٢ - طريقة استخدام الجذور التربيعية مباشرة او مضاعفاتها lec 5

وهذه طريقة سهلة ، ولا تتطلب الكثير من العمليات الحسابية التي تتميز بها الطريقة السابقة و تتلخص هذه الطريقة فيما يلى :

نقسم الجذور التربيعية التي استخرجناها على العدد ١٠ او قوى هذا العدد الصحيح (١٠٠ - ١٠٠٠ – ١٠,٠٠٠ الخ) ، وذلك حسب مدى أعداد الجذور التربيعية التي لدينا ففي المثال السابق مثلا ، يمكن أن نقسم الجذور التربيعية كلها (أي كل جذر تربيعى استخرجناه) على العدد الصحيح ١٠٠ وعلى هذا الأساس نجد أن نصف قطر الدائرة الأولى = ١٠ ملليمتر ، بينما يكون نصف قطر الدائرة الثانية ١٤,١٤ ملليمتر أي ١٤ ملليمتر تقريباً ، وهكذا .

ومن الواضح أن سهولة هذه الطريقة تتمثل في إزاحة العلامة العشرية خانة او خانتين أو أكثر من يمين عدد الجذر التربيعي وذلك حسب قيمة العدد الصحيح الذي اخترناه لكي نقسم عليه أعداد الجذور التربيعية التي استخرجناها .

وقد يحدث في بعض الحالات أن تنتج لدينا أطوال صغيرة ، وبالتالي ستكون مساحات دوائرها صغيرة بالنسبة لمساحة الخريطة التي لدينا . وفي مثل هذه الحالة يحسن أن نكبر هذه الأطوال الناتجة ، وذلك بضربها كلها في أي رقم نختاره بحيث تظهر الدوائر بعد رسمها ملائمة لأبعاد الخريطة . فإذا كان هذا الرقم الذي اخترناه للتكبير ٢ مثلا ، فسوف يصبح طول نصف قطر الدائرة الاولى ١٠*٢= ٢٠ مم ، وبنفس العملية يصبح طول نصف قطر الدائرة الثانية ١٤,١٤ * ٢ = ٢٨,٣ مم . تقريبا ، وهكذا .

وسواء استخدمنا هذه الطريقة او الطريقة السابقة في معرفة أطوال نصف قطر الدوائر النسبية ، فيجب أن لانكتب على الدوائر المرسومة أية أعداد للكميات الحقيقية التي تمثلها الدوائر ، وإنما نرسم في أحد أركان الخريطة - كما ذكرنا - مفتاح قياس الدوائر ، لكي يمكن للقارئ أن يقيس منه قطر أي دائرة على الخريطة نفسها . وليس من الضروري أن تمثل دوائر المقياس نفس الكميات التى تمثلها الدوائر على الخريطة نفسها وإنما المفروض أن تمثل دوائر المقياس كميات صحيحة الأعداد (أو دائرية) ، بحيث تكون قريبة من الكميات الحقيقية الممثلة على الخريطة . فإذا كانت الكميات الحقيقية التي مثلناها بدوائر على الخريطة هي مثلا :

٩٨٠٠ - ٦٧٢٥ - ٣٢٠٠ – ١٤٥٠

فيحسن أن تختار الكميات الصحيحة الأعداد الآتية لكي تمثل دوائر المقياس :

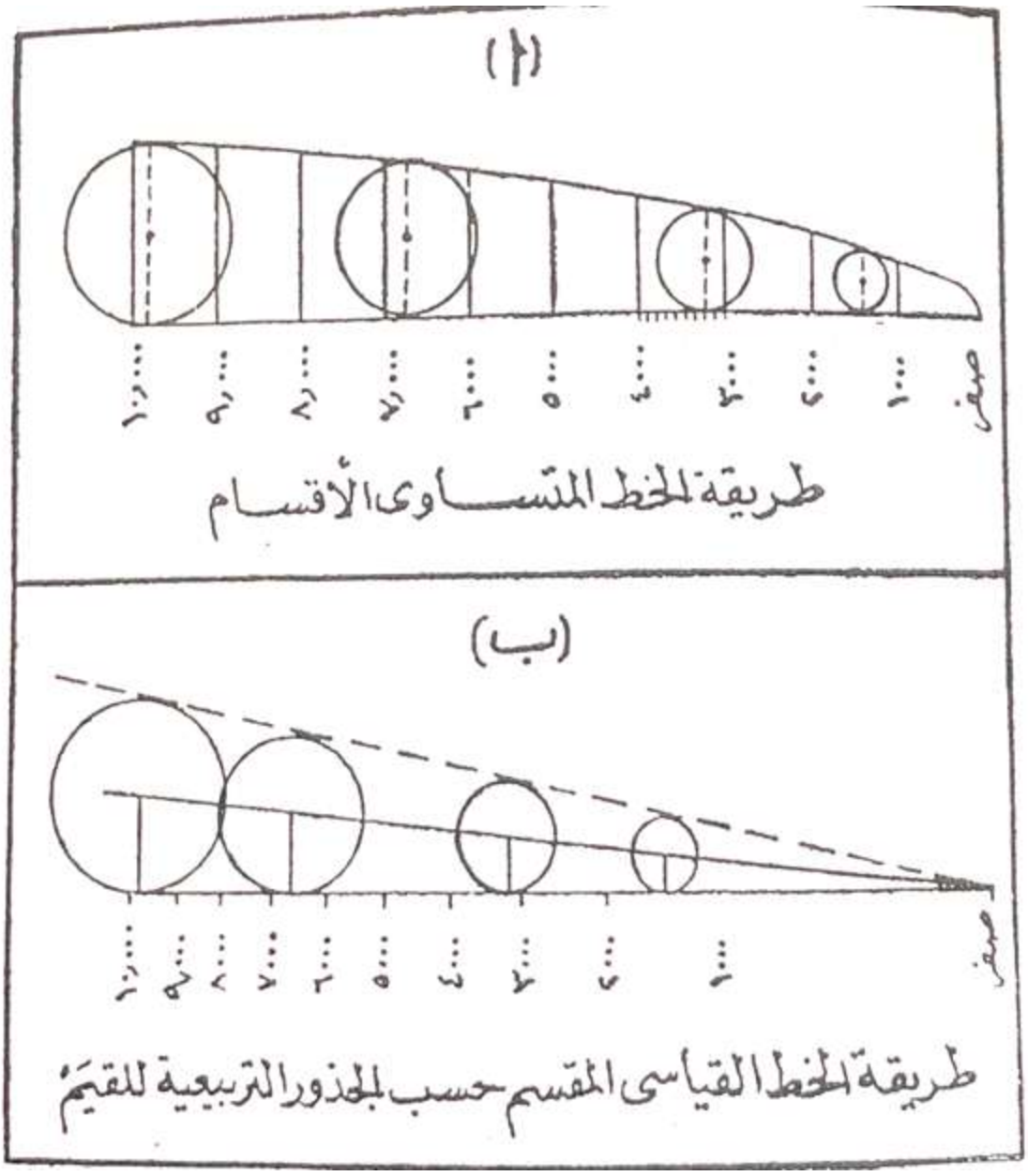
١٠,٠٠٠ - ٧٠٠٠ - ٣٥٠٠ - ٢٠٠٠ - ١٠٠٠ وهكذا .

وبالطبع يجب استخراج الجذور التربيعية للكميات الصحيحة الأعداد التي اخترناها ، وأن نستمر بنفس العمليات التي تتبعها في حالة الكميات الحقيقية التي أردنا تمثيلها على الخريطة . ويجب أن نلاحظ أيضاً أن أكبر دائرة في مفتاح القياس (و بالتالي الكمية التي تمثلها هذه الدائرة) ينبغي أن تكون أكبر من أي دائرة موقعة على الخريطة .

٣ - طريقة الخط المتساوي الأقسام : (شكل ٣ – ١)
وهذه أيضاً طريقة سهلة و عملية في نفس الوقت . فهي إلى جانب تسهيل عملية استخراج الجذور التربيعية للكميات الحقيقية التي لدينا ، تعطينا مباشرة مقياس رسم الدوائر الذي يمكن نقله إلى أحد أركان الخريطة ، و تتلخص هذه الطريقة في رسم خط مستقيم على ورقة مربعات ، ثم نفحص الكميات العددية التي لدينا (مثلا إنتاج بعض حقول البترول أو عدد سكان بعض المدن) فإذا كانت هذه الأعداد المطلقة تقع بين صفر و ١٠,٠٠٠ نقسم الخط الذي رسمناه إلى عشرة أقسام متساوية بحيث يأخذ كل قسم قيمة عدد صحيح بعد الصفر أي يبدأ الخط المقسم بصفر - ١٠٠٠ - ٢٠٠٠ - ٣٠٠٠ إلخ حتى ١٠ ,٠٠٠ . ثم نستخرج الجذور التربيعية لهذه الأعداد الصحيحة ذاتها (وليس لأعداد الكميات التي نريد تمثيلها فالمفروض أن أي عدد منها يقع بين عدد من صحيحين على المقياس الخطى الذي رسمناه) ولا بد ان نكتب عند نهاية كل قسم على المقياس الخطي العدد الذي يمثله هذا القسم أو ذاك ، وبعد استخراج الجذور التربيعية للأعداد الصحيحة على المقياس ، وسوف تكون في هذا المثال : ٣١,٦ – ٤٤,٧ – ٥٤,٨ الخ حتى ١٠٠ نوجد أطوالا مناسبة لهذه الجذور ، ثم نرسم خطوطا عمودية على المقياس الخطي طول كل منها يتناسب مع قيمة العدد الصحيح على المقياس الخطي وبعد أن يتم رسم هذه الأعمدة نوصل نهاياتها بخط منحني ينتهي تدريجيا عند الصفر .

وتتمثل الخطوة التالية في فحص الكميات العددية الحقيقية التي نريد تمثيلها بالدوائر النسبية ، فإذا كان لدينا كمية مقدارها مثلا ١٤٥٠ ، فنبدأ بتحديد مكان هذا العدد على المقياس الخطى بين العددين الصحيحين ١٠٠٠ و ٢٠٠٠ ثم نقيس المسافة المحصورة بين مكان هذا العدد على المقياس الخطى وبين المنحنى الأعلى هذه المسافة تمثل قطر الدائرة التي يجب أن تمثل الكمية الحقيقية ١٤٥٠ فإذا نصفنا هذا القطر ، عرفنا طول نصف القطر الذي يجب أن نرسم به مباشرة هذه الدائرة . وهكذا نستمر بنفس الطريقة لمعرفة أطوال أنصاف أقطار دوائر الكميات الحقيقية الأخرى ، مثلا ٣٢٠٠ - ٦٧٢٥ - ٩٨٠٠ .

أما إذا كانت الكميات التي تريد تمثيلها تقع بين صفر ومليون ، أو بين صفر و خمسة ملايين (أو عشرة ملايين) ، فيمكن أن نتبع نفس الطريقة السابقة بان نقسم الخط إلى عشرة أقسام متساوية ولكنها تبدأ هذه المرة من صفر وتنتهي عند المليون ، أو تبدأ من الصفر وتنتهي عند ٥ مليون وهكذا ولكن المهم أن تكون الأقسام العشرة على الخط القياسي متساوية تماما ، بحيث يمكن تقسيم كل قسم منها بدوره إلى عشرة أقسام متساوية وهكذا .



شكل رقم (٣) بعض طرق قياس انصاف اقطار الدوائر النسبية

٤- طريقة الخط القياسي المقسم حسب الجدور التربيعية للكميات العددية :

وهذه طريقة أخرى لمعرفة أنصاف أقطار الدوائر النسبية التي نريد رسمها و تتلخص خطواتها في رسم خط قياسي تقسيماته محسوبة من الصفر أيضا ولكن مسافات هذه التقسيمات تتباعد من الصفر تباعداً نسبياً حسب قيم الجذور التربيعية للكميات المراد تمثيلها . وقد يكون هذا الخط بأي طول نختاره مناسبا لأكبر جذر تربيعي لدينا ومن الطبيعي أنه كلما ازداد طول هذا الخط النسبي كلما كان التدرج دقيقاً بين القيم ولكي نوضح هذه الطريقة سوف نختار نفس الكميات الحقيقية التي ذكرناها في المثال السابق مباشرة وهي . ١٤٥٠ - ٣٢٠٠ - ٦٧٢٥ - ٩٨٠٠ ثم نستخرج جذورها التربيعية التي ستكون على الترتيب :

٣٨,١ – ٥٦,٥ - ٨٢ - ٠٩٩ (شكل ٣ - ب) .

تعين أكبر عدد في هذه الجذور التربيعية ، وهو ٩٩ في هذا المثال ، و نعطي له قيمة طولية بالمليمترات مثلا وسوف نفترض هنا أنه = ٩٩ مم ، وعلى هذا الأساس يصبح طول الخط القياسي الممثل لأكبر كمية لدينا ٩٩ مم ، ونكتب عند نهاية هذا الطول على الخط مقدار الكمية الحقيقية (وهي هنا ٩٨٠٠) .

نوقع بعد ذلك أطوال الجذور التربيعية للكميات الأخرى ، بحيث يتحدد مكانها النسي على طول الخط مقاسه من الصفر ، وعلى هذا الأساس يصبح طول الجذر التربيعي للكمية التالية مباشرة ٨٢ مم محسوبة من الصفر (نكتب عند نهايتها الكمية التي تمثلها وهي هنا ٦٧٢٥) وكذلك يصبح طول الجذر التربيعي للكمية التي تليها ٥٦,٥ مم . وهكذا تستمر في توقيع باقي الكميات على طول هذا الخط .

وبعد أن تتم عمليات التحديد هذه على الخط القياسي ، نرسم خطا مائلا بأي زاوية حادة من نقطة الصفر وتعتمد درجة هذه الزاوية على مقدار مساحة أكبر دائرة نريد رسمها على الخريطة التي أمامنا ، فنكبر الزاوية إذا أردنا أن تكون الدوائر كبيرة والعكس صحيح ثم نرسم خطوطا عمودية من نقط تقسيم الخط القياسي لكي تقابل الخط المائل وفي هذه الحالة سوف نجد أن كل خط عمودي يمثل نصف قطر الدائرة التي تمثل الكمية الموقعة على الخط القياسي أي الكميات الحقيقية التي نريد تمثيلها ويحسن باتباع نفس الطريقة - أن نوقع على الخط القياسي بعض قيم الأعداد الصحيحة - مثلا ١٠٠٠ و ٥٠٠٠ و ٧٠٠٠ الخ وبهذا يتم عمل المقياس الذي يمكن نقله في ركن الخريطة لكي يصبح مفتاحاً لقياس الدوائر المرسومة على الخريطة .

وهكذا نرى من كل الطرق السابقة ان استخراج الجذور التربيعية للكميات المراد تمثيلها امر ضروري لكي نرسم دوائر نسبية لها ومن الواضح أن مساحات هذه الدوائر ستكون متناسبة تماما مع أعداد الكميات التي تمثلها تناسبا رياضياً صحيحاً - بحيث تكون مساحة الدائرة التي تمثل مدينة عدد سكانها ٢ مليون نسمة ضعف مساحة الدائرة التي تمثل المدينة ذات المليون نسمة .

ولكن بالرغم من حقيقة هذا التناسب الصحيح إلا أن الإحساس المرئي بالنسبة لعين القاري ، لن يكون في الغالب إحساساً صحيحاً عندما يقارن بين مساحات هذه الدوائر وهذه هي المشكلة الرئيسية التي حملت أحد الكرتوجرافيين المحدثين على ابتكار طريقة أخرى محورة لرسم الدوائر المتدرجة ، وهي الطريقة التي سنعرضها فيما يلى ، مع تطبيقها على سكان بعض المدن المصرية .

ثانيا : طريقة " جيمس فلانرى " لرسم الدوائر المتدرجة :

في هذه الطريقة الحديثة ، سوف لا نستخدم الجذور التربيعة مباشرة للكميات المراد تمثيلها وإنما سنتبع خطوات رياضية أخرى تؤدي في النهاية إلى تحوير أو تعديل في الجذور التربيعية - إذا صح هذا التعبير .

وقد ابتكر هذه الطريقة الأستاذ " جيمس فلانرى " J . Flannery ، وقدمها في رسالته عام ١٩٥٦ فقد كانت مسالة تناسب مساحات الدوائر النسبية من حيث الإحساس البصري تشغل بال هذا الكرتوجرافي ، فقام ببحث شامل في هذا الموضوع ، وخرج من دراسته بالنتيجة التالية : عندما نقارن بين مساحات دوائر نسبية فإن إحساسنا النظري لن يكون محدداً كإحساسنا الذي نشعر به عندما نقارن بين خطوط أو أعمدة مستقيمة ، وبالتالي يميل قارئ الخريطة إلى بخس وعدم تقييم مساحات الدوائر الكبرى بالنسبة المساحات الدوائر الصغرى ولتوضيح هذا الرأي سوف نشير إلى مثال المدينتين : عدد سكان الأولى مليون نسمة ، والثانية ٢ مليون فاذا اتبعنا خطوات العمل الصحيحة ، والتي أشرنا إليها في الطريقة الرياضية المألوفة فلابد أن تكون مساحتا الدائرتين الناتجتين بنفس النسبية أي ٢:١ ولكن قارئ الخريطة عندما ينظر إليها قد لا يعتقد أن عدد سكان المدينة الثانية يمثل ضعف عدد سكان المدينة الأولى (رغم اقتناعه بكبر عدد سكان المدينة الثانية عن سكان الأولى) وهنا تكمن مشكلة الإحساس النظري بمساحات الدوائر فحينما نتبع الخطوات الرياضية الصحيحة ونجعل مساحات الدوائر متناسبة تناسياً صارماً مع الكميات التي تمثلها نكون في الحقيقة قد عملنا على تقليل أو اختزال ، الحجم الظاهر ، للدوائر الكبرى بالنسبة للدوائر الصغرى . فإذا أراد الكرتوجرافي أن يبرز قيمة الدوائر الكبرى فلابد أن يكبر المقياس النسبي لكل الدوائر ولكن ذلك سوف يضعه أمام مشكلات جديدة و منها مثلا أن مساحات الدوائر الكبيرة قد تتداخل بشكل معقد ، أو أن مساحاتها لا تتناسب مع أبعاد الخريطة كما أن ذلك قد ينتج عنه زيادة اهتمامنا البصري بالدوائر الصغيرة على حساب الدوائر الكبرى .

ومن هذا المفهوم تمكن " فلانري " بعد تجارب كثيرة من أن يصمم مقياساً جديداً لمساحات الدوائر المتدرجة ، يمكن أن ينقل للقارئ انطباعا معقولا التوزيع الذي تريد إظهاره على الخريطة . و تتمثل طريقته لإنشاء هذه الدوائر في اتباع الخطوات التالية :

١ - نكشف أولا عن لوغاريتمات الأعداد التي نريد تمثيلها(في الجداول الرياضية).

٢- ثم نضرب كل لوغاريتم x ٠,٥٧ .

٣ - نكشف عن الأعداد المقابلة (في الجداول الرياضية) x الناتج الخطوة السابقة .

٤- نعتبر هذه الأعداد المقابلة أنصاف أقطار للدوائر التي سنرسمها - وذلك بالطبع بعد تحويل هذه الأعداد إلى أطوال قياسية بالمليمترات أو السنتمترات (باي طريقة من الطرق الأربعة التي أشرنا إليها من قبل) .

وقبل أن نعطي مثالا يوضح هذه الخطوات ، ينبغي أن نشير إلى أن " فلانرى" اتبع في الخطوات السابقة طريقة رياضية معروفة تؤدي في النهاية إلى استخراج الجذر التربيعي لأي عدد نريده ، وذلك باستخدام جداول اللوغاريتمات والاعداد المقابلة لها ، وهي موجودة في الجداول الرياضية العادية . ومن السهل في الواقع معرفة طريقة الكشف عن لوغاريتم أي عدد مقابله ويجد القارئ شرحاً واضحاً لهذه الطريقة في مقدمة أي كتاب الجداول الرياضية .

فمن المعروف رياضياً أن الجذر التربيعي لأي عدد

= العدد المقابل ل $\frac{\text{لو العدد}}{2}$

او = العدد المقابل ل " لو (العدد) " * ٠,٥

فمثلا إذا أردنا استخراج الجذر التربيعى للعدد ١٢٢٥ بهذه الطريقة ، نبدأ أولا بالكشف عن (لو ١٢٢٥) في الجداول الرياضية ، وسوف نجده = ٣,٠٨٨١ ثم نضر به X ٠,٥ وسوف نجده = ١,٥٤٤٠٥ وبالكشف عن العدد المقابل لهذا الناتج ، فسوف نجده = ٣٤,٩٩ أي ٣٥ .

والواقع أن ٣٥ هذه هي الجذر التربيعى للعدد ١٢٢٥ .

هكذا نرى أن " فلانري " اتبع نفس الطريقة الرياضية السابقة ، ولكنه بدلا من أن يضرب لو العدد x ٠,٥ لكي يحصل في النهاية على الجذر التربيعي الصحيح للعدد نجده بضرب " لو (العدد) x ٠,٥٧ ثم يستمر في باقي الخطوات التي ذكرناها .

ولكن لماذا اختار " فلانري " القيمة ٠,٥٧ بالذات والتي سينتج عن استخدامها تغيير أو تحوير واضح في الجذور التربيعية للكميات التي نريد تمثيلها ؟

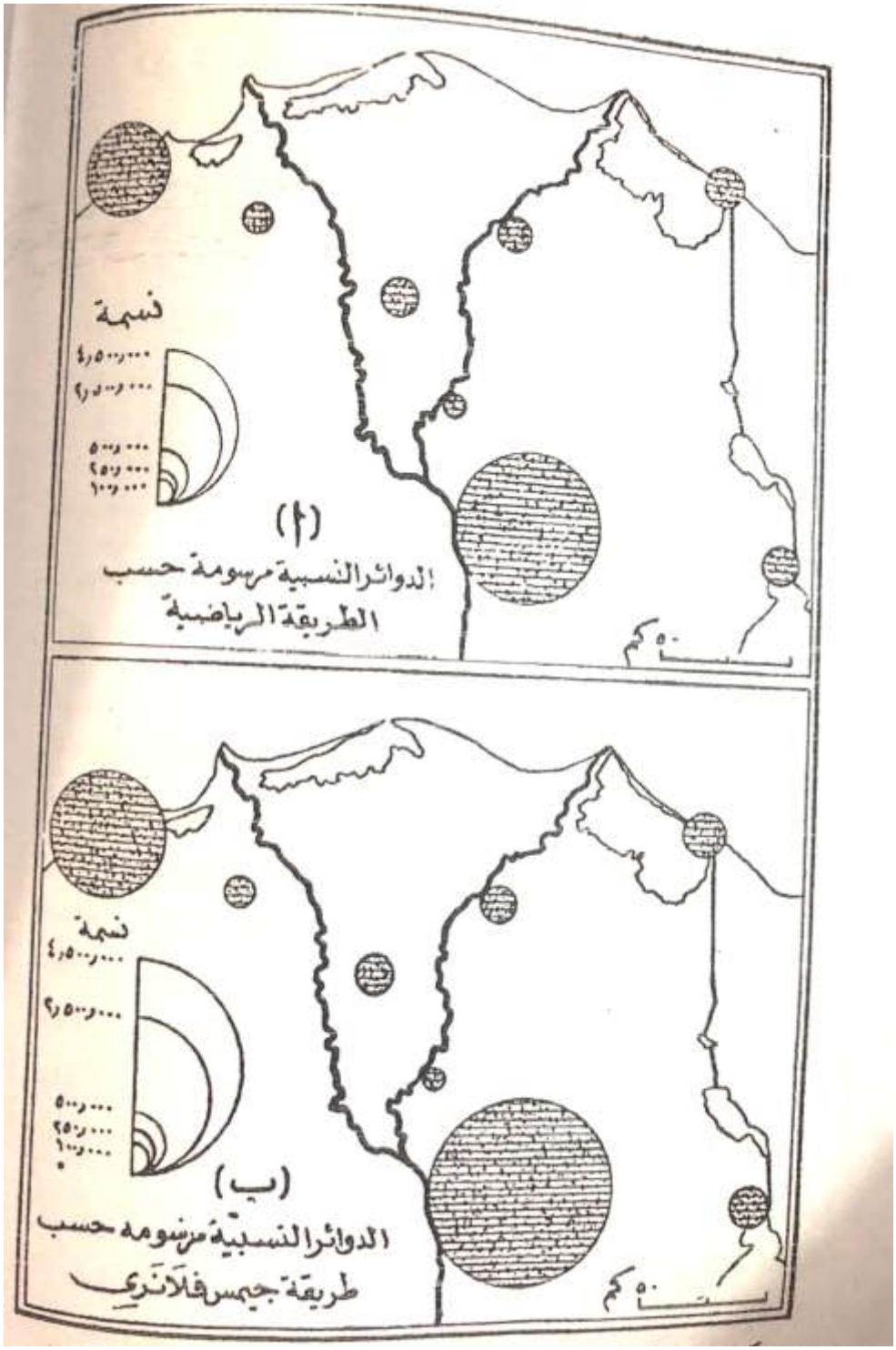
يرى هذا الباحث أنه عندما نضرب " لو (العدد) X ٠,٥٧ بدلا من ٠,٥ فسوف يؤدي ذلك إلى زيادة نسبية في مساحة الدوائر الاكبر ، وبذلك تبدو لعين القارئ في تناسب لائق مع الدوائر الأصغر ، ولابد بعد هذه الخطوة من الكشف عن العدد المقابل للناتج ، لأن هذا العدد المقابل سوف يعطينا الجذور التربيعية المعدلة أو المحورة ، للكميات التي لدينا ثم نحولها بعد ذلك إلى أطوال قياسية مناسبة نرسم منها أنصاف أقطار الدوائر .

وقد اخترنا بعض المدن المصرية لتمثيل عدد سكانها بالدوائر النسبية حسب طريقة " فلانرى " واتبعنا نفس خطوات العمل كما يوضحا جدول رقم (١)

جدول رقم (١) تطبيق طريقة " فلانرى " لرسم دوائر نسبية تمثل سكان بعض المدن المصرية :

ت	المدينة	عدد السكان ١٩٦٦	لو (العدد)	لو x ٠,٥٧	العدد المقابل (الجذور المعدلة)
١	القاهرة	٤,٢١٩,٨٥٣	٦,٦٢٥٢	٣,٧٧٦٣٦٤	٥٩٧٤
٢	الاسكندرية	١,٨٠١,٠٥٦	٦,٢٥٥٥	٣,٥٦٥٦٣٥	٣٦٧٨
٣	بور سعيد	٢٨٢,٩٧٧	٥,٤٥١٦	٣,١٠٧٤١٢	١٢٨٠
٤	السويس	٢٦٤,٠٩٨	٥,٣٦١٥	٣,٠٩٠٣١٢	١٢٣١
٥	طنطا	٢١٩,٩٧٨	٥,٢٨١٩	٣,٠٥٦٠٥٥	١١٣٨
٦	المنصورة	١٩١,٤٥٩	٥,٢٨١٩	٣,٠١٠٦٨٣	١٠٢٤
٧	دمنهور	١٤٦,٠٧٩	٥,١٦٤٤	٢,٩٤٣٧٠٨	٨٧٨,٤
٨	بنها	٦٣,٨٤٩	٤,٨٠٥١	٢,٧٣٨٩٠٧	٥٤٨,١

وحتى نستطيع أن نقارن بين مساحات الدوائر المرسومة تبعاً لطريقة فلانري ، (شكل رقم ٤) و مساحات الدوائر المرسومة تبعا للطريقة الرياضية المألوفة والتي نستخدم فيها الجذر التربيعي مباشرة ، فقد استخدمنا نفس عدد سكان المدن المصرية في الجدول السابق ، ثم استخرجنا جذورها التربيعية وأعطيناها قيمة قياسية مناسبة ، نرسم على أساسها دوائر نسبية تتناسب مساحاتها تناسباً رياضياً صحيحاً مع أعداد السكان التي تمثلها.



شكل رقم (٤) تمثيل سكان بعض المدن المصرية بالدوائر النسبية