٢ - الدوائر النسبية lec 4

رأينا في القسم الأول من المحاضرة ، الصعوبات التي يمكن أن نواجهها عند استخدام الرمز الخطى لتمثيل الكميات ، وذلك فيما أشرنا إليه بالعمود النسبي ولكن هذه الصعوبات يمكن التغلب عليها بسهولة إذا أدخلنا في حسابنا البعد الثاني (أي المساحة) ، ومن ثم يقدم لنا رموزاً مساحية ، تتناسب مساحاتها مع الكميات التي تمثلها . وأوضح الرموز في هذا الخصوص هي الدائرة والمربع ولكن لما كانت الدائرة أسهل كثيراً في رسمها ، فهي أكثر شيوعا واستخدام من المربع .

وهنا تظهر لنا على الفور مزايا استخدام ((المساحة)) بدلا من ((الطول)) في التمثيل الكمي . فمن المعروف أن مساحة الدوائر - أو المربعات - تتناسب مع مربع نصف القطر في حالة الدوائر ، أو مربع طول الضلع في حالة المربعات وبالتالي نجد أن الرمز الخطى الذي كان طوله مائة مرة قدر طول غيره ، يحتاج الآن إلى أن تحل مكانه دائرة (أو مربع) أكبر عشرة مرات فقط من غيرها . وهذا يجعلنا أقدر على التعامل مع اكثر قيم من الكميات المتباينة ، والتي يمكن تمثيلها برموز واضحة و مقروءة .

على أن كثرة و تزاحم الدوائر النسبية في الحيز الضيق من الخريطة تثير أمامنا مشكلة أخرى . ففي حالة الأعمدة رأينا أنه من الممكن حتى في المواضع المزدحمة والمتقاربة أن نوفق بين الأعمدة بسهولة ، وليست هناك صعوبة في أن يجد كل عمود مكانه إلى جانب الآخر . ولكن الدوائر(والمربعات) النسبية ليس من السهل التوفيق بينها في حالة التزاحم ، وكثيرا ما يكون تداخل هذه الدوائر في بعضها البعض هو الحل الممكن الوحيد .

وتعتبر الدوائر النسبية من أقدم الرموز الكمية استخداما في التمثيل الإحصائي ، كما أنها أكثرها شيوعا ، وكان أول استخدام للدائرة النسبية في بداية القرن التاسع عشر حينما رسمت كأشكال بيانية لتصوير نتائج التعدادات السكانية آنذاك على ان اول استخدام للدوائر النسبية الموقعة على الخرائط كان في العقد الثالث من القرن التاسع عشر حينما رسمت لتمثيل سكان المدن الايرلندية . ومنذ ذلك الوقت بدا استخدامها في خرائط التوزيعات واخذ يزداد باطراد.

تستخدم الدوائر النسبية لتمثيل الكميات الجغرافية عندما يكون المجموع العددي أكثر أهمية من تفاصيل الموقع و بالتالي يمكن أن نستفيد من استخدام هذه الدوائر في حالتين أساسيتين :

١.عندما يكون العدد الإجمالي كبيرا نسبياً ، ولكنه يتمثل في موضع محدود أو في مساحة صغيرة جداً - كما هو الحال عند تمثيل سكان المدن بالدوائر النسبية او تمثيل إنتاج المناجم أو المصانع .

٢- عندما نريد تمثيل كميات إجمالية لمناطق أو أقاليم أو دول - مثل تمثيل سكان لمحافظات العراق بالدوائر النسبية ، أو إنتاج البترول في البلاد العربية . ففي مثل هذه الأحوال يمكن اعتبار كل محافظة أو إقليم بمثابة نقطة مركزية أو موضع نقطي على الرغم من الامتداد المساحي لكل محافظة أو لكل إقليم من هذه الأقاليم .

طرق إنشاء الدوائر النسبية :-

هناك طريقتان لإنشاء الدوائر النسبية او الدوائر المتدرجة graduated circles كما يسميها الأمريكيون وهما :

١.الطريقة الرياضية المألوفة .

٢. الطريقة الحديثة التي ابتكرها أخيراً الأستاذ جيمس فلانرى J. Flannery وهي لم تنتشر بعد ربما لحداثتها وكثرة ما تتطلبه من عمليات رياضية .

اولا : الطريقة الرياضية لرسم الدوائر النسبية :

من المعروف رياضيا أن مساحة الدائرة = (ط نق٢)

حيث أن (ط) هي النسبة بين محيط الدائرة وطول قطرها وهي تساوي $\frac{22}{7}$

كما ان(نق ٢) تعنى مربع نصف القطر أي نصف القطر مضروبا في نفسه .

ومعنى هذا انه إذا كانت لدينا دائرة نعرف طول نصف قطرها وليكن مثلا ٧ سم ونريد أن نعرف مساحة هذه الدائرة بالسنتيمتر المربع فما علينا الا ان نطبق القانون السابق وهو :

مساحة الدائرة = (ط نق٢)

$= \frac{22}{7} * 7^2$

$= \frac{22}{7} * 49 = 154$سم٢ .

وبالمثل ، إذا كانت لدينا دائرة مساحتها معروفة ، ولتكن مثلا ١٥٤ سم٢ ونريد أن نعرف طول نصف قطر هذه الدائرة ، فينبغي أن نطبق ايضا القانون السابق :

مساحة الدائرة = (ط نق٢)

١٥٤ سم = $\frac{22}{7}$ * نق٢ =

نق٢ = $\frac{154}{\frac{22}{7}}$ = ١٥٤ * $\frac{7}{22}$ = ٤٩ سم

أي أن مربع نصف قطر هذه الدائرة = ٤٩ سم ، ولكننا نريد أن نعرف نصف القطر نفسه (نق) و ليس مربع نصف هذا القطر وهذه مسألة سهلة إذا عرفنا اجدر التربيعي للعدد ٤٩ (الذي يساوي نق٢) ومن ثم نستمر في العملية الرياضية كما يلى :

لما كانت (نق٢) = ٤٩

نق = $\sqrt{٤٩}$ = ٧ سم وهو نصف قطر هذه الدائرة .

هذا المثال الأخير هو ما سوف نطبقه تماما في رسم الدوائر النسبية التي نوقعها على خريطة توزيعات ، تبين مثلا توزيع سكان بعض المدن فإذا كان لدينا مدينتان ، عدد سكان أولاهما . . . . , ... ,١ نسمة ، وثانيها . . . . , ... ,٢ نسمة ونريد تمثيلها بدائرتين نسبيتين أي أن مساحة كل دائرة منها تتناسب مع عدد السكان الذي تمثله فيجب ان تكون مساحة الدائرة الثانية (المدينة الثانية) ضعف مساحة الدائرة الاولى تماما وهذا امر سهل الأداء إذا طبقنا القانون السابق على هذه الحالة ، كما يلي:

مساحة الدائرة الأولى (وتمثل . . . . , ... , ١) = (ط نق٢)

مساحة الدائرة الثانية (وتمثل . . . . , ... , ٢) = (ط نق٢)

ولما كانت (ط) مقدار ثابت لا يتغير ، فيمكن إهماله و التغاضي عنه عند تمثيل عدة كميات بدوائر المهم أن تتناسب مساحاتها مع هذه الكميات التي تمثلها مثل تمثيل عدد سكان عدة مدن أو تمثيل إنتاج عدة حقول البترول . إذن يمكن إهمال مقدار (ط) وذلك لتسهيل العمليات الحسابية ، ويصبح حل المثال السابق كما يلى :

. . . , ... , ا = نق٢

. . . , ... , ٢ = نق٢

أي أن العدد . . . . , ... , ١ هو نفسه مربع نصف قطر ، الدائرة الأولى ، والعدد . . . . , ... ,٢ هو نفسه مربع نصف قطر الدائرة الثانية ، وهكذا إذا كانت لدينا أعداد لمدن أخرى نريد تمثيلها بالدوائر ولكن لكي نرسم هذه الدوائر النسبية فلابد أن نعرف نصف القطر أي نعرف طوله بالسنتيمتر مثلا لكي نفتح الفرجار على مسافة هذا الطول و نبدأ في رسم الدائرة .

وما دمنا قد وصلنا إلى الحقيقة السابقة ، وهي أنه إذا كان لدينا مجموعة من الأعداد (الكميات) نريد تمثيلها بالدوائر النسبية ، فيجب أن ننظر إلى هذه الأعداد نفسها على أنها عبارة عن مربع نصف القطر (نق٢) للدوائر التي ستمثلها . و بالتالي إذا استخرجنا الجذورالتربيعية لنفس هذه الأعداد ، فإننا سوف نحصل على نصف القطر (نق) وهو ما نريد أن نعرفه لكي نرسم هذه الدوائر .

اذن المدينة التي يبلغ عدد سكانها . . . . , ... ,١ يصبح نصف قطر الدائرة التي ستمثلها كما يلي :

. . . , ... ,١ = ١٠٠٠ وهذا يمثل نصف قطر الدائرة الأولى

وبالمثل . . . , ... ,٢ = ١٤١٤ وهذا يمثل نصف قطر الدائرة الثانية

ولكن كيف نرسم دائرة نصف قطرها ١٠٠٠ (ملليمتر مثلا) ودائرة أخرى نصف قطرها ١٤١٤ مم ؟ الواقع أنه غالبا ما تكون الجذور التربيعية التي نستخرجها للأعداد التي لدينا ، ذات أعداد كبيرة - كما في المثال السابق - يستحيل قياسها على خريطة صغيرة محدودة الأبعاد ، حتى ولو اعتبرنا الأعداد التي تمثلها الجذور التربيعية بالملليمتر .

ولهذا فلابد أن نختار قيمة قياسية أساسية سواء بالسنتيمتر أو الملليمتر ، يمكن على أساسها أن نحول أعداد الجذور التربيعية الناتجة لدينا إلى أطوال متناسبة تمثل مباشرة أنصاف أقطار الدائرة ، وفي العادة نعطي هذه القيمة الأساسية لأصغر جذر تربيعى لدينا .

وهناك في الواقع عدة طرق لمعرفة أنصاف أقطار الدوائر النسبية ، وكلها طرق متشابهة و تؤدي إلى نتيجة واحدة ، ولكنها تختلف في كمية العمليات الحسابية المطلوبة . وتتمثل أهم هذه الطرق فيما يلى : -

١. <u>طريقة التناسب الحسابى :</u> وهذه طريقة مألوفة (اسمها الدارج طريقة المقص) ، و يمكن تطبيقها على المثال السابق نفسه فإذا اخترنا المسافة ٥ ملليمتر كقيمة أساسية للجذر التربيعي ١٠٠٠ ، فإن :

١٠٠٠ = ٥ مم (نصف قطر الدائرة الأولى على الخريطة)

١٤١٤ = س مم (نصف قطر الدائرة الثانية على الخريطة)

س = $\frac{5*1414}{1000}$ = ٧,١ مم . تقريبا

ونستمر بنفس الطريقة إذا كانت لدينا جذور تربيعية لكميات أخرى نريد تمثيلها في نفس الموضوع ، ثم نبدأ في رسم الدوائر على أساس أطوال أنصاف الأقطار المتناسبة .

ومن الواضح أن القيمة القياسية الأساسية قيمة اختيارية ، نحن الذين نختارها كبيرة أو صغيرة حسب مساحات الدوائر التي نريدها ، ولكن ذلك يعتمد على مساحة الخريطة التي أمامنا . فينبغي أن تتوافق مساحات الدوائر النسبية مع أبعاد الخريطة التي لدينا ، بحيث لا تظهر أكبر دائرة ((كبيرة جداً)) و أصغر دائرة ((صغيرة جداً)) بالنسبة لمساحة الخريطة .

وبعد أن يتم رسم الدوائر (مركز كل دائرة فوق الموضع الذي تمثله هذه الدائرة) يجب رسم مفتاح أو مقياس في أحد جوانب الخريطة لكي يستطيع القارئ بمساعدة هذا المفتاح أن يعرف القيمة التي تمثلها أي دائرة على الخريطة ، وسوف نشير إلى خطوات عمل مفتاح قياس الدوائر في الطريقة التالية .