكن إيجاد عبارة تصف المفهوم وصفاً محددأ. ومن أمثلة المفاهيم غير المعرفة : النقطة، المستقيم، المستوي، ...........وعادة ما تكون المفاهيم المعرفة اكثر من المفاهيم غير المعرفة .

**تدريب :** اختر أحد الدروس الواردة في كتاب الطالب للمرحلة الثانوية،. ثم حدد المفاهيم الواردة في الدرس. وصنّف كل منها حسب نوع المفهوم.

**تدريس المفاهيم الرياضية:**

المفاهيم الرياضية هي اللبنات أو الركائز الأساسية التي تُبنى عليها المعرفة الرياضية. إن اكتساب الطالب للمفاهيم الرياضية يشكّل جزءاً من عملية تعليم الرياضيات داخل الصف الدراسي. وهناك عدد من الإجراءات أو التحركات التي يقوم بها المعلم لتعليم الطلاب المفاهيم الرياضية. تسمى تحركات تدريس المفاهيم. وفيما يلي عرض لأبرز تلك التحركات:

1**- تحرك التعريف:** في هذا الإجراء يقوم المعلم بإعطاء المفهوم (اسم المفهوم - المصطلح) تفسيراً وشرحاً لغوياً يوضح معناه. ويعد تحرك التعريف من أكثر التحركات شيوعاً في الاستعمال وسهولة في الاستخدام، وأكثرها دقة في تحديد المفهوم. ولكن في الوقت نفسه يعد تحرك التعريف من التحركات الصعبة على التلاميذ خاصة في المراحل المبكّرة، مما يجعلهم يلجأون لحفظ التعريفات دون فهم، وبالتالي لا يستطيعون توظيف هذه المفاهيم واستخدامها.

وعلى الرغم من أهمية التعريف ودوره في تحديد المفهوم وتوضيحه، إلا أنه ليس ضرورياً في تكوين المفهوم ولا في استخدامه، طالما أن المفهوم موضحاً بطرق إجرائية وأمثلة توضيحية. أي أن عملية إعطاء تعريف للمفهوم يعتمد على المستوى الدراسي للطالب، وعلى المستوى العقلي واللغوي، ومدى تجريد المفهوم نفسه، ولكن يظل إعطاء تعريف للمفهوم مطلباً أساسياً وخاصة في المراحل العليا.

2- **تحرك المثال:** في هذا النوع من التحركات يقوم المعلم بتقديم (إعطاء) مثال أو أكثر على المفهوم، على أن تتوفر في كل مثال جميع خصائص المفهوم. فمثلاً عند تدريس مفهوم العدد الأولي يعطي المعلم أمثلة على العدد الأولي مثل: 2، 3، 5، 7، 11، 13، ...

3**- تحرك اللامثال:** يقصد باللامثال الحالة أو النموذج التي لا يتوفر فيها خاصية أو أكثر من خصائص المفهوم. وتحرك اللامثال يعني تقديم مثال أو أكثر لا ينتمي للمفهوم، أي أنها أمثلة عدم انتماء للمفهوم. فمثلاً في مفهوم العدد الزوجي(العدد الذي يقبل القسمة على اثنين بدون باقً) تكون الأعداد: 3 ، 7 ، 49 لاأمثلة على مفهوم العدد الزوجي.

**استراتيجيات تدريس المفاهيم الرياضية:**

 المقصود بالاستراتيجية هنا مجموعة متتابعة من التحركات التي يقوم بها المعلم والتلاميذ أثناء تعليم وتعلّم المفهوم الرياضي. ومن الاستراتيجيات الشائعة في تدريس المفاهيم الرياضية ما يلي:

1- استراتيجية: تعريف – أمثلة انتماء – أمثلة عدم انتماء (لا أمثلة).

في هذه الاستراتيجية يبدأ المعلم بتعريف المفهوم ثم يقدّم أمثلة توضّح التعريف، ثم تأتي مرحلة اللا أمثلة؛ لتمكّن الطالب من التمييز بين الأشياء المنتمية للمفهوم وغير المنتمية له.

2- استراتيجية: تعريف – أمثلة.

3- استراتيجية: أمثلة – تعريف.

4- استراتيجية: أمثلة – لاأمثلة - تعريف.

5- استراتيجية: أمثلة– لاأمثلة.

6- استراتيجية: أمثلة.

**تدريب :** اختر انت وزملاؤك مفهوما رياضيا في رياضيات المرحلة الثانوية وقدمها باحدى الاستراتيجيات السابقة.

**ثانياً- التعميمات الرياضية:**

التعميم الرياضي: هو علاقة تربط بين مفهومين رياضيين أو أكثر.

ويعرّف **التعميم الرياضي** أيضاً بأنه: عبارة لفظية أو صيغة رمزية تربط بين مفهومين أو أكثر، تبرز فيها العلاقات التي تربط بين المفاهيم المكوّنة للتعميم.

**اشكال التعميمات : ( الحقائق والمسلمات والبديهيات - النظريات ونتائجها-القوانين والقواعد )**

ومن الأمثلة على التعميمات الرياضية ما يلي:

* 5×7= 35 (حقيقة).
* ا كجم = 1000جم ( حقيقة).
* مجموع قياسات الزوايا الداخلية في المثلث تساوي 180 5 ( نظرية).
* أ م × أ ن = أ م+ن (قانون).
* (أ 2 - ب2) = (أ + ب ) (أ - ب). قاعدة.
* كل نقطتين مختلفتين في المستوي تحددان مستقيماً واحداً فقط( مسلمة).
* الكل أكبر من الجزء (بديهية).

**تدريب:** بالعودة إلى الدرس في التدريب السابق حدد التعميمات الواردة في الدرس.

**تدريس التعميمات الرياضية:**

يتمّ تدريس التعميمات الرياضية غالباً بطريقتين:

**الطريقة الأولى- العرض:** تدريس التعميمات وفق هذه الطريقة يسير حسب الخطوات التالية:

1- التقديم: حيث يعطي المعلم مقدمة تمهيدية عن التعميم المراد تدريسه، تتضمن هذه المقدمة اسم (عنوان) التعميم، أو الهدف من تعلمه، أو إقناع التلاميذ بأهميته ٌلإيجاد دافع لديهم للتعلم.

2- صياغة التعميم: في هذه الخطوة يقدّم المعلم نص التعميم، وقد تكون الصياغة لفظية أو رمزية.

3- إعطاء أمثلة ولا امثلة: حيث يقدم المعلم مثالاً أو أكثر على التعميم واستخداماته،كذلك يمكن ان يعرض لا مثال يوضح مغالطات استخدام التعميم او المبدأ الرياضي.

4- التفسير : في هذه الخطوة يوضح المعلم المفاهيم والأفكار التي يتضمنها التعميم.

5- التبرير: في هذه الخطوة يقوم المعلم بتقديم الدليل على صحة التعميم بالوسيلة المناسبة للطلاب كالبرهنة أو الأشكال أو الطرق العملية.

6- التطبيق :وفيها يستخدم الطالب التعميم (المبدأ الرياضي) في تطبيقات مختلفة .

**الطريقة الثانية- الاكتشاف الموجّه:** يتمّ في هذه الطريقة تأخير خطوة صياغة التعميم إلى المرحلة الأخيرة، حيث إن المعلم بعد خطوة التمهيد يقدم أو يهيئ للطلاب عدداً من الأمثلة والنشاطات التي يصل من خلالها الطلاب إلى اكتشاف التعميم بأنفسهم من خلال عمليات الاستقراء أو الاستنتاج. لتكون الخطوات كالتالي :

1. التقديم 2- الامثلة 3- اكتشاف التعمميم عن طريق التفكير المنطقي وعمليات الاستقراء 4- الصياغة 5- التفسير والتبرير 6- التطبيق

مثال 1: فمثلاً لتدريس التعميم**:** حاصل ضرب عددين أحدهما فردي والآخر زوجي ، يكون عدداً زوجياً.

يقدم المعلم بعد التمهيد الأمثلة التالية ويطلب من الطلاب حلها:

1×2= 10×9=

3×4= 5×12=

7×6= 4×7=

من خلال الأمثلة السابقة نستنتج أن:

حاصل ضرب عدد ........ في عدد .......... يكون عدداً .............

ليصل الى تفسير وتبرير هذا المبدأ وتطبيقه في امثلة متعددة .

مثال 2: لتدريس التعميم: مجموع قياسات الزوايا الداخلية في المضلع تساوي (ن-2) × 180. حيث ن عدد الأضلاع.يقدّم المعلم للطلاب النشاط التالي:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| المضلع | عدد الأضلاع | عدد المثلثات التي ينقسم إليها المضلع | العلاقة بين عدد المثلثات الناتجة وعدد الأضلاع | مجموع قياسات الزوايا |
|  | 3 | 1 | 3-2 | 180 |
|  | 4 | 2 | 4-2 | 360 |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| الاكتشاف والصياغة | مجموع قياسات الزوايا الداخلية في مضلع =..(ن- 2) 180...... |

**تدريب :** اختر انت وزملاؤك تعميما رياضيا في رياضيات المرحلة الثانوية وقدمها باحدى باحدى الطريقتين.

**ثالثاً- المهارات الرياضية:**

المهارات الرياضية تعد جزءاً أساسيا من محتوى الرياضيات في أي مرحلة تعليمية، وفي كل صف من الصفوف.

**\*وتعرّف المهارة بأنها:** القدرة على أداء عمل ما بمستوى عالٍ من الإتقان، وبأقل جهد وفي أقل وقت ممكن.

**\*وتعرّف المهارة الرياضية بأنها:** القدرة على القيام بالعمليات الرياضية بسرعة ودقة وفهم وإتقان، وذلك باستخدام القواعد والتعليمات أو بواسطة خطوات متتابعة ومرتبة تعرف بالخوارزميات.

\* **ويقصد بالخوارزمية:** الأسلوب أو الطريقة المتبعة للقيام بعمل ما، وتتكون من مجموعة من الخطوات المتتابعة والمتكررة التي تؤدي إلى الهدف**.** ومن الأمثلة على الخوارزميات: خوارزمية القسمة المطولة – خوارزمية ضرب عدد من رقمين في عدد من رقمين، خوارزمية إيجاد المضاعف المشترك الأصغر لعددين، خوارزمية تحليل عدد إلى عوامله الأولية، خوارزمية رسم العمود المنصف لقطعة مستقيمة.

مماسبق يلاحظ أن المهارة لابد أن يتوفر فيها ثلاثة عناصر: السرعة، الدقة، الإتقان .والمهارات الرياضية قد تكون مهارات عقلية مثل حل المسائل، وإجراء العمليات الرياضية. وقد تكون مهارات نفسحركية، وهي التي تعتمد على الجانب الحركي (الجسمي). ويتطلب أداء المهارة الحركية تآزر الجهازين العصبي والعضلي.

ومن الأمثلة على المهارات الرياضية:

قراءة وكتابة الأعداد - إجراء العمليات الحسابية - التقريب والتقدير- القياس- حل المعادلات والمتباينات- استخدام الأدوات الهندسية- إنشاء وقراءة وتفسير البيانات – استخدام الحاسبات الآلية والحواسيب- حل المشكلات- الاستقراء ، الاستنباط،....

**تنمية المهارات الرياضية:**

يعد تنمية المهارات من الأهداف الرئيسة لتعليم الرياضيات، حيث إن عدم اكتساب الطلاب للمهارات الرياضية قد يعيق تقدمهم وانطلاقهم في دراسة الرياضيات، فليس كافياً مجرد معرفة الطالب لآلية جمع الكسور الاعتيادية ذات المقامات المختلفة، إذ إنه لابد أن يكتسب الطالب المهارة في ذلك.

وبالرغم من أنه يمكن تعلّم المهارات من خلال التقليد والتدريب، لكن التقليد هنا ليس مجرد تقليداً آلياً، بل إنه يجب أن يصاحبه معرفة وفهم للمفاهيم والنظريات والقواعد التي تتضمنها المهارة. وكذلك إعطاء الطالب وقتاً كافياً للتدريب على المهارة ليكتسبها بطريقة تجعله يفهم ويدرك ما يعمله أو يقوم به.

**خطوات إرشادية لتنمية المهارات الرياضية لدى الطلاب:**

1- تنمية الفهم قبل المهارة ، بمعنى أنه يجب على المعلم عدم إعطاء الطلاب قواعد جامدة وقوالب صماء، يقومون بتنفيذها آلياً دون فهم.

2- الابتعاد عن التدريب الروتيني والعمل الآلي.

3- ربط المهارة الجديدة بالمهارات السابقة.

4- اكتشاف الأخطاء وعلاجها.

5- إثارة حماس الطلاب ودافعيتهم.

**تحركات تدريس المهارات الرياضية:**

هناك عدد من التحركات تستخدم في تدريس المهارات الرياضية، ومنها:

1**- تحرك التقديم:** يقوم المعلم في هذا التحرك بإعطاء مقدمة تمهيدية عن المهارة، وتوجيه انتباه الطلاب لها من خلال بيان أهميتها وتوضيح الهدف من تعلمها، وقد يقوم المعلم بالتهيئة من خلال مراجعة المهارات السابقة ذات العلاقة بالمهارة الجديدة.

2- **تحرك التفسير:** يوضح المعلم في هذا التحرك المهارة، من خلال توضيح الخوارزمية، وخطوات إجرائها ويكون ذلك من خلال الأمثلة المناسبة الكافية على المهارة.

3- **تحرك التبرير:** يقوم المعلم في هذا التحرك بتقديم الأدلة والبراهين على صحة المبادئ التي تعتمد عليها كل خطوة من خطوات الخوارزمية. بحيث تظهر الخطوات بشكل منظم ومتسلسل. فكل خطوة تكون نتيجة للخطوة السابقة لها، وتكون في الوقت نفسه أساساً للخطوة اللاحقة. ويمكن للمعلم في تحرك التبرير التأكيد على صحة المهارة بإجرائها بطريقة أخرى.

4**- تحرك التدريب:** يعد هذا التحرك من أهم التحركات، فالتدريب هو الوسيلة الرئيسة،لاكتساب المهارة، وفي هذا التحرك يكلف المعلم الطلاب بحل عدد من التدريبات والتمارين والمسائل على المهارة حتى يكتسب الطلاب المهارة بشكل جيد.

**مبادئ التدريب الفعال :**

ولكي يكون التدريب فعالاً، فإنه يجب أن يراعي ما يلي:

**التعزيز:** ويعني الاثابة والتقدير ،فالتعزيز يعمل على تكرار حدوث السلوك المرغوب، ويزيد من دافعية المتعلم، ويشعره بتقدير جهده وعمله وهو مصاحب للسلوك المرغوب به حصرا.

**التغذية الراجعة:** وتعني تزويد المتعلم بملاحظات ومعلومات وتعليقات حول أدائه حتى يتمكن من المقارنة بين أدائه الفعلي والأداء المتوقع للمهارة؛ وبالتالي يستطيع تعديل المسار والعودة إلى الخطوات الصحيحة ،وهذه العملية تصاحب السلوك المرغوب به وغير المرغوب به.

**جدولة التدريب**: يجب أن يكون التدريب مخططاً له، فيكون موزعاً على فترات زمنية قصيرة متقاربة إلى حد ما، وأن يكون مقدار التدريب مناسباً في كل فترة، فالتدريب المكثف أو التدريب الطويل قد يؤدي إلى الملل، كما أنه قد يؤدي إلى تثبيت الأخطاء التي تظهر لدى الطالب أثناء التدريب.كما يجب أن يكون التدريب متنوعاً ، فالتدريب الذي يكون على نمط واحد قد لا يكسب الطالب الجوانب المختلفة للمهارة.

**تنويع التدريب :** ويعني اختيار امثلة وتدريبات مختلفة ومتعددة لتطبيق المهارة فقد تطبق في تمارين او نظريات او مسائل .

**استراتيجيات تدريس المهارات:**

يمكن تدريس المهارات، من خلال استراتيجيتين رئيستين، هما:

1- **استراتيجية الأجزاء**: في هذه الاستراتيجية يقوم المعلم بتقسيم المهارة إلى أجزاء، ويدرب الطلاب على كل جزء لوحدة، ثم يربط بين أجزاء المهارة ، ليكتسب الطالب المهارة ككل.

فمثلاً لو كان المعلم يريد إكساب الطلاب مهارة رسم مثلث بمعلومية ضلعين والزاوية المحصورة بينهما.فإنه يقسم المهارة إلى جزئين، الأول مهارة رسم قطعة مستقيمة. والثاني مهارة رسم زاوية لها قياس محدد. وعندما يتقن الطلاب هاتين المهارتين، يدربهم على مهارة رسم المثلث.

2**- استراتيجية الكل**: في هذه الاستراتيجية يقوم المعلم بتدريب الطلاب على المهارة كلها دفعة واحدة، دون تجزئة، فبدلاً من التركيز على كل جزء لوحده، يكون التدريب على المهارة كوحدة واحدة. فمثلاً في مهارة رسم المثلث، يتدرب الطلاب على مهارة رسم قطعة مستقيمة ومهارة رسم زاوية في الوقت نفسه.

**تدريب :** اختر انت وزملاؤك مهارة رياضية في رياضيات المرحلة الثانوية وقدمها باحدى الاستراتيجيات السابقة.

**رابعاً- المسائل الرياضية(المشكلات) واستراتيجيات تدريسها:**

**المسألة الرياضية :** موقف رياضي وحياتي جديد يتعرض له المتعلم لاول مرة ويتطلب حله استخدام المعلومات الرياضية التي تعلمها في السابق وعادة ما يكون الحل غير جاهز .

حل المسالة الرياضية : هو ذلك النشاط ( السلوك ) الذي يقوم الطالب عند محاولته للربط بين المعلومات التي درسها ومعطيات المسالة وسيره في خطوات نحو الهدف .

**مستويات المسالة الرياضية :-**

1. المستوى الاول : ويمثل مانسميه( بالتمارين ) وعادة ما تكون في صورة رمزيه جبرية وهي عبارة عن تطبيق مباشر للقواعد والقوانين وطرق الحل المتعلمه في درس ما .
2. المستوى الثاني : ويمثل تلك المسائل اللفظية والتي يتطلب لحلها تطبيق لقاعدة وقانون او طريقة معينه .
3. المستوى الثالث : ويمثل تلك المسائل (المشكلات ) اللفظيه التي لا تعتمد في حلها على تطبيق مباشر لقوانين وقواعد وطرق عامة للحل بل على العكس تحتاج الى التفكير في الموقف وتحليله الى عناصر او استنتاج طرق حل قد تكون جديدة وخاصة لتلك المشكلات .ويستخدم هذا المستوى في قياس مستوى الفهم والادراك عند المتعلم .
4. المستوى الرابع: وهو يمثل اعلى مستوى في المسائل الرياضية ولهذا النوع ينصح ان يطلق عليه اسم مشكلة رياضية حيث هذا النوع من المشكلات له الفضل في تطور الرياضيات وتوسيع دائرة تطبيقاتها في مجالات مختلفة .

**استراتيجيات حل المشكلات:** استراتيجية حل المشكلة يقصد بها المقاربة أو الفكرة التي يتناول بها الفرد (الطالب) المشكلة بقصد حلها. أي أنها تعني نوعية التحرك الذهني الذي يعالج به الفرد المشكلة من خلال خطة وخطوات تمكّنه من الحل. وبالرغم من أنه يوجد في أدبيات تربويات الرياضيات عدد من الاستراتيجيات العامة لحل المشكلات،كاستراتيجية جون ديوي، واستراتيجية فرانك ليستر، إلا أن استراتيجية جورج بوليا تعد أهم تلك الاستراتيجيات وأنسبها لحل المشكلات الرياضية, وأكثرها تداولاً في مجال تربويات الرياضيات، وقد اعتمدت عليها مناهج الرياضيات الجديدة في التعليم العام في تدريس حل المسألة. وفيما يلي عرض موجز لهذه الاستراتيجية.

**خطوات جورج بوليا لحل المشكلة:**

أ- قراءة المشكلة وفهمها : وهنا يجب عرض المشكلة بلغة واضحة ومفهومة ،ويجب على المعلم التأكد من فهم تلاميذه للمسالة ،كسؤالهم إعادة نص المشكلة بلغتهم الخاصة . كما ينبغي أن يعرف التلاميذ عناصـر المشـكلة الأساسـية ،المعطيات والمجهول والشروط ،وان يرسم شكلا لعلاقة هذه العناصر ببعضها البعض .

ب- ابتكار خطة للحل : وتعد هذه الخطوة أساسية للوصول لفكرة الحل ،وفيها يحاول التلميذ الربط بين عناصر المشـكلة ،ودور المعلم مساعدته ، وذلك بمطالبته بذكر مشكلة مشابهة لها ، أو أن يطلب منه وضع رسم يوضح المشـكلة ،أو ينظم المعطيات في جدول أو عبارة توضح العلاقة بين عناصر المشكلة .

ج- تنفيذ خطة الحل : وتعد هذه المرحلة أسهل من سابقتها ،حيث أن ابتكار الخطة ، أي إدراك الحل ليس بالأ مر السـهل ،وعند تبلور فكرة الحل يسهل تنفيذها شريطة التأكد من تنفيذ الخطة بالشكل الصحيح ، وذلك بالتأكد من العمليـات الحسابية والصورة المنطقية للحل .

د - مراجعة الحل : وفي هذه الخطوة يتم التأكد من صحة الحل ،وذلك من خلال السير بخطوات عكسية لخطوات الحـل ، أو بالتعويض ،أو باللجوء إلى طريقة أخرى للحل .

**بعض الاستراتيجيات الخاصة لحل المشكلات:**

في المرحلة الثانية من مراحل جورج بوليا لحل المشكلة (مرحلة ابتكار أو وضع الخطة) قدّم المتخصصون في الرياضيات وتعليم الرياضيات عدداً من الاستراتيجيات أو الأساليب التي يمكن استخدامها لحل المشكلة. ويتوقف تحديد الاستراتيجية المناسبة لحل المشكلة على نوعية أو طبيعة المشكلة، وخبرة الطالب الذي سيقوم بحلها. وبالرغم من التداخل بين بعض تلك الاستراتيجيات، إلا أنه يمكن تمييز الاستراتيجيات الآتية:

1- استراتيجية التخمين والتحقق:وقد يُطلق عليها المحاولة والخطأ المنــظـّمة، ويتم من خلالها تخمين الإجابة الصحيحة، ولكن التخمين لا يكون بطريقة عشوائية، بل إنه تخمين ذكي يعتمد على المنطق،حيث يُستفاد في كل محاولة من المحاولات التي سبقتها. فالمحاولة التالية يجب أن تكون أقرب إلى الحل من المحاولة السابقة. فمجرد المحاولات العشوائية غير المرتبطة ببعضها تؤدي إلى إطالة الزمن المستغرق في الحل، وقد لا تؤدي إلى الحل نهائياً، وتعدُّ مهارة التقدير من المهارات المهمة واللازمة لهذه الاستراتيجية.

2- استراتيجية البدء من النهاية (الحل عكسياً): يتم في هذه الاستراتيجية البدء من نهاية المشكلة، والسير نحو مقدمتها، ومن الحالات التي يفضل فيها استخدام هذه الاستراتيجية الحالة التي يكون فيها ناتج المسألة معروفاً، ولكن طريقة الوصول إليه ليست معروفة، ويتم في هذه الاستراتيجية عكس العمليات التي تُجرى عندما يتم البدء من مقدمة المسألة.

3- إنشاء قائمة منظّمة:يطلق عليها أيضاً تكوين جدول، ويتم في هذه الاستراتيجية جدولة البيانات أو تنظيمها في قوائم لتسهيل دراستها، وتنظيم التفكير، والسير بخطة مناسبة نحو حل المشكلة، ويفضّل استخدام هذه الاستراتيجية عندما يكون لمسألة ما عدد من الإجابات أو الحلول، حيث يمكن من خلالها إيجاد جميع الإجابات الممكنة للمسألة، بينما تستخدم استراتيجية التخمين والتحقق غالباً عندما يكون للمسألة حل واحد. كما يمكن استخدام استراتيجية إنشاء قائمة منظّمة؛ لاستنتاج بعض التعميمات من خلال إعداد جدول وتنظيم المعلومات عليه؛ مما يسهّل اكتشاف التعميم.

4- البحث عن نمط: الأنماط عبارة عن تكرارات منتظمة، حيث يتم في هذه الاستراتيجية ملاحظة وفحص البيانات المعطاة، والتنبؤ بالبيانات الناقصة أو المجهولة، كما أنها تستخدم في اكتشاف وتكوين التعميمات. والأنماط قد توجد في الأعداد أو الأشكال وغيرها .

5- حل مشكلة أسهل(أبسط): يتم من خلال هذه الاستراتيجية حل مسألة مشابهة للمسألة الأصلية، ذات علاقة بها. ويكون تبسيط المشكلة من خلال استخدام أرقام أصغر أو أرقام أسهل في الحسابات، وقد يتم تبسيط المشكلة من خلال إهمال بعض الشروط مؤقتاً. كما أن تبسيط المشكلة قد يكون من خلال دراسة حالات خاصة ثم محاولة الاستفادة من حل هذه الحالات الخاصة في حل المشكلة الأصلية. ويمكن استخدام هذه الاستراتيجية مع استراتيجيات أخرى لحل المشكلة؛ بمعنى أنها قد تكون خطوة مساعدة في حل المشكلة.

6- رسم شكل أو صورة أو نموذج: تعدُّ استراتيجية الرسم من الاستراتيجيات الفعّالة لحل المشكلات الرياضية، وتستخدم عندما يكون هناك إمكانية للتعبير عن المشكلة برسم أو مخطط توضيحي، حيث تساعد الرسومات والمخططات على رؤية العلاقات بين أجزاء المشكلة، كما أنها تعمل على تحويل المشكلة من المستوى المجرد إلى المستوى شبه المحسوس؛ وبالتالي تصبح المعلومات والعلاقات التي تتضمنها المشكلة أكثر وضوحاً للطالب، مما يساعده على فهم المشكلة؛ وبالتالي ابتكار خطة مناسبة لحلها، وليس شرطاً أن تكون الرسوم تفصيلية ودقيقة، فهي مجرد رسوم توضيحية قد ترسم مباشرة دون استخدام أدوات هندسية ودون اعتبار القياسات الفعلية.

7- الاستدلال المنطقي: تدخل هذه الاستراتيجية غالباً في معظم استراتيجيات حل المشكلات، كما أنها تستخدم في حل المشكلات والقضايا المنطقية، وتستخدم كثيراً في حل التمارين الهندسية وإجراء البراهين الرياضية.

**تدريب :** اختر انت وزملاؤك مسألة رياضية في رياضيات المرحلة الثانوية وقدمها باحدى الاستراتيجيات السابقة .