

The Inverse of a Matrix

Def: A nxn matrix A is called invertible if there exists an nxn matrix B such that .

$$AB = BA = I_n.$$

The matrix B is called an inverse of A .

- And denoted to inverse A by (A^{-1})

$$A^{-1} = \frac{adj(A)}{|A|} \quad ; \quad |A| \neq 0$$

The Adjoint Matrix

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & & & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & & a_{2n} \\ \dots & & & \dots \\ a_{n1} & & & a_{nn} \end{bmatrix}$$

فأن المصفوفة المرتبطة للمصفوفة A هي المصفوفة البديلة لمصفوفة العوامل المرافقة للمصفوفة A ويرمز لها بالرمز $adj A$ فاذا كان A_{rc} هو العامل المرافق للعنصر a_{rc} (اي قيمة المحددة المكونة بحذف كل من الصف والعمود الذي يحتوي على العنصر a_{rc} مع اخذ الاشارة المناسبة حسب قاعدة الاشارات.

Ex//

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 5 & 12 \end{bmatrix}$$

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 12 \end{bmatrix} = 11$$

$$A_{12} = - \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 12 \end{bmatrix} = -7$$

$$A_{13} = +2$$

$$A_{21} = -9$$

$$A_{22} = 9$$

$$A_{23} = -3$$

$$A_{31} = 1$$

$$A_{32} = -2$$

$$A_{33} = 1$$

$$\begin{array}{ccccccc} + & 3 & 5 & - & 1 & 5 & + & 1 & 3 \\ 5 & 12 & - & 1 & 12 & + & 1 & 5 \\ - & 2 & 3 & + & 1 & 3 & - & 1 & 2 \\ 5 & 12 & + & 1 & 12 & - & 1 & 5 \\ + & 2 & 3 & - & 1 & 3 & + & 1 & 2 \\ 3 & 5 & - & 1 & 5 & + & 1 & 3 \end{array}$$

$$B = \begin{bmatrix} 11 & -7 & 2 \\ -9 & 9 & -3 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$