الفصل الخامس – التطابق و المقارنة

بديهية(1 *) (بديهية إ نشاء قطعة)

لتكن $A-B$ قطعة، C نقطة على الخط m فإنه كل شعاع على m نقطة بدايته C توجد نقطة واحدة فقط D بحيث أن $A-B=C-D$

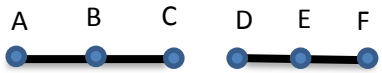
بديهية (2 *) (تطابق القطع هو علاقة تكافؤ)

نستنتج من هذه البديهية أن كل قطعة تطابق نفسها . وإذا كانت قطعة واحدة تطابق قطعة ثانية فإن الثانية تطابق الأولى. وإذا كانت القطعة الاولى تطابق قطعة ثانية والقطعة الثانية تطابق قطعة ثالثة فإنه الأولى تطابق الثالثة.

بديهية (3 *) (جمع القطع):

إذا كان $A-B-C$ و $D-E-F$ و $A-B\cong D-E$ و $B-C\cong E-F$

فإن $A-C\cong D-F$



مبرهنة (43) (طرح القطع):

إذا كان $A-B-C$ و $D-E-F$ و $A-B\cong D-E$ و $A-C\cong D-F$ فإن $B-C\cong E-F$.

المعطيات :

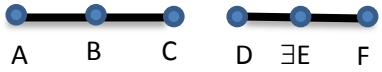
المطلوب اثباته :

البرهان: نفرض أن $B-C$ لا تطابق $E-F$ فإنه من بديهية (1 *) توجد نقطة G بحيث أن $D-E-G$ و $B-C\cong E-G$

كذلك بما أن $B-C$ لا تطابق $E-F$ فإنه من بديهية (2 *) نستنتج أن $E-F$ لا تطابق $E-G$ ومن هذا $F\neq G$ لكن بما أن $A-B\cong D-E$ ، $B-C\cong E-$ G فإنه من بديهية (3 *) $A-C\cong D-G$ ولكن من الفرض ان $A-C\cong D-$ F فيكون من بديهية (2 *) $D-F\cong D-G$ ومن البديهيتين (1 *) و(2 *)

نستنتج ان $F = G$ وهذا يقودنا إلى تناقض، لذلك فإن فرضيتنا خاطئة وبذلك نستنتج أن $B - C \cong E - F$.

مبرهنة (44) إذا كان $A - C \cong D - F$, B نقطة بحيث أن $A - B - C$ فإنه توجد نقطة E بحيث أن $D - E - F$, $A - B \cong D - E$.



مقارنة القطع

تعريف (20): $A - B$ تكون أصغر من $C - D$ إذا وجدت نقطة E بحيث أن $C - E - D$ و $A - B \cong C - E$ (يرمز للعبارة $A - B$ أصغر من $C - D$ بالرمز $A - B < C - D$) .

مبرهنة: (45):

إذا كانت $A - B$ و $C - D$ أي قطعتين فإن تتحقق واحدة فقط مما يأتي :

$$C - D < A - B \quad \text{او} \quad A - B \cong C - D \quad \text{او} \quad A - B < C - D$$

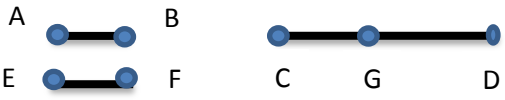
مبرهنة (46).

إذا كان $A - B < C - D$ و $A - B \cong E - F$ فإن $E - F < C - D$.

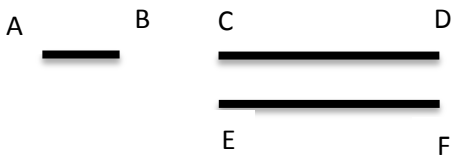
المعطيات :

المطلوب اثباته :

البرهان: بما أن $A - B < C - D$ فإنه توجد G بحيث أن $C - G - D$ و $A - B \cong C - G$ بما أنه من الفرض $A - B \cong E - F$ فإنه من بديهية $(2 *)$ $E - F \cong C - G$ لذلك من تعريف (20) يكون $E - F < C - D$.



مبرهنة: (47): إذا كان $A - B < C - D$ و $E - F \cong C - D$ فإن $A - B < E - F$.



المعطيات :

المطلوب اثباته :

البرهان: من تعريف (20) توجد نقطة G بحيث أن $C-G-D$ و$A-B \cong C-G$ من مبرهنة (44) توجد نقطة H بحيث ان $E-H-F$ و $E-H \cong C-G$ بما ان $A-B \cong C-G$ فإنه من بديهية (2*) $A-B \cong E-H$ لذلك فإن $A-B < E-F$.

مبرهنة: (48): إذا كان $A-B < C-D$ و $C-D < E-F$ فإن $A-B < E-F$.

المعطيات :

المطلوب اثباته :

البرهان: بما أن $A-B < C-D$ فإنه توجد نقطة G بحيث إن $C-G-D$ و $A-B \cong C-G$ بما أن $C-D < E-F$ فإنه توجد نقطة H بحيث أن $E-H-F$ و $C-D \cong E-H$ ومن مبرهنة (47) نستنتج ان

$A-B < E-H$ لذلك توجد نقطة I بحيث أن $E-I-H$ و$A-B \cong E-I$

بما أن $E-H-F$, $E-I-H$ فإنه من مبرهنة (4 الفصل الرابع)

$E-I-H-F$ لذلك $E-I-F$ وبذلك يكون $A-B < E-F$.