مقارنة الزوايا

تعريف (26): تكون زاوية ABC أصغر من زاوية DEF إذا وفقط يوجد شعاع $\overrightarrow{EH}$ في داخل $\measuredangle DEF$ بحيث $\measuredangle ABC \cong \measuredangle HEF$ ويرمز لهذا بالرمز:

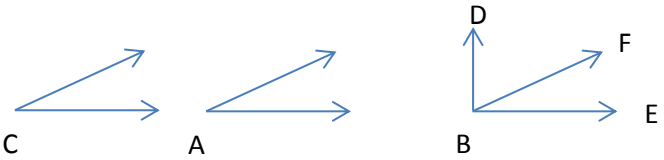
$$\measuredangle ABC < \measuredangle DEF$$

مبرهنة (52): لأي زوج من الزوايا وليكن $\measuredangle A, \measuredangle B$ فإنه تتحقق واحدة فقط مما يلي

$$\measuredangle A < \measuredangle B \ , \ \measuredangle A \cong \measuredangle B \ , \ \measuredangle B < \measuredangle A \ .$$

مبرهنة (53): إذا كان $\measuredangle B > \measuredangle A$ و $\measuredangle A \cong \measuredangle C$ فإنه $\measuredangle B > \measuredangle C$.

المعطيات : **المطلوب اثباته :**



البرهان: لتكن $\measuredangle DBE = \measuredangle B$ بما ان $\measuredangle A < \measuredangle B$ ومن تعريف (26) يوجد شعاع $\overrightarrow{BF}$ في داخل $\measuredangle B$ بحيث ان $\measuredangle A \cong \measuredangle FBE$

ومن الفرض $\measuredangle A \cong \measuredangle C$ فإنه من بديهية (5*) $\measuredangle C \cong \measuredangle FBE$ ومن تعريف (26) $\measuredangle B > \measuredangle C$.

مبرهنة (54) إذا كان $\measuredangle B > \measuredangle A$ و $\measuredangle B \cong \measuredangle C$ فإن $\measuredangle C > \measuredangle A$

البرهان: لتكن $\measuredangle DBE = \measuredangle B, \measuredangle GCH = \measuredangle C$

بما أن $\measuredangle B > \measuredangle A$ فأنه من تعريف (26) يوجد شعاع $\overrightarrow{BF}$ في داخل $\measuredangle B$ بحيث $\measuredangle A \cong \measuredangle FBE$.

$\measuredangle B \cong \measuredangle C, \overrightarrow{BF}$ في داخل $\measuredangle B$ فإنه من مبرهنة (55) { إذا كان $\measuredangle ABC \cong \measuredangle DEF$ وإن BG شعاع في داخل $\measuredangle ABC$ فإنه يوجد شعاع EH في داخل $\measuredangle DEF$ بحيث أن $\measuredangle ABG \cong \measuredangle DEH$ و $\measuredangle GBC \cong \measuredangle HEF$ }

يوجد شعاع $\overrightarrow{CI}$ في داخل $\measuredangle C$ بحيث $\measuredangle ICH \cong \measuredangle FBE$ وبما أن $\measuredangle FBE \cong \measuredangle A$ فإنه من بديهية (5*) $\measuredangle ICH \cong \measuredangle A$, ومن تعريف (26) $\measuredangle C > \measuredangle A$.

جمع وطرح الزوايا

مبرهنة (55): إذا كان $\measuredangle DEF \cong \measuredangle ABC$ وإن $\overrightarrow{BG}$ شعاع في داخل $\measuredangle ABC$ فإنه يوجد شعاع EH في داخل $\measuredangle DEF$ بحيث أن $\measuredangle DEH \cong \measuredangle ABG$ و $\measuredangle GBC \cong \measuredangle HEF$.

(مبرهنة جمع الزوايا – 56):

لتكن $\measuredangle ABC, \measuredangle DEF$ زاويتان لهما على التوالي الشعاعين $\overrightarrow{EH}, \overrightarrow{BG}$ يقعان داخليهما $\measuredangle HEF \cong \measuredangle GBC, \measuredangle DEH \cong \measuredangle ABG$ فإن $\measuredangle DEF \cong \measuredangle ABC$

البرهان:

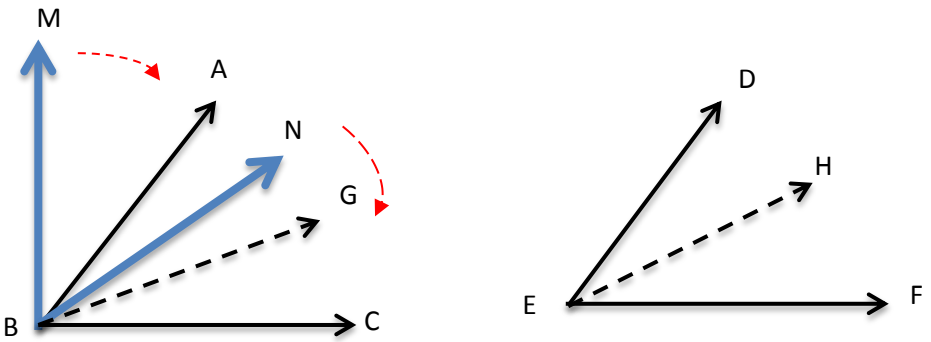
من بديهية (4*) يوجد شعاع $\overrightarrow{BM}$ في جهة الخط BC التي تحتوي على A بحيث ان $\measuredangle DEF \cong \measuredangle MBC$ بما أن $\overrightarrow{EH}$ في داخل $\measuredangle DEF$ فإنه من مبرهنة (55) يوجد شعاع $\overrightarrow{BN}$ في داخل $\measuredangle MBC$ بحيث إن $\measuredangle HEF \cong \measuredangle NBC$ ،

$< MBN \cong < DEH$

ولكن من الفرض $\measuredangle HEF \cong \measuredangle GBC$ لذلك من بديهية (5*)

$\measuredangle NBC \cong \measuredangle GBC$ ومن بديهية (4*) $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{BG}$

لذلك $\measuredangle ABG \cong \measuredangle DEH \cong \measuredangle MBN = \measuredangle MBG$



ومن هذا $\measuredangle ABG \cong \measuredangle MBG$ ومن بديهية (4*) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MB}$ لذلك

$\measuredangle DEF \cong \measuredangle MBC = \measuredangle ABC$ أي ان $\measuredangle DEF \cong \measuredangle ABC$

(مبرهنة طرح الزوايا – 57):

إذا كان $\measuredangle GFH \cong \measuredangle CBD$ و $\measuredangle HFE \cong \measuredangle DBA$ وإن الشعاعين $\overrightarrow{FE}, \overrightarrow{BA}$ يقعان في داخل $\measuredangle CBD, \measuredangle GFH$ على التوالي فإن $\measuredangle EFG \cong \measuredangle ABC$

البرهان: بما أن $\measuredangle GFH \cong \measuredangle CBD$ وإن $\overrightarrow{BA}$ شعاع في داخل $\measuredangle DBC$ فإنه من مبرهنة (55) يوجد شعاع $\overrightarrow{FI}$ في داخل $\measuredangle GFH$ بحيث ان $\measuredangle IFG \cong \measuredangle ABC$

$\measuredangle HFI \cong \measuredangle DBA$

لكن من الفرض $\measuredangle HFE \cong \measuredangle DBA$

فإنه من بديهية (*5) $\measuredangle HFI \cong \measuredangle HFE$ ومن بديهية (*4) $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{FI} \leftarrow$

$E = I \leftarrow$ بما ان $\measuredangle IFG \cong \measuredangle ABC \leftarrow \measuredangle EFG \cong \measuredangle ABC$