

جدول يمثل ملخص العمليات الديناميكية الحرارية (في حالة الغاز المثالي احادي الذرة)

شكل القانون الاول	التغير في (ΔU)	الشغل (W)	الانتقال الحراري (Q)	الثابت	العملية
$Q = W$	0	$nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$	$nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$	T	آيسوثرمية
$Q = \Delta U + (\Delta V \times P)$	$\frac{3}{2} nR\Delta T$	$P\Delta V$	$nC_p \Delta T$	P	آيسوباركية
$Q = \Delta U$	$\frac{3}{2} nR\Delta T$	0	$nC_v \Delta T$	V	آيسوكوربكية
$\Delta U = -W$	$\frac{3}{2} nR\Delta T$	$-\frac{3}{2} nR\Delta T$	0	PV^γ	أدياباتيكية

مثال احسب الشغل المنجز لغاز مثالي يشغل حجماً مقداره 10^{-2} m^3 في درجة حرارة 0°C و ضغط 10 atm تمدد عكوساً آيسوثرمياً حتى أصبح ضغطه 1 atm .

Sol. $W = \int_{V_1}^{V_2} PdV = nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$

$10 \text{ atm} = 1013250 \text{ N/m}^2$

$P_1 V_1 = nRT \rightarrow n = \frac{P_1 V_1}{RT} = \frac{1013250 \times 10^{-2}}{8.314 \times 273} = 4.46 \text{ mol}$

$P_1 V_1 = nRT$

$P_2 V_2 = nRT$

$\frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2}$

$W = nRT \ln \frac{P_1}{P_2} \Rightarrow = 4.46 \times 8.314 \times 273 \times \ln 10 = 23309 \text{ J}$

مثال ما مقدار الزيادة في الطاقة الداخلية لـ 5g من الجليد عندما يتحول تماماً الى ماء عند الصفر

السيليزي إذا كانت الطاقة الكامنة لإنصهار الجليد 80 cal/g. إهمل التغير في الحجم .

Sol.

الحرارة اللازمة لصهر الجليد هي $\Delta Q = mL$

حيث إن: (L) هي الطاقة الكامنة للتحويل

$$P_2 = P_1 \left(\frac{5}{1} \right)^{1.67} = 1 \text{ atm} \times 14.7 = 14.7 \text{ atm}$$

$$T_2 = 300 \times \left(\frac{14.7 * 1}{1 * 5} \right) = 882 \text{ K}$$

نعوض في المعادلة (1)

$$\Delta U = \frac{3}{2} \times 0.203 \times 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}} \times (882 - 300) \text{K} = 1473 \text{ J}$$

لعملية أديباتيكية

$$W = -\Delta U$$

$$W = -1473 \text{ J}$$

$$Q = \text{Zero}$$

ب) إنضغاط آيسوثيرمي

$$T_2 = T_1 = 27^\circ \text{C} = 300 \text{ K}$$

$$\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta T = 0$$

$$W = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$= 0.203 \times (8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}) (300 \text{K}) \ln \frac{1}{5} = -815 \text{ J}$$

$$Q = W \quad Q = -815 \text{ J}$$

ت) إنضغاط آيسوباريكي

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

$$T_2 = 300 \left(\frac{1}{5} \right) = 60 \text{ K}$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} nR \Delta T = \frac{3}{2} \times 0.203 \times 8.314 \times (60 - 300) = -608 \text{ J}$$

$$W = P(V_2 - V_1) = 1 \times 101325 (1 - 5) \times 10^{-3} = 405 \text{ J}$$

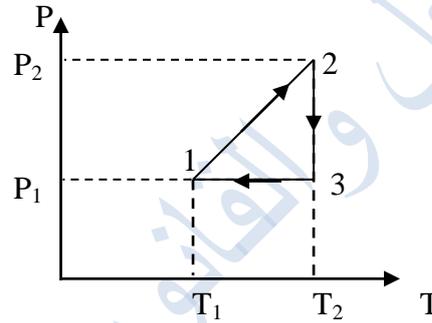
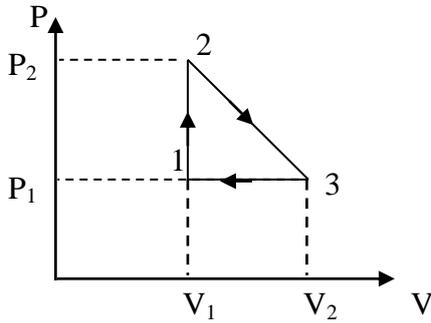
$$Q = \Delta U + W$$

$$= -608 + (-405) = -1013 \text{ J}$$

H.W.: حاول حل الفرع الاول من المثال اعلاه باستخدام المعادلة: $W_{if} = \frac{P_f V_f - P_i V_i}{1 - \gamma}$

مثال: غاز مثالي ضغطه الإبتدائي 2atm وحجمه الإبتدائي 4L سخن مع بقاء الحجم ثابت الى ان تضاعف ضغطه ثم تمدد مع بقاء درجة حرارته ثابتة الى ان عاد الى ضغطه الاصلي. بعدها كبس مع بقاء الضغط ثابت الى ان عاد الى وضعه الاصلي.

1- ارسم المستوي P-V و P-T 2- الشغل النهائي.



الحل:

عملية آيسوحرمية $W_{1 \rightarrow 2} = 0$

المسار الايسوحرمي 2 → 3

$$P_2 V_1 = nRT$$

$$P_1 V_2 = nRT$$

بقسمة المعادلتين

$$P_2 V_1 = P_1 V_2 \rightarrow V_2 = \frac{P_2 V_1}{P_1} = \frac{4 \times 4}{2} = 8L$$

$$W_{2 \rightarrow 3} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1} = P_2 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = 4 \times 101325 \times 4 \times 10^{-3} \ln \frac{8}{4} = 1124 \text{ J}$$

عملية آيسوحرمية

$$W_{3 \rightarrow 1} = P_1 (V_1 - V_2) = 2 \times 101325 (4 - 8) \times 10^{-3} = -8100 \text{ J}$$

عملية آيسوباركية

$$W = W_{1 \rightarrow 2} + W_{2 \rightarrow 3} + W_{3 \rightarrow 1}$$

$$W = 0 + 1124 + (-8100) = -6976 \text{ J}$$

مثال جد الشغل المنجز عندما يتمدد 1 mol من غاز مثالي في درجة حرارة 300K من حجم $0.002m^3$

الى حجم $0.005m^3$ بالطرق التالية:

1. عملية تمدد عند ضغط ثابت $10^5 N/m^3$

2. عملية تمدد شبه مستقرة في درجة حرارة ثابتة

3. تمدد حر

Sol.

1- $W = P\Delta V$

$$W = 10^5 (0.005 - 0.002) = 300J$$

2- $W = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$

$$W = 1 \times 8.314 \times 300 \ln \frac{0.005}{0.002} = 2285J$$

3- $W = 0$

مثال حرك سائل في إناء معزول حرارياً بصورة غير منتظمة فارتفعت درجة حرارته فاذا أُعتبر السائل كنظام

1- هل إنتقلت الحرارة؟ 2- هل انجز شغل؟ 3- ما هي إشارة ΔU ؟

Sol.

1- لا يكون هناك إنتقال حرارة لان النظام معزول.

2- نعم أنجز شغل ميكانيكي وهذا الشغل تحول الى حرارة.

$$dU = dQ - dW$$

$$dU = 0 - dW$$

dW سالبة لانه انجز على النظام شغل.

dU موجبة لأنه إرتفعت درجة حرارته.

مثال 1L من غاز مثالي تحت ضغط 1atm تمدد آيسوثيرمياً حتى تضاعف حجمه وقلّ ضغطه الى

النصف ثم كُبس تحت ضغط ثابت حتى إسترجع حجمه الاصلي بعد ذلك كُبس آيسوثيرمياً حتى إرتفع ضغطه

الى الضغط الاصلي وقلّ حجمه الى نصف الحجم الاصلي.

1- ارسم العمليات في المستوي (P-V). 2- احسب الشغل الكلي المنجز 3- اذا لفظ الغاز 50J من الحرارة

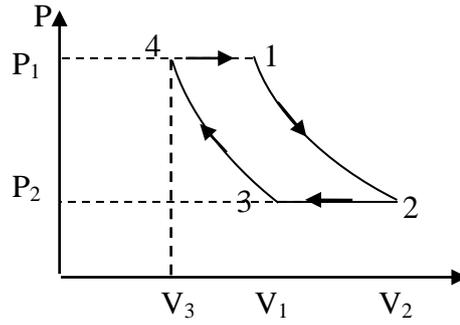
الى الخارج خلال العملية التي يبقى فيها الضغط ثابت فكم سيكون التغير في الطاقة الداخلية؟.

Sol.

1 → 2 تمدد آيسوثيرمي

2 → 3 انضغاط آيسوباري

3 → 4 انضغاط آيسوثيرمي



$$V_2 = 2V_1, \quad P_2 = \frac{P_1}{2}, \quad V_3 = \frac{V_1}{2}$$

$$W_{12} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1} = nRT \ln \frac{2V_1}{V_1}$$

$$= P_1 V_1 \ln 2 = 1 \times 10^{-3} \times 1 \times 101325 \ln 2 = 70.23 \text{ J}$$

$$W_{23} = P \Delta V = P_2 (V_1 - V_2) = -\frac{1}{2} P_1 V_1$$

$$= -\frac{1}{2} (1 \times 10^{-3} \times 101325) = -50.6 \text{ J}$$

$$W_{34} = nRT \ln \frac{V_3}{V_1} = nRT \ln \left(\frac{V_1}{2V_1} \right) = P_2 V_1 T \ln \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{P_1}{2} V_1 T \ln \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$W_{34} = 0.5 \times 101325 (1 \times 10^{-3}) \ln \left(\frac{1}{2} \right) = -35.11 \text{ J}$$

$$W = 70.23 + (-50.6) + (-35.11) = -15.5 \text{ J}$$

لا يوجد تغير في الطاقة الداخلية في المسار 1 → 2 و 3 → 4 لان درجة الحرارة ثابتة اما المسار 2 → 3 فان:

$$Q = \Delta U + W \quad \rightarrow \quad -50 = \Delta U + (-15.5)$$

$$\Delta U = -34.5 \text{ J}$$

مثال إسطوانه تحتوي على 1mol من غاز مثالي ضغطه 1atm ودرجة حرارته 27°C زودت هذه

الإسطوانه بمكبس ليبقى ضغطه ثابت. سخن الى ان أصبحت درجة حرارته 127°C . اذا كانت السعة الحرارية

بثبوت الضغط هي $21.1 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. جد

1- الشغل المنجز . 2- مقدار الطاقة الداخلية. 3- كمية الحرارة التي زود بها الغاز.

Sol.

$$W = P (V_2 - V_1)$$

$$P_1 V_1 = nRT_1$$

$$101325 \times V_1 = 1 \times 8.314 \times 300$$

$$V_1 = 25 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 0.025 \text{ m}^3$$

بما ان الضغط ثابت فان

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\frac{25 \times 10^{-3}}{300} = \frac{V_2}{400}$$

$$V_2 = 33.3 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$W = 1 \times 101325 \times (33.3 - 25) \times 10^{-3} = 841 \text{ J}$$

بما ان الشغل موجب يعني ان النظام انجز شغل على المحيط

$$dQ = nC_p dT$$

$$= 1 \times 21.1 \times (400 - 300)$$

$$= 2110 \text{ J}$$

$$Q = \Delta U + W$$

$$\Delta U = 2110 - 841 = 1269 \text{ J}$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T \quad \text{H.W.: حاول حل الفرع الثاني من المثال اعلاه باستخدام المعادلة:}$$

مثال إسطوانه تحتوي على غاز مثالي ضغطه 2 atm و حجمه 5L ودرجة حرارته 250 K سخن تحت

حجم ثابت حتى اصبح ضغطه 4 atm ثم تمدد تحت ضغط ثابت حتى اصبحت درجة حرارته 650 K.

1- ارسم الشكل البياني في المستوي (P-V). 2- احسب كمية الحرارة الكلية الداخلة خلال هاتين العمليتين اذا

كانت $C_p = 21 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ و $C_v = 20 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Sol.

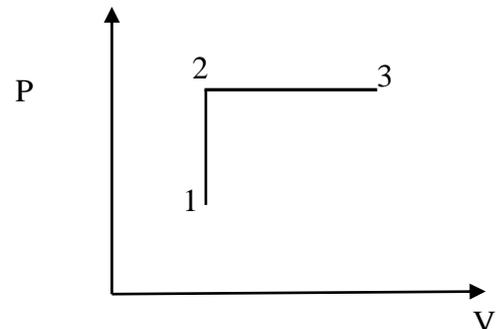
العملية الأيسوكورية 1 → 2

$$P_1 V_1 = nRT_1 \rightarrow n = \frac{RT_1}{P_1 V_1} = \frac{0.082 \times 250}{2 \times 5} = 0.487 \text{ mol}$$

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \rightarrow T_2 = \frac{T_1 P_2}{P_1} = \frac{250 \times 4 \times 101325}{2 \times 101325} = 500 \text{ K}$$

كمية الحرارة الداخلة هي Q_{12}

$$Q_{12} = nC_v \Delta T = 0.487 \times 20 \times (500 - 250) = 2435 \text{ J}.$$



العملية الايسوباركية 3 → 2

كمية الحرارة الداخلة للمسار Q₂₃

$$Q_{23} = nC_p \Delta T = 0.487 \times 21 \times (650 - 500) = 1534 \text{ J.}$$

كمية الحرارة الكلية الداخلة هي

$$Q = Q_{12} + Q_{23} = 2435 + 1534 = 3969 \text{ J}$$

مثال إثبت بأن ميل المنحني الأديباتيكي هو أكبر من ميل المنحني الأيسوثيرمي.

Sol. $PV^\gamma = C$

المنحني الأديباتيكي

$$\gamma PV^{\gamma-1} dV + V^\gamma dP = 0$$

$$\gamma PV^{\gamma-1} dV = -V^\gamma dP$$

$$\frac{dP}{dV} = \frac{-\gamma PV^{\gamma-1}}{V^\gamma} = \frac{-\gamma P}{V}$$

$PV = C$

المنحني الأيسوثيرمي

$$PdV + VdP = 0 \rightarrow \frac{dP}{dV} = \frac{-P}{V}$$

مثال إثبت بأن الإنضغاطية الأيسوثيرمية أكبر من الإنضغاطية الأديباتيكية.

Sol.

$PV^\gamma = C$ الأديباتيكية

$$\gamma PV^{\gamma-1} dV + V^\gamma dP = 0$$

$$\frac{dV}{dP} = -\frac{V^\gamma}{\gamma PV^{\gamma-1}}$$

$$\frac{dV}{dP} = -\frac{V}{\gamma P}$$

$$\Gamma = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$$

$$\Gamma = -\frac{1}{V} \left(\frac{-V}{\gamma P} \right) \rightarrow \Gamma = \frac{1}{\gamma P}$$

$$PV=C \quad \text{آيسوثرمية}$$

$$PdV+VdP = 0$$

$$\Gamma = -\frac{1}{V} \left(\frac{dV}{dP} \right)_T$$

$$\frac{dV}{dP} = -\frac{V}{P}$$

$$\Gamma = -\frac{1}{V} \left(-\frac{V}{P} \right)_T \rightarrow \Gamma = \frac{1}{P}$$

مثال 2mol من الهليوم يشغل حجماً مقداره 20L ودرجه حرارته الابتدائية $27C^0$ ، تمدد تحت ضغط ثابت الى أن تضاعف حجمه ثم تمدد كظيماً الى أن عاد الى درجة حرارته الأصلية. إرسم العمليات في المستوي (P-V). اذا كان المعامل الاديباتيكي 1.67 فأوجد: 1- التغير الكلي في الطاقة الداخلية. 2- التغير في كمية الحرارة لكل مسار. 3- الشغل لكل مسار. 4- الشغل الكلي الذي ينجزه الهليوم.

الحل

العملية الايسوباركية 1→2

$$P_1 V_1 = nRT_1$$

$$P_1 * 20 * 10^{-3} = 2 * 8.314 * 300$$

$$P_1 \approx 25 \times 10^4 \text{ N/m}^2$$

$$P_1 = P_2 \quad \text{بما ان}$$

$$P_1 = P_2 = 25 \times 10^4 \text{ N/m}^2$$

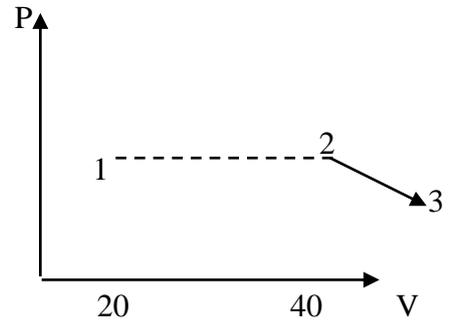
$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \rightarrow \frac{20}{300} = \frac{40}{T_2}$$

$$T_2 = 600 \text{ K}$$

العملية الايسوباركية 2→3

$$T_3 V_3^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \rightarrow 300 V_3^{(0.67)} = 600(40)^{(0.67)} \rightarrow V_3 = 113 \text{ L}$$

$$P_3 V_3^\gamma = P_2 V_2^\gamma \rightarrow P_3 = 44165 \text{ N/m}^2$$



$$\Delta U_{\text{tot}} = \left(\frac{3}{2} nR\Delta T \right)_{1 \rightarrow 2 \rightarrow 3} = 0$$

$$Q_{\text{tot}} = Q_{12} + Q_{23}$$

$$Q_{\text{tot}} = (\Delta U + W)_{12} + (0)_{23}$$

$$Q_{\text{tot}} = \left(\frac{3}{2} nR\Delta T + P\Delta V \right)_{12} = \left(\frac{3}{2} \times 2 \times 8.314 \times (600 - 300) + 250000(40 - 20) \times 10^{-3} \right)$$

$$Q_{\text{tot}} = 12483 \text{ J}$$

$$W_{\text{tot}} = W_{12} + W_{23}$$

$$W_{\text{tot}} = (P\Delta V)_{12} + \left(-\frac{3}{2} nR\Delta T \right)_{23}$$

$$W_{\text{tot}} = 250000(40 - 20) \times 10^{-3} + \left(-\frac{3}{2} \times 2 \times 8.314 \times (300 - 600) \right) = 12483 \text{ J}$$

H.W.: إرسم العمليات في مستوي الضغط ودرجة الحرارة.