مثال: في مجتمع أحصائي مكون من (5) مفردات هي:

$(X_1 = 3 \;, X_2 = 41 \;, X_3 = 30 \;, X_4 = 11 \;, X_5 = 7)$

باعتبار أن هذا المجتمع يمثل [أعمار عائلة مكونة من خمس أفراد].

فماذا طلب منا معرفة توزيع المعاينة إذا علمت أن عدد المفردات في كل عينة مسحوبة هو (2) من المفردات ؟

الحل

① الخطوة الأولى هو إيجاد عدد العينات :-

$$\therefore C_n^N = \frac{N!}{n!\,(N-n)!}$$

$$\Rightarrow C_2^5 = \frac{5!}{2!\,(5-2)!} = \frac{5*4*3*2*1}{2*1*(3)!} = \frac{5*4*3}{3*2*1} = \boxed{10}$$

∴ تستطيع سحب (10) عينات من المجتمع والتي كل 5 مفردات بشرط أن تكون كل عينة تحتوي على مفردتين وكالآتي (للتوضيح) (دون تكرار) :-

(3, 41), (3, 30), (3, 11), (3, 7), (41, 30), (41, 11), (41, 7), (30, 11), (30, 7), (11, 7).

وعددها 10 عينات

② الخطوة الثانية هو استخراج الوسط الحسابي والانحراف المعياري :-

العينات المسحوبة	$\bar{X}_i$ الوسط الحسابي لكل عينة	$(\bar{X}_i - \bar{X})$	$(\bar{X}_i - \bar{X})^2$
(3,41)	3+41/2 = 22	22 − 18 = 4	16
(3,30)	3+30/2 = 16.5	16.5 − 18 = −1.5	2.25
(3,11)	3+11/2 = 7	7 − 18 = −11	121
(3,7)	3+7/2 = 5	5 − 18 = −13	169
(41,30)	41+30/2 = 35.5	35.5 − 18 = 17.5	306.25
(41,11)	41+11/2 = 26	26 − 18 = 8	64
(41,7)	41+7/2 = 24	24 − 18 = 6	36
(30,11)	30+11/2 = 20.5	20.5 − 18 = 2.5	6.25
(30,7)	30+7/2 = 18.5	18.5 − 18 = 0.5	0.25
(11,7)	11+7/2 = 9	9 − 18 = −9	81
	$\sum \bar{X}_i = 184$		$\sum (\bar{X}_i - \bar{X})^2 = 802.5$

الطريقة التي تم استخراج $\bar{X}$ و S تم الاعتماد على تعريف العينة وهو التوزيع الذي لتكرارات متوسطات العينات اذاً يعتمد على متوسطات $(\bar{X})$ وليس على العينة نفسها:

$$\Rightarrow ① \quad \bar{X} = \frac{\sum \bar{X}_i}{n} = \frac{\text{مجموع متوسطات العينات}}{\text{عدد العينات}} = \frac{184}{10} = 18.4 \simeq 18$$

$$② \quad S.D_{\bar{X}} = \text{الانحراف المعياري لمتوسطات العينات} = \sqrt{\frac{\sum (\bar{X}_i - \bar{X})^2}{n}} = \sqrt{\frac{802}{\cancel{730.75}\ 10}} = \cancel{8.955}\ 8.955 \simeq 8.48$$

حيث أن:

$\bar{X}$ = الوسط الحسابي العام (للأوساط الحسابية للعينات)

$\bar{X}_i$ = الوسط الحسابي للعينة i.

n = عدد المفردات.

∴ العينة لها متوسط = 18 والانحراف معياري = 8.48 وهو قيمة كبيرة نوعاً ما وذلك لأن حجم العينة (يتناسب عكسياً).

- عليه تكون المؤشرات الإحصائية الخاصة بالمجتمع (يعني الوسط الحسابي والتباين) غير معلومة لذا يتم تقديرها من بيانات العينة [أي أننا نستخرج الوسط الحسابي $\bar{X}$ والانحراف المعياري S للعينة].

∴ $\bar{X}$ هو تقدير للوسط الحسابي للمجتمع M.

∴ S^2 أو Var هو تقدير لتباين المجتمع V.

- هناك نوعين من التقديرات:

① تقدير بنقطة point estimation والذي يعني تقدير قيمة عددية واحدة لمعلمة المجتمع.

② تقدير بفترة Interval estimation والذي يعني تقدير قيمتين عدديتين تحددان الفترة التي تنتمي إليها مع درجة ثقة تعتمد على الطريقة التي نقوم بتقديرها بأحتمال probability وطريقة على هذا الاحتمال (مستوى الثقة والثقة) وهما بالكميات سيأتي مزيد بحدد الثقة والفترة التي تقع بينهما هي فترة (الثقة) تعني تقدير المعلمة ضمن فترة الثقة تعني تقدير المعلمة تقع ضمن فترة الثقة.

حدود الثقة:-

- حدود الثقة هما حدود الوسط الحسابي للمجتمع (M) يعرفان الوسط الحسابي للمجتمع (المطلوب) من معرفة الوسط الحسابي للعينة وقيمة (Z) القياسية وحجم وتباين العينة.

- وحيث أننا وضحنا في موضوع المعاينة كيفية حساب الوسط الحسابي والانحراف المعياري فأننا سوف نستفاد منهما في حساب حدود الثقة بالإضافة الى أننا سوف نحتاج الى ما يسمى بمستوى المعنوية والذي نرمز له بالرمز (α) والذي يقابل قيمة Z وغالباً ما يعطى بالسؤال.

- عليه فأن حدود الثقة للوسط الحسابي للمجتمع M يكون :-

$$\text{الحد الادنى} < M < \text{الحد الاعلى}$$

الوسط الحسابي للمجتمع يقع بين الحدين

حيث أن :-

$$\text{الحد الادنى} = \bar{X} - Z_{\alpha} * \frac{S.D}{\sqrt{n}}$$

$$\text{الحد الاعلى} = \bar{X} + Z_{\alpha} * \frac{S.D}{\sqrt{n}}$$

مثال:-

عينة عشوائية حجم (25) وسطها الحسابي = 2.7 وتباينها (9)، أوجد حدود الثقة للوسط الحسابي للمجتمع (M) بمستوى معنوية ($\alpha = 0.99$)، علماً أن قيمة Z عند مستوى المعنوية 0.99 تساوي (2.326)

الحل:-

$S.D = \sqrt{Var} \Rightarrow S.D = \sqrt{9}$

$$\text{الحد الادنى} = \bar{X} - Z_{\alpha} * \frac{S.D}{\sqrt{n}} = 2.7 - (2.326) * \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}}$$

$$= 1.3$$

$$\text{الحد الاعلى} = \bar{X} + Z_{\alpha} * \frac{S.D}{\sqrt{n}} = 2.7 - (2.326) * \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}}$$

$$= 4.1$$

∴ حدود الثقة للوسط للمجتمع (M) تكون :-

$$1.3 < M < 4.1$$