

## حل المعادلات الخطية بواسطة قاعدة كرامر ( Cramer 's Rule )

**Theorem:-** If  $AX = B$  be system of linear equations which have  $(n)$  variables and  $(n)$  equations such that  $A \neq 0$ , then the system has one solution is

$$X_1 = \frac{A_1}{A}, \quad X_2 = \frac{A_2}{A}, \quad \dots, \quad X_n = \frac{A_n}{A}$$

حيث ان  $A_j$  المصفوفة الناتجة من تبديل عناصر المصفوفة  $B$  محل العمود  $j$  في المصفوفة  $A$

Ex:- Solve the following equations by using Cramer 's rule

$$X + 2Y + 3Z = 2$$

$$2X + 5Y + 3Z = 3$$

$$X + 8Z = 4$$

**الحل :-** عند الحل باستخدام قاعدة كرامر نتبع الاسلوب التالي **Sol**  
:- ( 1 ) نحول النظام الى نظام المصفوفات

( 2 ) نجد المحدد للمصفوفة الممتدة

( 3 ) نجد المحدد للمصفوفات  $A_1, A_2, A_3$

( 4 ) ثم نطبق القاعدة

( 1 )

$$\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 3 & X & & 2 \\ = & 2 & 5 & Y & = & 3 \\ & 1 & 0 & Z & & 4 \\ & & & A & X & = B \end{array}$$

$$( 2 ) \quad A = 1(40) - 26 - 15 = -1 \neq 0$$

(3)

$$A1 = \begin{matrix} 2 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & 3 \\ 4 & 0 & 8 \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} A1 &= 2(40) - 2(12) + 3(-20) \\ &= 80 - 24 - 60 \\ &= -4 \end{aligned}$$

$$A2 = \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 8 \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} A2 &= 1(12) - 2(13) + 3(5) \\ &= 12 - 26 + 15 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$A3 = \begin{matrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 4 \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} A3 &= 1(20) - 2(5) + 2(-5) \\ &= 20 - 10 - 10 \\ &= 0 \end{aligned}$$

(4)

$$X = A1 / A = -4 / -1 = 4$$

$$Y = A_2 / A = 1 / -1 = -1$$

$$Z = A_3 / A = 0 / -1 = 0$$

Solution Set = 4 , -1 , 0

ملاحظة :-

- ( 1 ) ان قاعدة كرامر قابلة للتطبيق في حالة كون عدد المعادلات يساوي عدد المجاهيل  
( 2 ) يجب ان يكون محدد A ( مصفوفة المعاملات ) لايساوي صفر  
( 3 ) تصبح قاعدة كرامر غير كفؤة من الناحية الحسابية عندما تكون  $n > 4$  ( حيث n يمثل عدد المعاملات وهو يساوي عدد المجاهيل ) ومن الاحسن عندئذ استعمال طريقة كاوس جوردن .

باستخدام قاعدة كرامر حل نظام المعادلات التالية

**Exc:-**

$$(1) \quad X_1 + 2 X_3 = 6$$

$$- 3 X_1 + 4 X_2 + 6 X_3 = 30$$

$$-X_1 - 2 X_2 + 3 X_3 = 8$$

$$(2) \quad X_1 + 2 X_2 + 3 X_3 = 6$$

$$2 X_1 - 2 X_2 + 5 X_3 = 5$$

$$4 X_1 - X_2 - 3 X_3 = 0$$

$$(3) \quad X_1 + X_2 = 3$$

$$X_2 + 2 X_3 = 2$$

$$X_3 + 3 X_4 = 1$$

$$4 X_1 + X_4 = 0$$

$$(4) \quad X_1 + 2 X_2 + X_3 = 0$$

$$3 X_1 - X_2 - 2 X_3 = 9$$

$$4 X_1 + 3 X_2 - 3 X_3 =$$