**المبرهنات :** استنتج اقليدس (48) مبرهنة وفيما يلي سنعرض المبرهنات (1) ، (4) ، (9) و (10) .

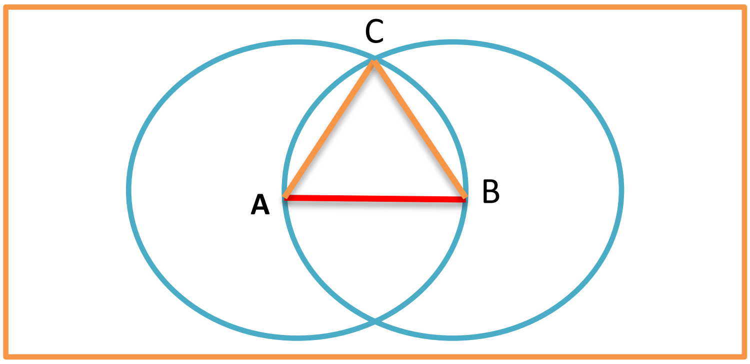
**مبرهنة (1) :**( كيفية رسم مثلث متساوي الاضلاع على مستقيم معلوم ومنتهي في الطول بتعبير اخر لأي قطعة يوجد مثلث متساوي الاضلاع له القطعة كضلع)

**المعطيات :** يوجد قطعة مستقيم AB .

**المطلوب اثباته :** من القطعة AB يمكن رسم مثلث متساوي الاضلاع له القطعة كضلع .

**البرهان :** لتكن AB قطعة . من البديهية (3) توجد دائرة مركزها A ونصف قطرها AB وكذلك توجد دائرة مركزها B ونصف قطرها AB

لتكن C نقطة تقاطع الدائرتين. من البديهية (1) توجد القطعتان AC,BC ومن تعريف الدائرة ( الدائرة هي شكل مستوي محاط بخط بحيث ان كل أجزاء المستقيمات الواقعة على الخط من نقطة واحدة مشتركة داخل الشكل تكون متساوية فيما بينها )




BC=AB و AC=AB ولذلك AB = BC = AC وبهذا يكون المثلث ABC متساوي الاضلاع.

**النقد :** نلاحظ في هذه العملية ان اقليدس لم يبين لنا ان النقطة C موجودة حيث انه لا توجد بديهية عن تقاطع دائرتين وحتى لو فرضنا وجود النقطة C فمن المحتمل وقوعها على المستقيم AB وفي هذه الحالة لا يوجد المثلث ABC

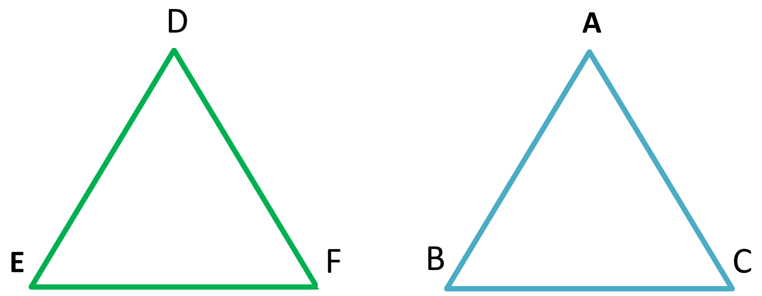
نلاحظ كذلك من البديهية (1) انه لكل نقطتين مختلفتين توجد قطعة مستقيم تصل بينهما ولكن لم يذكر اقليدس شيئاً عن وحدانية القطعة.

وكذلك ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة تكون مثلثاً واحداً فقط وهذا لا يمكن برهانه من بديهيات اقليدس . في الواقع ان اقليدس لا يُعرِف المثلث بصورة عامة ولكنه يعرف مثلثات خاصة.

**مبرهنة ( 4 ) :** اذا تساوى ضلعان والزاوية المحصورة بينهما من مثلث مع ضلعين والزاوية المحصورة بينهما من مثلث اخر على التناظر يتساوى المثلثان وتتساوى الزوايا الباقية و الضلع من احدهما مع نظيره من الاخر.

**المعطيات :** في المثلثين ABC , DEF ، <A = <D ، DE=AB و DF=AC .

**المطلوب اثباته :** <E = <B ، <F = <C ، EF=BC .




**البرهان:**

يوضع المثلث ABC على المثلث DEF بحيث ان الرأس A يقع على الرأس D والضلع AB على الضلع DE

وبما ان AB=DE فان النقطة B تقع على E وبما ان <D = <A فان الضلع AC يقع على الضلع DF

وبما ان AC=DF فان الرأس C يقع على الرأس F لذلك فان

< C = < F , < B = < E , BC = EF

**النقد :** استعمل اقليدس في برهانه هذا طريقة نقل الاشكال كطريقة للبرهان

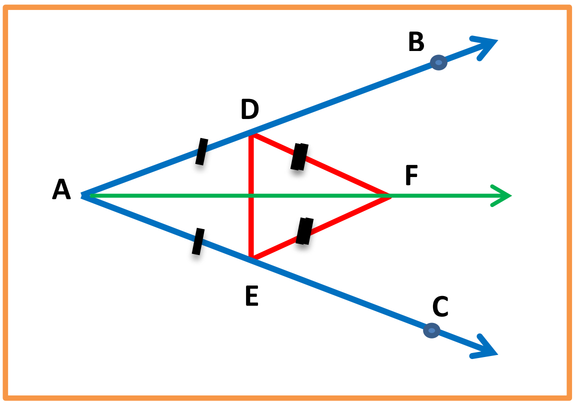
قد يكون هذا صحيحا في بعض الحالات ولكن تحريك مثلث غير ممكن فيزيائيا اذ لا يمكن بقاء الاشكال على حالها بدون ان تتغير .

**مبرهـــنة (9):** كيفية تنصيف زاوية مستوية.

**المعطيات :** توجد الزاوية المستوية BAC .

**المطلوب اثباته :** تنصيف الزاوية BAC .

**البرهان :**



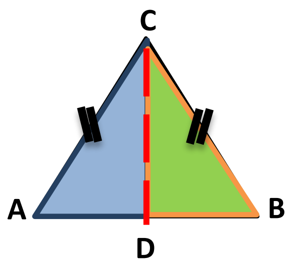
لتكن BAC زاوية ولتكن D نقطة على الضلع AB توجد نقطة E على الضلع AC بحيث ان AD = AE ( من اكبر مستقيمين معلومين كيفية قطع جزء يساوي اصغر المستقيمين ) ومن مبرهنة (1) يوجد مثلث متساوي الاضلاع EDF

ان الشعاع AF هو المنصف المطلوب للزاوية BAC لأنه من مبرهنة (8) ( اذا ساوى ضلعان في مثلث ضلعي اخر على التوالي وتساوت قاعدتهما تساوت زواياهما على التناظر)

يتساوى المثلثان ADF,AEF وبذلك فان <FAD = <FAE يؤدي الى ان

<BAF = <CAF

**النقد :** يعتمد اقليدس في هذا البرهان على الرسم اذ كيف برهن ان AF يقع في داخل الزاوية.




**مبرهنـــة (10) :** كيفية تنصيف قطعة مستقيم .

**المعطيات** : يوجد قطعه مستقيم AB .

**المطلوب اثباته :** تنصيف قطعة المستقيم AB .

**البرهان :** لتكن AB قطعة مستقيم ، من المبرهنة (1) يوجد مثلث متساوي الاضلاع ABC ومن المبرهنة (9) تنصف الزاوية ACB

لتكن D نقطة تقاطع هذا المنصف مع الضلع AB التي تقع بين A و B

من المبرهنة (4) يتساوى المثلثان ACD,BCD ( بضلعين AC = BC والضلع المشترك CD , و الزاوية ACD=DCB ) ومنه نستنتج ان AD = DB

**النقد :** قاطع اقليدس المنصف و AB في نقطة D التي من المحتمل ان تكون غير موجودة كذلك استخدم مفهوم ( البين ) بدون ان يتطرق اليه .